

6. 軸受の内部滑りと摩擦トルク

転がり軸受は滑り軸受に比べて摩擦トルクは非常に小さいが、接触点が面積を持たない点や線でない限りは摩擦トルクが発生する。接触点が面積を持つと、転がり運動を行う際に、その部分で滑りが発生し、摩擦トルクが発生する。接触部以外にも、保持器と転動体やころ軸受のつば部等で滑りが発生し、これが摩擦トルクとなる。

6.1 軸受各部の滑り

軸受内部で摩擦トルクを発生する主な滑りについて説明する。

- ・差動滑り
- ・スピン滑り
- ・ジャイロ滑り
- ・つば滑り

6.1.1 差動滑り

転がり軸受に荷重が作用すると接触点は弾性変形により一定の面積を持つ（玉軸受の場合、接触だ円という）。曲率を持った軸受では、軌道輪の溝を転動体（玉）が転がる時、接触だ円内のすべての点で転がることはできない。そのため接触面積内で滑りを発生することになるが、この時の滑りを差動すべりという。図 6.1 は転動体が軌道面の溝を転がる時の状態を表している。玉の自転軸から接触面までの半径を $r_1 \sim r_4$ ($r_1 < r_2 < r_3 < r_4$)、内輪中心線からの内輪半径を $R_1 \sim R_4$ ($R_1 > R_2 > R_3 > R_4$) とする。玉が一定の速度で内輪上を転がるためには、夫々の接点で周速が等しくなる必要があるが、半径が異なるためすべての点で等しくならない。仮に r_2 と R_2 で純転がり運動（周速が等しい）を行うとすれば、 r_1 、 R_1 の接点では $R_1 > R_2$ 、 $r_1 < r_2$ となるため内輪側の周速が早くなりこの部分は進行方向に滑り（正の滑り）を発生させる。また、 r_3 と R_3 、 r_4 と R_4 では内輪側の周速が遅くなり、この点では進行方向とは逆方向の滑り（負の滑り）を発生させる。これら正負の滑りの境界では純転がり運動を行い、その位置を純転がり線またはノンスリップラインという。純ラジアル荷重負荷の場合、接触だ円および応力は左右対称のため 2 箇所の純転がり線が発生する。

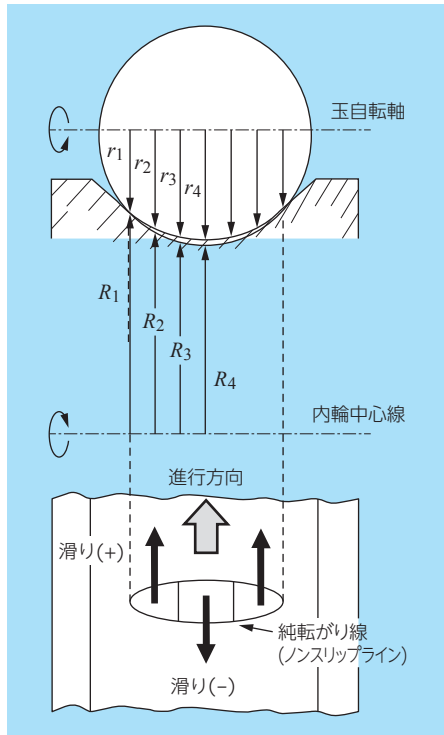


図 6.1 差動滑り

接触だ円内の接触応力 σ は

$$\sigma = \frac{3Q}{2\pi ab} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2} \dots\dots (6.1)$$

- Q : 転動体荷重
- a : 接触だ円長軸半径
- b : 接触だ円短軸半径

接触だ円内に図 6.2 のように微小部分 ds を想定する $ds = dx dy$

摩擦係数 μ が面圧や滑り速度に依存せず、一定と仮定した場合、微小部分 ds にかかる微小摩擦力 dF は

$$dF = \frac{3\mu Q}{2\pi ab} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2} ds \dots\dots\dots (6.2)$$

μ : 摩擦係数

滑り方向を考慮した全体の滑り摩擦力 F は

$$F = \frac{6\mu Q}{\pi ab} \left\{ \int_0^{ca} \int_{-b'}^{+b'} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2} dy dx - \int_{ca}^0 \int_{-b'}^{+b'} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2} dy dx \right\} \dots (6.3)$$

ここで、 $b' = b \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}$

c : 接触だ円中心線よりノンスリップラインまでの長軸半径 (a) に対する比率

式 (6.3) を積分すると

$$F = \mu Q (3c - c^3 - 1) \dots\dots\dots (6.4)$$

前方向の滑りと後ろ方向の滑り摩擦力が釣り合う時、 $F = 0$ となるため

$c = 0.3473$ となる

従って、接触だ円の中央部から 35% の位置にノンスリップラインが発生する。図 6.3 に玉軸受の差動滑りメカニズムを示す。

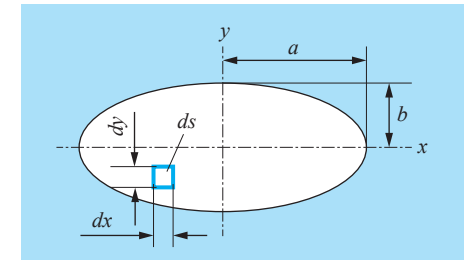


図 6.2 接触だ円

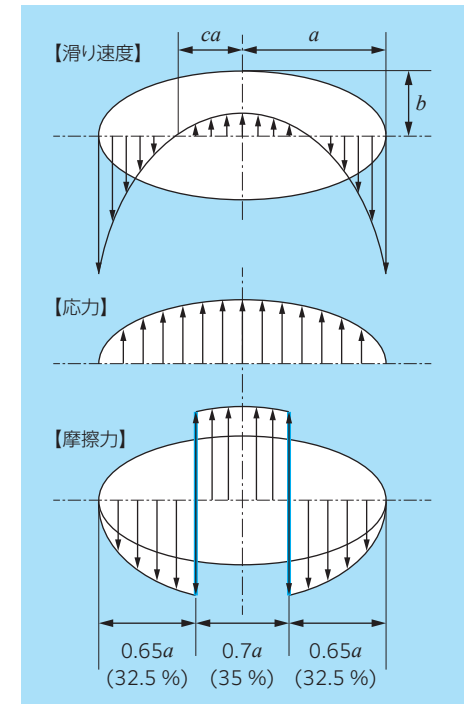


図 6.3 玉軸受の差動滑りメカニズム

6.1.2 スピン滑り

アンギュラ玉軸受のような接触角を持つ玉軸受では回転中の玉が、内輪軌道面および外輪軌道面により回転させられるスピンという現象がある(図 6.4)。この時、玉は接触点で自転しており、接触角を持つ玉軸受においては構造上避けられない現象である。このスピンにより内輪または外輪の接触点で滑り(スピン滑り)が発生する。

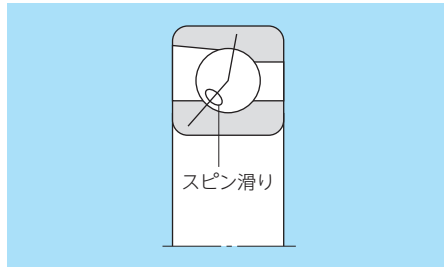


図 6.4 スピン滑り

1) スピン滑り

スピンは内輪接点と外輪接点では逆方向の回転が発生し、そのため、どちらか一方で滑るといわれている*。内輪あるいは外輪のどちらで滑るかはそれぞれの接触点に発生するトルク(スピントルク)の大小によって決まり、スピントルクの大きい軌道輪が「コントロールしている」と定義している。

*スピンの配分はエネルギー損失が最小となるように決まり、内輪コントロールから外輪コントロールに遷移する速度域では両輪に混在することもある。

《内輪コントロール》

内輪スピントルクが大きく、反対側の外輪接点でスピン滑りが発生する。
低速域で発生する。

《外輪コントロール》

外輪スピントルクが大きく、反対側の内輪接点でスピン滑りが発生する。
高速域で発生する。

図 6.5 に内輪コントロールの場合のスピン滑りの模式図を示す。内輪が回転すると内外輪と玉は A 点、B 点を接点として回転する。内輪コントロールの場合、玉は A 点での接線と中心軸との交点 O と玉の中心 C を結んだ軸を中心に自転し、玉と内輪は A 点で純転がり状態となる。外輪での接触状態を考えると、

- ①接触だ円の中心部に比べて玉大径部では玉の周速は速くなるのに対し外輪半径は小さいため周速は遅くなる。
- ②玉小径部ではこれの逆になり、図の玉と外輪の周速図はこの状態を表している。
- ③玉と外輪の周速の差から接触だ円中心でスピンを発生する。

その結果、図 6.5 に示すようにスピン滑りを発生する。

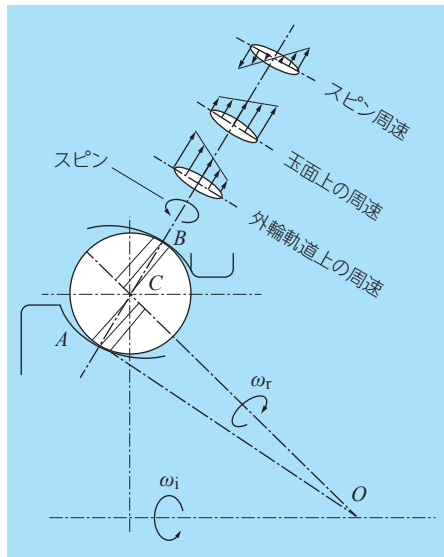


図 6.5 スピン滑り模式図(内輪コントロール)

転がり軸受は回転により転動体に遠心力が作用し、低速の場合には無視できるが、高速の場合にはこれを考慮する必要がある。玉軸受では、遠心力によって接触角が影響を受けるが、内輪接触角は大きく、外輪接触角は小さく変化する。遠心力により接触角が変化する状態を図 6.6 に示す。

- Q : 転動体荷重 (N)
- Fc : 遠心力 (N)
- α0 : 初期接触角 (°)
- αi : 内輪接触角 (°)
- αe : 外輪接触角 (°)

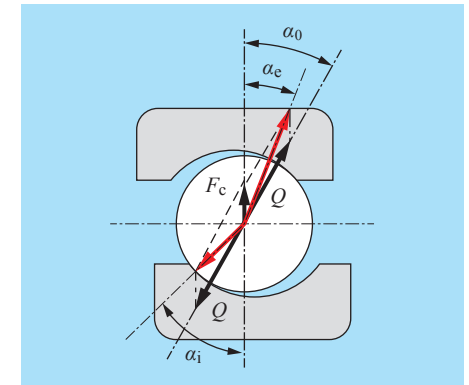


図 6.6 遠心力と接触角

2) スピン速度

玉軸受が高速で使用された時の玉に作用する角速度を図 6.7 に示す。図中の矢印は角速度ベクトルで、矢印の向きに右回転が正である。

- α : 転動体自転角度 (°)
- αi : 内輪接触角 (°)
- αe : 外輪接触角 (°)
- ωi : 内輪角速度 (rad/s)
- ωe : 外輪角速度 (rad/s)
- ωsi : 内輪側スピン角速度 (rad/s)
- ωse : 外輪側スピン角速度 (rad/s)
- ωRi : 内輪側転がり角速度 (rad/s)
- ωRe : 外輪側転がり角速度 (rad/s)
- ωB : 玉の自転角速度 (rad/s)

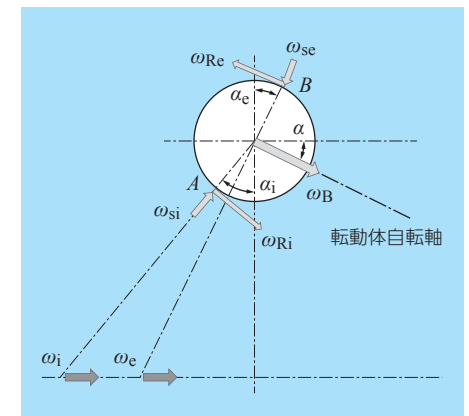


図 6.7 転動体の角速度

内輪接触角と外輪接触角が異なる場合の玉の自転角速度 ωB および公転角速度 ωc は下式となる。

$$\omega_B = \frac{D_{pw}}{D_w} (\omega_e - \omega_i) \frac{(1 + \gamma_e)(1 - \gamma_i)}{(1 + \gamma_e)\cos(\alpha_i - \alpha) + (1 - \gamma_i)\cos(\alpha_e - \alpha)} \dots\dots\dots (6.5)$$

$$\omega_c = \frac{\omega_i (1 - \gamma_e)\cos(\alpha_i - \alpha) + \omega_e (1 + \gamma_i)\cos(\alpha_e - \alpha)}{(1 - \gamma_e)\cos(\alpha_i - \alpha) + (1 + \gamma_i)\cos(\alpha_e - \alpha)} \dots\dots\dots (6.6)$$

ここで、Dw : 玉径 (mm) Dpw : 転動体ピッチ径 (mm)

$$\gamma_i = \frac{D_w \cos \alpha_i}{D_{pw}} \quad \gamma_e = \frac{D_w \cos \alpha_e}{D_{pw}}$$

玉と軌道輪の周速の差から、内輪側で発生するスピンの角速度 ω_{si} および外輪側でのスピン角速度 ω_{se} は下式が求まる。

$$\omega_{si} = (\omega_i - \omega_c) \sin \alpha_i - \omega_B \sin(\alpha_i - \alpha) \dots\dots\dots (6.7)$$

$$\omega_{se} = (\omega_c - \omega_e) \sin \alpha_e + \omega_B \sin(\alpha_e - \alpha) \dots\dots\dots (6.8)$$

スピンの発生するときは内輪か外輪のどちらかでコントロールされるが、内輪コントロールの場合 $\omega_{si} = 0$ となるため、式 (6.7) より

$$\alpha = \tan^{-1} \left\{ \frac{\sin \alpha_i \cos \alpha_i}{\cos^2 \alpha_i - \gamma_i} \right\} \dots\dots\dots (6.9)$$

外輪コントロールの場合も同様に式 (6.8) より

$$\alpha = \tan^{-1} \left\{ \frac{\sin \alpha_e \cos \alpha_e}{\cos^2 \alpha_e - \gamma_e} \right\} \dots\dots\dots (6.10)$$

コントロールがどちらになるかはスピントルクの大きさによって決まり、A.B.Jones は外輪コントロールを下式で判定している。

《外輪コントロール》

$$M_{se} \cos(\alpha_i - \alpha_e) > M_{si}$$

M_{si} : 内輪側スピントルク (N・mm)

M_{se} : 外輪側スピントルク (N・mm)

スピントルクは下式で求める。

$$M_s = \frac{3uaQE(k)}{8}$$

ここで、 $E(k)$: 第 2 種完全だ円積分

$$k = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

3) PV 値

接触角を持つ玉軸受ではスピン滑りの発生が構造上避けられないため、特に、高速での使用時に発熱や摩耗等の不具合を発生させる場合がある。そのため、一般的に玉と軌道面の接触部の Hertz 面圧 (P) とスピン速度 (V) を乗じた PV 値で使用可否の判定をすることが多い。図 6.8 は PV 値と接触だ円、スピン速度、面圧の関係を示したものである。

最大応力は x 軸上で発生するため、面圧式は下式となる。

$$P(x) = \frac{3Q}{2\pi ab} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \dots\dots (6.11)$$

スピン速度は式 (6.7)、式 (6.8) のスピン角速度から下式となる。

$$V(x) = x\omega_s \dots\dots\dots (6.12)$$

従って、PV 値は

$$PV(x) = \frac{3Q\omega_s}{2\pi ab} x \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \dots\dots (6.13)$$

PV 値の最大は $PV(x)' = 0$ の時であるため

$$PV(x)' = \frac{3Q\omega_s}{2\pi a^2 b} \frac{a^2 - 2x^2}{\sqrt{a^2 - x^2}} = 0$$

$$\therefore x = \frac{a}{\sqrt{2}} \dots\dots\dots (6.14)$$

PV 値は接触だ円の中心から $\frac{a}{\sqrt{2}}$ の位置で最大 (PV_{max}) となる。

式 (6.13) に式 (6.14) を代入して整理すると、最大 PV 値 (PV_{max}) は下式となる。

$$PV_{max} = \frac{3Q}{4\pi b} \omega_s \dots\dots\dots (6.15)$$

PV 値の計算は非常に煩雑なため、手計算では計算することができず、計算プログラムにて求める。また、高速軸受の経験から、PV 値が 4.2×10^6 MPa・mm/s 以上になると摩耗や発熱が大きくなるといわれている。

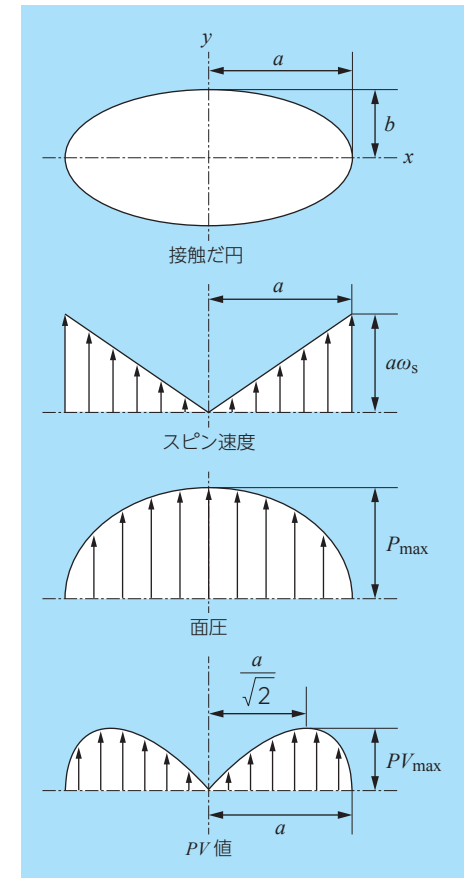


図 6.8 PV 値 (模式図)

6.1.3 ジャイロ滑り

玉軸受の玉は自転軸を中心に回転運動をしており、アンギュラ玉軸受のように接触角を持った軸受では、自転軸が傾いている。一般に、自転しながら公転している物体は、自転軸と公転軸を一致させようとする性質があり、図 6.9 のように AA' を自転軸として回転する玉には自転軸の方向を変え、滑りを生じさせる力が働く。この力をジャイロモーメントという。玉に作用するジャイロモーメントはピッチ円の接線と一致する回転軸を持っており、以下の式で求めることができる。

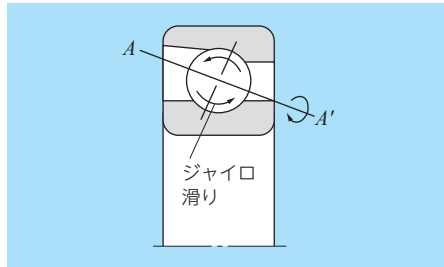


図 6.9 ジャイロ滑り

$$M_g = I_r \omega_R \omega_c \sin \alpha \dots\dots\dots (6.16)$$

- M_g : ジャイロモーメント (mN・mm)
- I_r : 玉の慣性モーメント (kg・mm²)
- ω_R : 玉の自転角速度 (rad/s)
- ω_c : 玉の公転角速度 (rad/s)
- α : 玉の自転角 (接触角) (°)

ここで、

$$\omega_R = \frac{2\pi}{60} n_R = \frac{\pi D_{pw}}{60 D_w} \left\{ 1 - \left(\frac{D_w \cos \alpha}{D_{pw}} \right)^2 \right\} n_i \dots\dots\dots (6.17)$$

$$\omega_c = \frac{2\pi}{60} n_c = \frac{\pi}{60} \left(1 - \frac{D_w \cos \alpha}{D_{pw}} \right) n_i \dots\dots\dots (6.18)$$

$$I_r = m \times \frac{D_w^2}{10} = \frac{\pi \rho D_w^5}{60} \dots\dots\dots (6.19)$$

- n_i : 内輪回転速度 (min⁻¹) n_R : 玉の自転速度 (min⁻¹)
- n_c : 玉の公転速度 (min⁻¹) m : 玉の質量
- D_w : 玉径 (mm) D_{pw} : 玉ピッチ径 (mm)
- ρ : 玉の密度 7.8×10^{-6} (kg/mm³)

式 (6.16) ~ 式 (6.19) より

$$M_g = \left(\frac{\pi}{60} \right)^3 \rho D_w^4 D_p \left(1 - \frac{D_w \cos \alpha}{D_{pw}} \right)^2 \left(1 + \frac{D_w \cos \alpha}{D_{pw}} \right) n_i^2 \sin \alpha \dots\dots\dots (6.20)$$

アキシャル荷重または予圧が負荷された時の接点位置での摩擦力 (μQ) によるモーメントは

$$M_s = \mu Q D_w = \frac{\mu F_a D_w}{Z \sin \alpha} \dots\dots\dots (6.21)$$

- M_s : 摩擦力によるモーメント (N・mm) μ : 摩擦係数
- Q : 転動体荷重 (N) F_a : アキシャル荷重 (N)

ここで、 $Q = \frac{F_a}{Z \sin \alpha}$

アキシャル荷重による摩擦力でジャイロ滑りを防止するためには $M_s \geq M_g$ となる必要があるため、その時のアキシャル荷重は下式となる。

$$F_a \geq 9.8 K n_i^2 \dots\dots\dots (6.22)$$

ここで、

$$K = \frac{1.15 \times 10^{-13}}{\mu} D_w^3 D_{pw} Z \sin^2 \alpha \left(1 - \frac{D_w \cos \alpha}{D_{pw}} \right)^2 \left(1 + \frac{D_w \cos \alpha}{D_{pw}} \right) \dots\dots\dots (6.23)$$

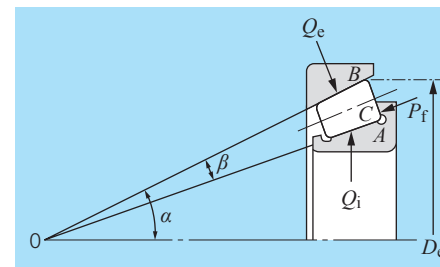
ジャイロモーメントは式 (6.16) で示されるように、玉の自転角とともに増加する。ラジアル玉軸受の純ラジアル荷重ではジャイロモーメントは発生せず、 $\alpha = 90^\circ$ のスラスト軸受で最大となり、接触角の影響が大きいが分かる。ただ、式 (6.22) には玉の遠心力による接触角や応力の変化が考慮されておらず、高速域での使用は望ましくない。高速域 (目安として $D_{pw} \cdot n_i \geq 70 \times 10^4$) で使用する場合には、これらの影響を考慮した計算が必要になる。

個別の軸受についての K 値または高速使用の場合は **NTN** にご照会ください。

6.1.4 つば滑り

1) 円すいころ軸受

通常の円すいころ軸受は、軸受の内輪に固定した案内つばがあるため、軸受到荷重が作用すると、軸受の軌道面だけでなくこのつばの部分でも荷重を受ける (図 6.10)。その結果、円すいころ軸受では回転によりつばとこころ端面は荷重を受けながら滑り運動を行うことになり、この部分で摩擦トルクが発生する。



- Q_i : 内輪転動体荷重
- Q_e : 外輪転動体荷重
- P_f : つば荷重
- α : 外輪半角 (接触角)
- β : こころ角度
- D_e : 外輪内径 (最大)

図 6.10 円すいころ軸受のつば荷重

使用される条件 (特に高荷重の条件) によっては、つばの滑りによって発熱や摩擦等が発生する可能性があるため、つば部でのこころの面圧 (P) と滑り速度 (V) を乗じた係数 PV 値で使用可否を判定するのが一般的である。

許容 PV 値は実験データや使用実績に基づいて決められているため、使用機械や使用個所により判断する必要がある。 PV 値が必要な場合には **NTN** にご照会ください。

2) 円筒ころ軸受

一般的な円筒ころ軸受（N形、NU形）は内輪または外輪のどちらか一方にしかつばを持たない。これらのつばはころを案内するために設けられたものであり、アキシャル荷重を負荷するものではないが、NUP形等の一部の形式では内輪と外輪の両方につばを設けることによって、アキシャル荷重を負荷させることができる。

この場合の許容アキシャル荷重（ $F_a \text{ max}$ ）は、以下の2通りの方法で定義している。実際に許容アキシャル荷重を求める場合は、式(1)および式(2)で求められる P_t および F_{ar} のうち、小さい方の値を採用する。

(1) つばの許容面圧を基準とする許容アキシャル荷重 P_t

ころ端面とつばの間の滑り面の発熱、焼付き、摩耗などによって限界を決めている許容アキシャル荷重である。中心アキシャル荷重を負荷する場合の、つばの許容面圧を基準とする許容アキシャル荷重 P_t は、従来からの経験および実験に基づき、近似的に式(1)によって求められる。

$$P_t = k_1 \cdot d^2 \cdot P_z \dots\dots\dots (6.24)$$

ここで、

P_t : つばの許容面圧を基準とする許容アキシャル荷重 (N)

k_1 : 軸受の内部設計により決まる係数 (表 6.1 参照)

d : 軸受内径 (mm)

P_z : つばの許容面圧 (MPa) (図 6.11 または下式参照)

① 常時アキシャル荷重の場合

$$D_{pw} \cdot n < 12 \times 10^4 : P_z = -3 \times 10^{-4} D_{pw} \cdot n + 60$$

$$D_{pw} \cdot n \geq 12 \times 10^4 : P_z = -5.6 \times 10^{-5} D_{pw} \cdot n + 31$$

② 間欠アキシャル荷重の場合

$$D_{pw} \cdot n < 12 \times 10^4 : P_z = -6 \times 10^{-4} D_{pw} \cdot n + 120$$

$$D_{pw} \cdot n \geq 12 \times 10^4 : P_z = -1.1 \times 10^{-4} D_{pw} \cdot n + 61$$

③ 瞬間アキシャル荷重の場合

$$D_{pw} \cdot n < 12 \times 10^4 : P_z = -9 \times 10^{-4} D_{pw} \cdot n + 180$$

$$D_{pw} \cdot n \geq 12 \times 10^4 : P_z = -1.7 \times 10^{-4} D_{pw} \cdot n + 92$$

D_{pw} : 転動体ピッチ径 (mm) n : 回転速度 (min^{-1})

(2) ラジアル荷重を基準とする許容アキシャル荷重 F_{ar}

ラジアル荷重に対するアキシャル荷重の比率が大きいと、ころの正常な転がり運動が得られなくなる。ラジアル荷重を基準とする許容アキシャル荷重 F_{ar} は、式(2)によって求められる。

$$F_{ar} = k_2 \cdot F_r \dots\dots\dots (6.25)$$

ここで、

F_{ar} : ラジアル荷重を基準とする許容アキシャル荷重 (N)

k_2 : 軸受の内部設計により決まる係数 (表 6.1 参照)

F_r : ラジアル荷重 (N)

《使用箇所上の留意事項》

- (1) アキシャル荷重を負荷させるときは、必ずラジアル荷重が負荷されていること。
- (2) 軸受寿命やころと軌道面の間の摩耗に影響する必要があるため必要以上のラジアル内部すきまを採らない。
- (3) 極圧添加剤入りの潤滑剤を用い、ころ端面と鏝面の間に潤滑剤が十分に行き渡る様にする。
- (4) 軸受の取り付け精度に留意し、十分に慣らし運転を行う。

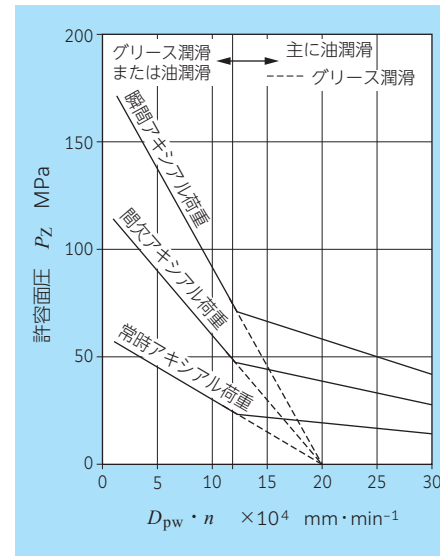


図 6.11 つば部許容面圧

許容アキシャル荷重が不足する場合には、高アキシャル荷重用円筒ころ軸受（HTタイプ）が用意されていますので、NTNにご照会ください。

表 6.1 係数 k_1 および k_2

軸受系列	k_1	k_2
NJ, NUP10	0.040	0.4
NJ, NUP, NF, NH2		
NJ, NUP, NH22		
NJ, NUP, NF, NH3	0.065	0.4
NJ, NUP, NH23		
NJ, NUP, NH2EA	0.050	0.4
NJ, NUP, NH22EA		
NJ, NUP, NH3EA	0.080	0.4
NJ, NUP, NH23EA		
NJ, NUP, NH4	0.100	0.4
SL01-48	0.022	0.2
SL01-49	0.034	0.2
SL04-50	0.044	0.2

【計算例】

(6-1) ジャイロ滑り

アンギュラ玉軸受 7008UC, 7018UC, 7208C, 7218C において、ジャイロ滑りを防止するための予圧量を求める。回転速度は $D_{pw} \cdot n = 100 \times 10^4$ までとし、予圧量は動定格荷重に対する比で線図を作成する。

≪計算諸元≫

軸受	動定格荷重 C_r (N)	係数 K 値
7008UC	23 700	9.914×10^{-8}
7018UC	82 000	1.741×10^{-6}
7208C	40 500	2.633×10^{-7}
7218C	136 000	4.249×10^{-6}

式 (6.22) を用いて線図を作成する。

$$F_a \geq 9.8Kn_i^2 \dots\dots\dots (6.22)$$

図 6.12 に計算結果の線図を示す。縦軸は動定格荷重に対する予圧比 (F_a/C_r)、横軸に $D_{pw} \cdot n$ 値を示す。

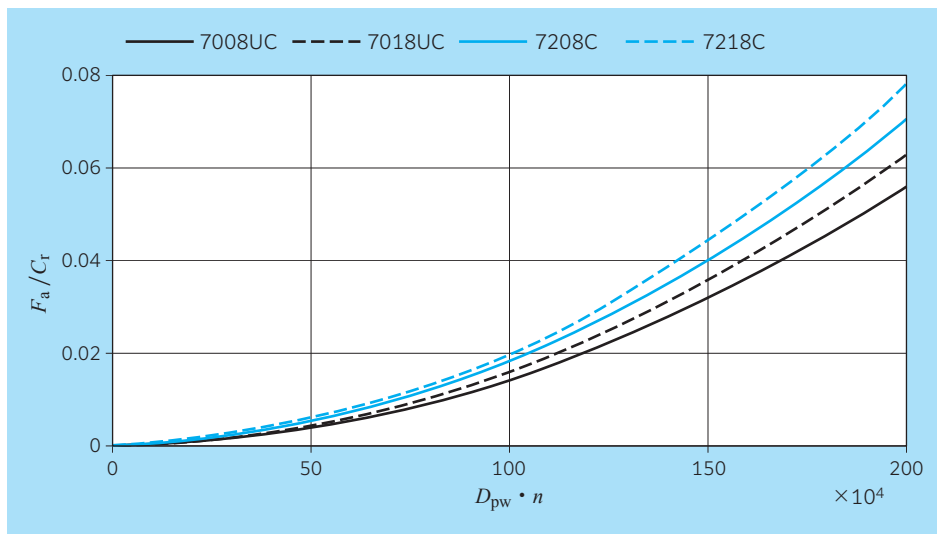


図 6.12 ジャイロ滑り防止の予圧量 (計算例)

6.2 摩擦トルク

転がり軸受の摩擦トルクはいろいろな部分で発生し、主な原因は軸受要素の接触点での滑りであるが、摩擦トルクの主なものとして以下の要因が考えられる。

- ① 転がり運動における弾性ヒステリシス損失
- ② 転動体と軌道面の転がり接触による摩擦トルク
- ③ ころ端面と内輪または外輪つば面での滑り
- ④ 接触部の変形による摩擦トルク
- ⑤ 保持器と転動体および軌道輪の滑り
- ⑥ 潤滑剤の粘性抵抗 (転がり粘性抵抗)

これらの合計が、軸受全体の摩擦トルクとなる。

なお、厳密な摩擦トルク計算理論は非常に複雑である。そのため、本章で示す摩擦トルクの計算理論では、計算を簡単にするためのモデル化を行っており、これが厳密計算や実測値との誤差要因となり得ることに注意されたい。

6.2.1 摩擦トルクの要因

上記の摩擦トルクの内、軌道面と転動体の接触による摩擦トルクについて考える。玉軸受の場合は転がり方向の滑り摩擦トルクとスピントルク、ころ軸受の場合はころとつばの間での滑り摩擦トルクとなる。

1) 差動滑りによる摩擦トルク：玉軸受

6.1 章で述べたが、玉軸受の場合は弾性変形により接触だ円全体で転がることができず、転がり方向の滑りにより摩擦トルクが発生する。

玉軸受の転がり接触状態を図 6.13 に示す。

接触だ円での応力は下式となる

$$\sigma = \frac{3Q}{2\pi ab} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2} \dots (6.1)$$

また、同様に微小面積 d_s に作用する摩擦力は下式となる。

$$dF = \frac{3\mu Q}{2\pi ab} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2} ds \dots\dots\dots (6.2)$$

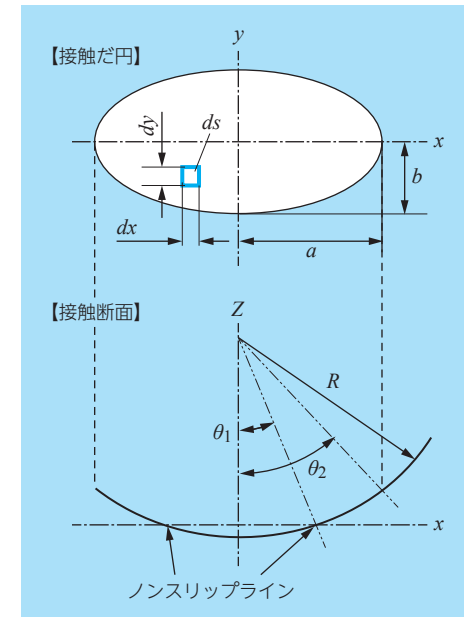


図 6.13 転がり接触状態図

接触部の断面図で弾性変形後の玉の半径を R 、接触だ円中心軸からノンスリップラインまでの角度を θ_1 、接触だ円長軸半径までの角度を θ_2 とする。任意の角度 θ での玉の自転軸から接触点までの距離（半径）は $R\cos\theta$ となるため、転動体中心周りで微小面積 ds の摩擦トルクは $R\cos\theta dF$ となる。従って、転動体全体での摩擦モーメントは下式となる。

$$m_R = 2R \left(\int_0^{\theta_1} \cos\theta dF - \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos\theta dF \right)$$

$$= \frac{3\mu QR}{4\sin\theta_2} \left\{ 2\sin\theta_1 \cos\theta_1 - \sin\theta_2 \cos\theta_2 - \frac{\sin 4\theta_2 - 2\sin 4\theta_1}{16\sin^2\theta_2} + (\theta_2 - 2\theta_1) \left(\frac{1}{4\sin\theta_2} - 1 \right) \right\}$$

上式は複雑なため、近似式として下式が与えられている。

$$m_R = 0.04018 \frac{\mu a^{1.986} Q}{R^{0.986}} \dots \dots \dots (6.26)$$

- a : 接触だ円長軸半径
- μ : 摩擦係数
- Q : 転動体荷重

2) スピントルク：玉軸受

スピン滑りによるトルクを求めるため、図 6.14 のように接触だ円を極座標で表すと、微小面積 d_s は下式となる。

$$d_s = d\theta dr \dots \dots \dots (6.27)$$

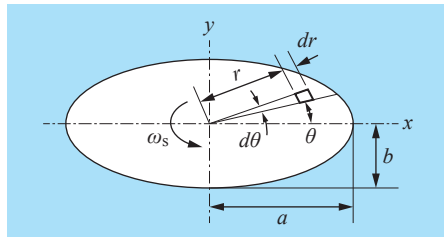


図 6.14 スピントルク

式 (6.1) の応力式を極座標で表すと

$$\sigma = \frac{3Q}{2\pi ab} \sqrt{1 - \frac{r^2}{b^2} (1 - k^2 \cos^2\theta)} \dots \dots \dots (6.28)$$

ここで、 $k = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$

微小面積 d_s に作用する摩擦力は、式 (6.27)、式 (6.28) より

$$dF = \frac{3\mu Q}{2\pi ab} \sqrt{1 - \frac{r^2}{b^2} (1 - k^2 \cos^2\theta)} d\theta dr \dots \dots \dots (6.29)$$

接触だ円全域でのスピンモーメントは

$$m_s = \int_0^b \int_0^{2\pi} r dF = \frac{3\mu a Q E(k)}{8} \dots \dots \dots (6.30)$$

ここで、 $E(k)$: 第 2 種だ円積分

3) つば部での滑り摩擦トルク：円すいころ軸受

円すいころ軸受にアキシャル荷重 F_a が作用した場合の力の釣り合いを図 6.15 に示す。ころには内輪および外輪から転動体荷重 Q_i 、 Q_e が作用し、さらに、それらの合力の反作用としてつば荷重 P_f がころとつばとの接触点 E に作用している。

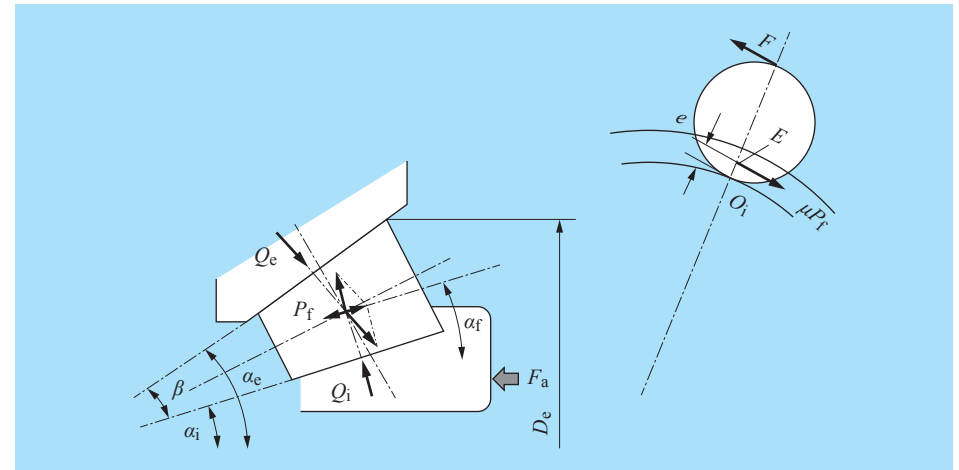


図 6.15 円すいころ軸受の力の釣り合いところ端面の滑り

ラジアル方向およびアキシャル方向での荷重の釣り合い式を求めると以下の式となる。

$$Q_i \cos\alpha_i - P_f \sin\alpha_f - Q_e \cos\alpha_e = 0 \dots \dots \dots (6.31)$$

$$Q_i \sin\alpha_i + P_f \cos\alpha_f - Q_e \sin\alpha_e = 0 \dots \dots \dots (6.32)$$

- α_i : 軸受中心軸と内輪軌道面との角度
- α_e : 軸受中心軸と外輪軌道面との角度 (= 接触角 α)
- α_f : 軸受中心軸とつば荷重方向との角度
- β : ころ角度
- e : 内輪軌道面とつばとの接点までの距離
- μ : ころ端面と内輪つば面との摩擦係数
- F : ころに作用する円周方向の力
- D_e : ころ最大径位置での外輪外径

上式を整理して、 Q_i 、 P_f を求めると、

$$Q_i = Q_e \frac{\cos(\alpha_e - \alpha_f)}{\cos(\alpha_i - \alpha_f)} \dots \dots \dots (6.33)$$

$$P_f = Q_e \frac{\sin(\alpha_e - \alpha_i)}{\cos(\alpha_i - \alpha_f)} \dots \dots \dots (6.34)$$

つば荷重は近似的に内輪軌道面に平行に作用すると考えると、 $\alpha_i = \alpha_f$ となり、 Q_i 、 P_f は以下のようになる。

$$Q_i = Q_e \cos\beta \dots\dots\dots (6.35)$$

$$P_f = Q_e \sin\beta \dots\dots\dots (6.36)$$

ここで、 $Q_e = \frac{F_a}{Z \sin\alpha} \dots\dots\dots (6.37)$

ころと内輪の接点 O_i を瞬間回転中心とすると、接点 E での摩擦トルクは $e\mu P_f$ であるため、回転トルクとの釣り合いは下式となる。

$$FD_{w1} = e\mu P_f \dots\dots\dots (6.38)$$

ここで、 D_{w1} : ころ最大径

軸受 1 個としての摩擦トルク M_f は

$$M_f = FZ \frac{D_e}{2} \dots\dots\dots (6.39)$$

式 (6.36)、式 (6.37)、式 (6.38) を式 (6.39) に代入すると

$$M_f = \frac{e\mu D_e \sin\beta}{2D_{w1} \sin\alpha} F_a$$

ころ最大径 D_{w1} と外輪内径 D_e はころ端面半径 T_r との間に以下の関係がある。

$$D_{w1} = 2T_r \sin \frac{\beta}{2} \quad D_e = 2T_r \sin\alpha$$

従って、摩擦トルク M_f は下式で算出することができる。

$$M_f = e\mu F_a \cos \frac{\beta}{2} \dots\dots\dots (6.40)$$

6.2.2 摩擦トルクの一般式

摩擦モーメントに関するトルク計算式として *Palmgren* の実験式が知られている。

$$M = M_0 + M_1$$

M : 軸受の摩擦トルク (N・mm)

M_0 : 粘性摩擦トルク (速度項)

M_1 : 負荷による摩擦トルク (荷重項)

①粘性摩擦トルク：速度項

本来、粘性摩擦トルクは弾性流体理論に基づいた転がり粘性抵抗を基準に算出するべきであるが、非常に煩雑になるため、ここでは実験に基づいた式より求める。

$$M_0 = f_0 (vn)^{2/3} D_{pw}^3 \times 10^{-7} \quad (\text{N} \cdot \text{mm})$$

f_0 : 軸受構造と潤滑による係数

表 6.2 の数値は横軸、油浴潤滑の場合である

小さい方の数値は軽荷重、大きい数値は重荷重に適用

縦型油浴潤滑およびジェット潤滑の場合、 f_0 を 2 倍にする

オイルミスト潤滑の場合、 f_0 を 1/2 にする

グリース潤滑の場合、基油動粘度を用いる。

v : 潤滑油の動粘度 (mm²/s)

n : 軸受回転速度 (min⁻¹)

D_{pw} : 転動体ピッチ径 (mm)

②負荷による摩擦トルク：荷重項

Palmgren はすべての機構上の摩擦トルクを実験に基づいて評価している。ただし、軸受内部に封入されたグリースの量については考慮していない。

$$M_1 = f_1 P_f D_{pw} \quad (\text{N} \cdot \text{mm})$$

f_1 : 軸受構造による係数 (表 6.2)

P_{0r} : 静等価荷重 (N)

C_{0r} : 基本静定格荷重 (N)

P_f : 相当荷重

ラジアル玉軸受 $P_f = 0.9F_a \cot\alpha - 0.1F_r \geq F_r$

ラジアルころ軸受 $P_f = 0.8F_a \cot\alpha \geq F_r$

スラスト軸受 $P_f = F_a$

D_{pw} : 転動体ピッチ径 (mm)

表 6.2 軸受構造による係数と潤滑による係数 f_0 、 f_1

軸受	f_0	接触角	f_1
深溝玉軸受	1.5~2	(15°)	$0.0009(P_{0r}/C_{0r})^{0.55}$
アンギュラ玉軸受	2	30°	$0.001(P_{0r}/C_{0r})^{0.33}$
	4	40°	$0.0013(P_{0r}/C_{0r})^{0.33}$
自動調心玉軸受	1.5~2	10°	$0.0003(P_{0r}/C_{0r})^{0.4}$
スラスト玉軸受	1.5~2	90°	$0.0012(P_{0r}/C_{0r})^{0.33}$
円筒ころ軸受	2~3	—	0.00025~0.0003
円すいころ軸受	3~4	—	0.0004~0.0005
自動調心ころ軸受	4~6	—	0.0004~0.0005

6.2.3 起動トルク計算式

起動トルクとは軸受が始動時に発生するトルクのことをいい、玉軸受ところ軸受ではトルク発生要因が異なる。玉軸受ではアンギュラ玉軸受、ころ軸受では円すいころ軸受についての起動トルク計算式を以下に示す。

1) アンギュラ玉軸受の予圧と起動トルク

アンギュラ玉軸受のように接触角を持つ軸受は1個で使うことができず、2個対向させるかまたは組合せで使用される。この場合、予圧で使用されることが多く、予圧量が大きくなればなる程軸受の摩擦トルクは大きくなる。予圧が負荷された時のアンギュラ玉軸受の起動トルクはスピン滑りと転がり摩擦トルクがほとんどを占め、それぞれの計算式は下記である。

①スピン滑り： M_s

転動体1個当たりのスピンモーメント m_s は

$$m_s = \frac{3\mu a Q E(k)}{8} \quad (\text{N} \cdot \text{mm})$$

- μ : 軌道面の摩擦係数
- a : 接触だ円長軸半径 (mm)
- Q : 転動体荷重 (N)

$$Q = \frac{F_a}{Z \sin \alpha} \quad Z: \text{転動体個数} \quad \alpha: \text{接触角}$$

$E(k)$: 第2種完全だ円積分

$$E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k \sin^2 \phi} d\phi$$

$$k = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

b : 接触だ円短軸半径 (mm)

スピン滑りによる軸受全体のトルク M_s は

$$M_s = m_s Z \sin \alpha \quad (\text{N} \cdot \text{mm})$$

②転がりトルク： M_R

転動体中心回りのモーメント m_R の近似式は

$$m_R = 0.04018 \frac{\mu a^{1.986} Q}{R^{0.986}}$$

- R : 転動体等価半径 (mm)
- Q : 転動体荷重 (N)
- a : 接触だ円長軸半径 (mm)
- μ : 摩擦係数

転がりによる軸受全体のトルク M_R は

$$M_R = m_R Z \frac{D_{pw}}{D_w}$$

D_{pw} : 転動体ピッチ径 (mm)

D_w : 転動体径 (mm)

③軸受全体の起動トルク： M

$$M = M_s + M_R \quad (\text{N} \cdot \text{mm})$$

上式の摩擦係数 μ を0.15に設定すると表6.3のように実測値とよく一致する。

図6.16にアンギュラ玉軸受(70C系列)の計算結果を示す。

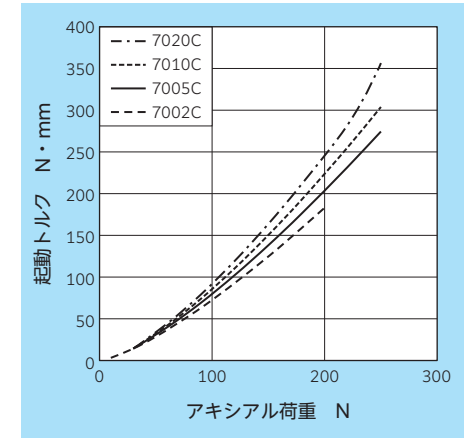


図 6.16 70C 系列のアキシャル荷重と起動トルク (計算値)

表 6.3 トルク計算結果と実測値

軸受品名	接触角 °	アキシャル荷重 N	起動トルク N・mm	
			実測値	計算値
HTA020	40	1 000	32.3	31.4
		2 000	82.3	86.2
HSB020	30	1 000	41.2	38.2
		2 000	88.2	102
HSB020C	15	1 000	58.8	62.7
		2 000	129.4	172.5
7020	30	1 000	76.4	58.8
		2 000	164.6	156.8
7020C	15	1 000	82.3	92.1
		2 000	211.7	250.9
HSB016C	15	1 000	82.3	62.7
		2 000	164.6	172.5
7016C	15	1 000	105.8	92.1
		2 000	200	243
SF1229	15	300	11.8	11.8
7010C	15	300	18.6	15.7

それぞれのトルク要因を求めるには各転動体位置での損失トルクを合計する必要があるが、計算式が複雑になるため転動体 1 個当たりのそれぞれの計算式を示す。

i) 転がり粘性抵抗: M_v

転動体と軌道面の接触部において、潤滑油の入り口部で発生するせん断抵抗により発生する回転と逆方向のモーメント

$$M_v = 29.2 \phi_T L G^{0.648} U^{0.648} W^{0.246} f(r_i, r_e, r_w)$$

ϕ_T : せん断発熱による補正係数
 L : 接触面軸方向長さ
 G : 材料パラメータ
 U, W : 速度, 荷重の無次元量
 $f(r_i, r_e, r_w)$: 溝半径および転動体半径に関する関数

ii) 弾性ヒステリシス損失: M_E

接触時に弾性変形に要したエネルギーの一部が解放時に熱となって散逸する。この熱エネルギーの損失分を弾性ヒステリシス損失という。

【玉軸受】

$$M_E = \frac{D_{pw}}{4} \left(1 - \frac{D_w^2}{D_{pw}^2} \cos^2 \alpha \right) \phi \beta_E$$

ϕ : 弾性圧縮仕事量 D_{pw} : 転動体ピッチ径
 β_E : 損失係数 D_w : 転動体径
 α : 接触角 (外輪半角)

【ころ軸受】

$$M_E = \frac{D_{pw}}{4} \left(1 - \frac{D_w^2}{D_{pw}^2} \right) (\phi_i + \phi_e) \beta_E$$

ϕ_i, ϕ_e : 内輪および外輪の弾性圧縮仕事量

iii) 差動滑り: M_B

玉の自転軸から接触だ円内の各点までの距離が異なるため発生する滑り

$$M_B = (R_i + D_w) F_e + R_i F_i$$

$$F_{i,e} = \frac{3Q\mu a}{2D_w} G(v, \beta_B)$$

R_i : 内輪溝底半径 Q : 転動体荷重
 μ : 摩擦係数 a : 接触だ円長軸半径
 $G(v, \beta_B)$: 差動滑りに関する係数

iv) スピン滑り: M_s

接触角を持つ玉軸受では構造的に発生する接触だ円でのスピン現象

$$M_s = \frac{3\mu a Q(\phi) E(k)}{8}$$

$E(k)$: 第 2 種完全だ円積分
 $Q(\phi)$: 各転動体位置での転動体荷重

v) ジャイロ滑り: M_G

ジャイロモーメントにより玉の自転軸が水平または垂直になるとうとする現象

$$M_G = I \omega_w \omega_m \sin \gamma$$

I : 玉の慣性モーメント γ : 玉の自転角
 ω_w : 玉の自転角速度 ω_m : 玉の公転角速度

vi) つば滑り: M_f

軸受にアキシャル荷重のみが負荷された場合、各転動体には均等なつば荷重が負荷されるため、転動体 1 個当たりのつば滑りトルク M_f は

$$M_f = \frac{F_a}{Z} e \mu(\lambda) \cos \frac{\beta}{2}$$

$\mu(\lambda)$: 使用状態によって変化する摩擦係数
 β : ころ角度

複合荷重が負荷された場合は、各転動体ごとにつば荷重を求め、つば滑りトルクを算出する。

$$M_f = P_t(\phi) e \mu(\lambda) \frac{\sin \alpha}{2 \sin \frac{\beta}{2}}$$

$P_t(\phi)$: 各転動体位置でのつば荷重

vii) 転動体と保持器の滑り: M_P

転動体と保持器の滑りによる摩擦トルクはポケット面での油膜のせん断抵抗である

$$F_P = \iint \tau(x, y) dx dy = \iint \frac{\eta V(x, y)}{h(x, y)} dx dy$$

$$M_P = F_P \times R_i$$

η : 粘度 $h(x, y)$: 油膜厚さ
 $V(x, y)$: ポケット面での速度

これらの計算は、計算プログラムで行うため、必要な場合には **NTN** にご照会ください。

【計算例】トルク計算

(6-2) 円筒ころ軸受 NU210 がラジアル荷重 5 000 N, 回転速度 8 000 min⁻¹ で運転されている。運転時の潤滑油動粘度が 20 mm²/s として、この時の摩擦トルクを計算する。

NU210 の計算諸元：内径 $d = 50$ mm, 外径 $D = 90$ mm

荷重が大きいため表 6.2 より

$$f_0 = 3, f_1 = 0.0003 \text{ とする}$$

粘性による摩擦トルク M_0 は

$$M_0 = 3 \times (20 \times 8\,000)^{2/3} \times \left(\frac{50+90}{2}\right)^3 \times 10^{-7} = 303 \text{ (N} \cdot \text{mm)}$$

荷重による摩擦トルク M_1 は

$$M_1 = 0.0003 \times 5\,000 \times \frac{50+90}{2} = 105 \text{ (N} \cdot \text{mm)}$$

従って、軸受全体の摩擦トルク M は

$$M = M_0 + M_1 = 303 + 105 = 408 \text{ (N} \cdot \text{mm)}$$

(6-3) アンギュラ玉軸受 7020 がアキシャル荷重 15 000 N, 回転速度 10 000 min⁻¹ で運転されている。潤滑はジェット潤滑で運転時の潤滑油動粘度は 5 mm²/s であった。この時の摩擦トルクを計算する。

7020 の計算諸元：内径 $d = 100$ mm, 外径 $D = 150$ mm

$$C_{0r} = 70\,500 \text{ N}, X_0 = 0.33$$

表 6.2 より、 f_0 はジェット潤滑のため 2 倍として

$$f_0 = 4$$

$$f_1 = 0.001 \times \left(\frac{15\,000 \times 0.33}{70\,500}\right)^{0.33} = 0.000416$$

相当荷重 P_f は

$$P_f = 0.9 \times 15\,000 \times \cot 30^\circ = 23\,383 \text{ (N)}$$

粘性による摩擦トルク M_0 は

$$M_0 = 4 \times (5 \times 10\,000)^{2/3} \times \left(\frac{100+150}{2}\right)^3 \times 10^{-7} = 1\,060 \text{ (N} \cdot \text{mm)}$$

荷重による摩擦トルク M_1 は

$$M_1 = 0.000416 \times 23\,383 \times \frac{100+150}{2} = 1\,216 \text{ (N} \cdot \text{mm)}$$

従って、軸受全体の摩擦トルク M は

$$M = M_0 + M_1 = 1\,060 + 1\,216 = 2\,276 \text{ (N} \cdot \text{mm)}$$

(6-4) 円すいころ軸受 30216U, 32216U, 32316U にアキシャル荷重 15 000 N が作用している時の起動トルクを求める。

図 6.17 より起動摩擦トルク係数 K_T を読み取る。

$$30216U : K_T = 0.24$$

$$32216U : K_T = 0.33$$

$$32316U : K_T = 0.46$$

式 (6.40) より

$$30216U : M = 0.24 \times 15\,000 = 3\,600 \text{ (N} \cdot \text{mm)}$$

$$32216U : M = 0.33 \times 15\,000 = 4\,950 \text{ (N} \cdot \text{mm)}$$

$$32316U : M = 0.46 \times 15\,000 = 6\,900 \text{ (N} \cdot \text{mm)}$$