

5. 定格荷重と寿命

軸受の回転によって内輪、外輪の軌道面や転動体の転動面は繰返し圧縮荷重を受けるため材料の疲れによる剥離が発生する。この剥離はスポーリング（フレーキング）ともいい、これが発生すると軸受が使用に耐えなくなり、軸受の寿命となる。また、基本定格荷重は軸受の負荷能力を表わす指標であり、これを用いて軸受寿命や静的強度を計算することができる。

5.1 基本動定格荷重

基本動定格荷重は転がり軸受の動的負荷能力を表すもので、 10^6 回転の基本定格寿命（5.2項 参照）を与えるような一定荷重のことである。ラジアル軸受では純ラジアル荷重、スラスト軸受では純アキシャル荷重で表わし、それぞれを基本動ラジアル定格荷重 C_r 、基本動アキシャル定格荷重 C_a と呼び、算出方法は ISO 281 および JIS B 1518 で決められている。

5.1.1 基本動定格荷重

転がり軸受における基本動定格荷重の計算式は 1962 年に Lundberg および Palmgren によって確立され、ISO に採択されたもので、その後、若干の修正をされているが基本的な考え方はそのまま踏襲されている。基本動定格荷重は表 5.1 のように軸受の形式（玉軸受またはころ軸受）および負荷の方向（ラジアル軸受またはスラスト軸受）によって計算式を使い分ける必要がある。

表 5.1 基本動定格荷重計算式

ラジアル		ラジアル玉軸受	ラジアルころ軸受
C_r		$b_m f_c (i \cos \alpha)^{0.7} Z^{2/3} D_w^{1.8}$	$b_m f_c (i L_{we} \cos \alpha)^{7/9} Z^{3/4} D_{we}^{29/27}$
スラスト		スラスト玉軸受	スラストころ軸受
C_a	$\alpha = 90^\circ$	$b_m f_c Z^{2/3} D_w^{1.8}$	$b_m f_c L_{we}^{7/9} Z^{3/4} D_{we}^{29/27}$
	$\alpha \neq 90^\circ$	$b_m f_c (\cos \alpha)^{0.7} \tan \alpha Z^{2/3} D_w^{1.8}$	$b_m f_c (L_{we} \cos \alpha)^{7/9} \tan \alpha Z^{3/4} D_{we}^{29/27}$

b_m : 軸受形式により決まる係数（定格係数）
 f_c : 基本動定格荷重の計算に用いる係数
 i : 転動体の列数 α : 接触角 (°)
 Z : 1 列当たりの転動体個数 D_w : 玉径 (mm)
 L_{we} : ころ有効長さ (mm) D_{we} : 計算に用いるころの直径 (mm)
 玉軸受で $D_w > 25.4$ mm の時 $D_w^{1.8}$ は $3.647 D_w^{1.4}$ となる。

表 5.2 定格係数 b_m

軸受形式		b_m
玉軸受	入れ溝付き玉軸受	1.1
	その他玉軸受	1.3
ころ軸受	自動調心ころ軸受	1.15
	シェル形針状ころ軸受	1
	その他ころ軸受	1.1

表 5.3 ラジアル玉軸受 f_c

$D_w \cos \alpha / D_{pw}$	深溝・アンギュラ玉軸受	自動調心玉軸受
0.01	29.1	9.9
0.02	35.8	12.4
0.03	40.3	14.3
0.04	43.8	15.9
0.05	46.7	17.3
0.06	49.1	18.6
0.07	51.1	19.9
0.08	52.8	21.1
0.09	54.3	22.3
0.10	55.5	23.4
0.12	57.5	25.6
0.14	58.8	27.7
0.16	59.6	29.7
0.18	59.9	31.7
0.20	59.9	33.5
0.22	59.6	35.2
0.24	59.0	36.8
0.26	58.2	38.2
0.28	57.1	39.4
0.30	56.0	40.3
0.32	54.6	40.9
0.34	53.2	41.2
0.36	51.7	41.3
0.37	50.9	41.2
0.38	50.0	41.0
0.39	49.2	40.7
0.40	48.4	40.4

D_{pw} : 転動体ピッチ径 (mm)

表 5.4 ラジアルころ軸受 f_c

$D_{we} \cos \alpha / D_{pw}$	ラジアルころ軸受
0.01	52.1
0.02	60.8
0.03	66.5
0.04	70.7
0.05	74.1
0.06	76.9
0.07	79.2
0.08	81.2
0.09	82.8
0.10	84.2
0.12	86.4
0.14	87.7
0.16	88.5
0.18	88.8
0.20	88.7
0.22	88.2
0.24	87.5
0.26	86.4
0.28	85.2
0.29	84.5
0.30	83.8

5.1.2 基本動定格荷重式の誘導

転がり軸受の負荷能力と寿命については *Lundberg* と *Palmgren* によって確立されており、*Lundberg-Palmgren* 理論 (L-P 理論) ともいわれている。これは *Hertz* の接触理論から各種設計因子の影響を求めると共に、各種実験によりそれらの係数を決定することで負荷容量の計算式を設定したものである。この計算式は ISO により基本動定格荷重として標準化され転がり軸受負荷容量の基準となっている。

転がり軸受の疲労による最終的な破壊は「剥離」という現象となって現れる。この剥離が発生する確率は、材料破壊においてもっとも効果の大きい最大せん断応力 τ_0 とそれが発生する深さ Z_0 の影響を受ける。応力体積 V に N 回の繰返し応力を受けた時、耐えられる確率を S とし、*Lundberg* は試験結果から以下の式を決定した。

$$\ln \frac{1}{S} \propto \frac{\tau_0^c N^e V}{Z_0^h} \dots\dots\dots (5.1)$$

- S : 残存確率
- τ_0 : 最大せん断応力 (MPa)
- Z_0 : 最大せん断応力深さ (mm)
- N : 応力負荷の繰返し数
- V : 応力体積 $V \doteq 2aZ_0\pi d$
- a : 接触だ円長軸半径 (mm)
- d : 軌道径 (mm)
- c, e, h : 係数

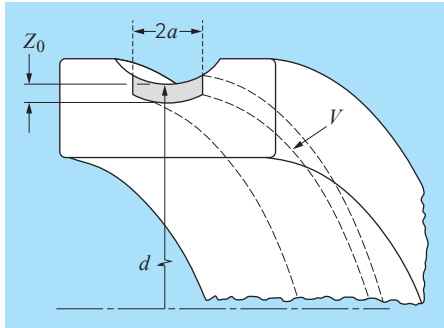


図 5.1 負荷を受ける軌道輪

ここで、 u を 1 回転あたりの繰返し数、 L をその時の寿命 (総回転数: 単位 10^6 回転) とすれば、 $N = uL$ となり

$$\frac{\tau_0^c u^e L^e V}{Z_0^h} \propto \ln \frac{1}{S} = C \frac{\tau_0^c u^e L^e V}{Z_0^h} \dots\dots\dots (5.2)$$

C : 係数

式 (5.2) が転がり疲れにおける基礎式となる。

この基礎式から、残存確率 S が一定の時、 u, τ_0, Z_0, V が決まれば寿命 L を求めることができる。特定の軸受に対しては荷重 F を与えることによって、 u, τ_0, Z_0, V は決定されることから、荷重される荷重 F から寿命 L を求めることができる。軸受の定格寿命は「90 % の軸受が疲労剥離を起こさずに回転すること (残存確率 90 %)」であるため、式 (5.2) において、 $S = 0.9$ とすれば以下となる。

① 荷重 F を与えれば寿命 L を求めることができる (寿命算出式)。

② $L = 1$ として、荷重 F を求めればこの荷重は動定格荷重 C となる (定格荷重算出式)。

ここでは、一般的なラジアル玉軸受を対象に基本動定格荷重の算出式を求める。

基礎式を構成する τ_0, Z_0, V および u を荷重および軸受諸元に置き換えることによって、軸受諸元から荷重を算出する玉軸受の基本動定格荷重式を求める。

1. τ_0, Z_0, V の置換え

1) τ_0, Z_0, V の関係式

最大せん断応力の関係式より

$$\tau_0 = T\sigma_{\max}, Z_0 = \zeta b, \quad \text{ここで, } T, \zeta \text{ は } b/a \text{ で決まる定数}$$

図 5.1 より応力体積 V は

$$V \doteq \text{断面積} \times \text{円周長さ} = 2aZ_0\pi d$$

Hertz の接触理論より

$$\sigma_{\max} = \frac{3Q}{2\pi ab}, \quad a = \mu \sqrt[3]{\frac{3Q}{E_0 \sum \rho}}, \quad b = \nu \sqrt[3]{\frac{3Q}{E_0 \sum \rho}}$$

Q : 転動体荷重 (N)

σ_{\max} : 最大接触応力 (MPa)

a : 接触だ円長軸半径 (mm)

b : 接触だ円短軸半径 (mm)

E_0 : 材料により決まる定数 (等価縦弾性係数)

$$\frac{1}{E_0} = \frac{1 - \left(\frac{1}{m}\right)^2}{E} \quad (\text{鋼対鋼の場合})$$

E : 縦弾性係数

m : ポアソン数 (ポアソン比の逆数)

μ, ν : 接触状態によって決まる定数

$\sum \rho$: 曲率総和

2) 上式の関係より式 (5.1) の Z_0, τ_0, V を置換え

$$\ln \frac{1}{S} \propto \frac{T^c u^e L^e \pi d D_w^{2-h}}{\zeta^{h-1} \mu^{c-1} \nu^{c+h-1}} \left(\frac{E_0 D_w \sum \rho}{3} \right)^{(2c+h-2)/3} \left(\frac{Q}{D_w^2} \right)^{(c-h+2)/3} \dots\dots (5.3)$$

D_w : 玉径 【比例式では π 等の定数は消去される】

2. 転動体荷重 Q_c (接触部の負荷容量)

軸受の定格寿命を取り扱う場合は残存確率 $S = 0.9$ であるため、 $\ln(1/S)$ は定数となり、式 (5.3) は以下となる。

$$\left(\frac{Q}{D_w^2} \right)^{(c-h+2)/3} L^e \propto \left[\frac{T^c u^e \pi d D_w^{2-h}}{\zeta^{h-1} \mu^{c-1} \nu^{c+h-1}} \left(\frac{E_0 D_w \sum \rho}{3} \right)^{(2c+h-2)/3} \right]^{-1} \dots\dots (5.4)$$

Lundberg の耐久試験データより $e = 10/9, c = 31/3, h = 7/3$ と決定されている。

また、比例式から等式にするための定数 C や $E_0/3$ および π は定数であるため、定数部分をまとめて A_1 、それ以外を ϕ として整理すると

$$QL^{1/3} = A_1 \phi D_w^{1.8} \dots\dots\dots (5.5)$$

$$\phi = \left(\frac{T_1}{T} \right)^{3.1} \left(\frac{\zeta}{\zeta_1} \right)^{0.4} \frac{\mu^{2.8} \nu^{3.5} u^{-1/3}}{(D_w \sum \rho)^{2.1}} \left(\frac{D_w}{d} \right)^{0.3} \dots\dots\dots (5.6)$$

ここで、 T_1, ζ_1 は点接触 ($b/a = 1$ とする) の時の定数

d : 軌道径

10^6 回の繰返し負荷に耐えうる接触部の荷重 (接触部の負荷容量) を Q_c と定義すると、 $L = 1$ となるため式 (5.5) は

$$Q_c = A_1 \phi D_w^{1.8} \dots\dots\dots (5.7)$$

3. 係数 ϕ の $\Sigma\rho$, d を置換え

1) 曲率総和 $\Sigma\rho$ の関係式

玉軸受の接触状態より曲率総和 $\Sigma\rho$ は

$$\Sigma\rho = \frac{4}{D_w} \pm \frac{2}{D_w} \left(\frac{\gamma}{1 \mp \gamma} \right) - \frac{1}{fD_w} \quad (\text{上記号：内輪, 下記号：外輪})$$

ここで, $\gamma = \frac{D_w \cos\alpha}{D_{pw}}$ D_{pw} : 転動体ピッチ径, α : 接触角

$$f = \frac{r}{D_w} \quad (r_i: \text{内輪溝半径}, r_e: \text{外輪溝半径})$$

$$\therefore \frac{D_w}{2} \Sigma\rho = 2 \pm \frac{\gamma}{1 \mp \gamma} - \frac{1}{2f} \quad \dots\dots\dots (5.8)$$

Hertz の補助関数 $\cos\tau$ は

$$\cos\tau = \frac{\pm \frac{2}{D_w} \left(\frac{\gamma}{1 \mp \gamma} \right) + \frac{1}{fD_w}}{\Sigma\rho}$$

$$\therefore \frac{D_w}{2} \Sigma\rho \cos\tau = \pm \frac{\gamma}{1 \mp \gamma} + \frac{1}{2f} \quad \dots\dots\dots (5.9)$$

式 (5.8) + 式 (5.9) および式 (5.8) - 式 (5.9)

$$(1 + \cos\tau) \frac{D_w}{2} \Sigma\rho = 2 \pm \frac{2\gamma}{1 \mp \gamma} \quad \dots\dots\dots (5.10)$$

$$(1 - \cos\tau) \frac{D_w}{2} \Sigma\rho = 2 - \frac{1}{f} \quad \dots\dots\dots (5.11)$$

式 (5.10) より

$$D_w \Sigma\rho = \frac{4}{(1 + \cos\tau)(1 \mp \gamma)} \quad \dots\dots\dots (5.12)$$

2) d の関係式

$$d = D_{pw} \mp D_w \cos\alpha$$

$$= D_{pw} \left(1 \mp \frac{D_w \cos\alpha}{D_{pw}} \right) \quad \text{ここで,}$$

$$= D_{pw} (1 \mp \gamma)$$

3) $\Sigma\rho$, d の関係式より式 (5.6) を置換え

$$\phi = \left(\frac{T_1}{T} \right)^{3.1} \left(\frac{\zeta}{\zeta_1} \right)^{0.4} \mu^{2.8} v^{3.5} (1 + \cos\tau)^{2.1} \frac{(1 \mp \gamma)^{2.1}}{4^{2.1}} \left(\frac{D_w}{D_{pw}} \right)^{0.3} \left(\frac{1}{1 \mp \gamma} \right)^{0.3} u^{-1/3} \dots (5.13)$$

4. ϕ 中の ζ , T を整理

式 (5.11) ÷ 式 (5.10) を Ω とし, ϕ の前半部を Ω_1 とする

$$\Omega = \frac{1 - \cos\tau}{1 + \cos\tau} = \frac{2f - 1}{2f} (1 \mp \gamma) \quad \dots\dots\dots (5.14)$$

$$\Omega_1 = (1 + \cos\tau)^{2.1} \left(\frac{T_1}{T} \right)^{3.1} \left(\frac{\zeta}{\zeta_1} \right)^{0.4} \mu^{2.8} v^{3.5} \quad \dots\dots\dots (5.15)$$

また, Lundberg によると Ω と Ω_1 の間に以下の近似が成立する

$$\Omega_1 = 1.3\Omega^{-0.41} \quad \dots\dots\dots (5.16)$$

式 (5.14), (5.15), (5.16) を式 (5.13) に代入

$$\phi = 0.0707 \left(\frac{2f}{2f - 1} \right)^{0.41} (1 \mp \gamma)^{1.39} \left(\frac{D_w}{D_{pw}} \right)^{0.3} u^{-1/3}$$

5. u の置換え

1 回転当りの転動体通過数は (上記号：内輪, 下記号：外輪),

$$u = \frac{Z(d_m \pm D_w \cos\alpha)}{2D_{pw}}$$

$$= \frac{Z}{2} \left(1 \pm \frac{D_w \cos\alpha}{D_{pw}} \right)$$

$$\therefore u = 0.5Z (1 \pm \gamma)$$

$$\therefore \phi = 0.089 \left(\frac{2f}{2f - 1} \right)^{0.41} \frac{(1 \mp \gamma)^{1.39}}{(1 \pm \gamma)^{1/3}} \left(\frac{\gamma}{\cos\alpha} \right)^{0.3} Z^{-1/3} \quad \dots\dots\dots (5.17)$$

上式を式 (5.7) に代入する。

$$Q_c = 0.089A_1 \left(\frac{2f}{2f - 1} \right)^{0.41} \frac{(1 \mp \gamma)^{1.39}}{(1 \pm \gamma)^{1/3}} \left(\frac{\gamma}{\cos\alpha} \right)^{0.3} Z^{-1/3} D_w^{1.8}$$

ここで, 軸受鋼の試験データから $0.089A_1 = 98.1$ が得られているため,

$$Q_c = 98.1 \left(\frac{2f}{2f - 1} \right)^{0.41} \frac{(1 \mp \gamma)^{1.39}}{(1 \pm \gamma)^{1/3}} \left(\frac{\gamma}{\cos\alpha} \right)^{0.3} Z^{-1/3} D_w^{1.8} \quad \dots\dots\dots (5.18)$$

本式が接触点での負荷容量となり軸受負荷容量算出の基準となる。

6. 寿命式の算出

垂直荷重 Q_m を受けた時の疲労寿命を L とすると式 (5.5), 式 (5.7) より

$$Q_m L^{1/3} = Q_c$$

$$\therefore L = \left(\frac{Q_c}{Q_m} \right)^3 \dots\dots\dots (5.19)$$

軸受は回転輪と固定輪では負荷の受け方が異なるが、ここでは内輪を回転輪、外輪を固定輪とする (内輪に i , 外輪に e の添え字を付ける)。内輪では軌道面の全ての点で均等な繰返し荷重を受け、外輪では各接点で異なる荷重を受ける。そのため内輪と外輪では異なる寿命となり、軸受全体としては内輪寿命と外輪寿命の総合寿命となる。

7. 最大転動体荷重

ラジアル荷重として定格荷重 C_r が負荷された場合には、3章の式 (3.39) より以下の関係がある

$$C_r = Z Q_{\max} J_r(\varepsilon) \cos \alpha$$

ε : 負荷率
 $J_r(\varepsilon)$: ラジアル積分

従って、前項で求めた接点部の負荷容量 Q_c と最大転動体荷重 Q_{\max} の関係を求めれば、それぞれの定格荷重を求めることができる。

1) 内輪の場合

軌道面すべての接点で均等な繰返し荷重を受け、データから垂直荷重 Q_{mi} は転動体荷重の3乗平均に良く一致している。

$$Q_{mi} = \left(\frac{1}{Z} \sum_{j=1}^{j=Z} Q_i^3 \right)^{1/3}$$

$$= \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} Q_\psi^3 d\psi \right)^{1/3} \dots\dots\dots (5.20)$$

10^6 回転の寿命 ($L = 1$) を与える時、式 (5.19) より Q_m は Q_c と等しくなるため

$$Q_{ci} = Q_{mi} = \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} Q_\psi^3 d\psi \right)^{1/3} \dots\dots\dots (5.21)$$

玉軸受の転動体荷重を最大転動体荷重で表すと下式になる。

$$Q_\psi = Q_{\max} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos\psi) \right]^{1.5}$$

従って、

$$Q_{ci} = Q_{\max} \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\psi_0}^{+\psi_0} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos\psi) \right]^{4.5} d\psi \right)^{1/3} = Q_{\max} J_1(\varepsilon) \dots (5.22)$$

ここで、 $J_1(\varepsilon) = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\psi_0}^{+\psi_0} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos\psi) \right]^{4.5} d\psi \right)^{1/3}$

ψ_0 : 負荷限界角 * 3.1 章参照

2) 外輪の場合

軌道面の各々の点が一一定の転動体荷重を受けているため、それぞれの点では応力振幅は一定となる。外輪を微小長さの集合体と考え、微小部分の残存確率を ΔS_n とすると、外輪全体の残存確率 S_e は下記となる。

$$S_e = \Delta S_1 \times \Delta S_2 \times \Delta S_3 \times \dots\dots \times \Delta S_n$$

$$\therefore \ln \frac{1}{S_e} = \ln \frac{1}{\Delta S_1} + \ln \frac{1}{\Delta S_2} + \ln \frac{1}{\Delta S_3} + \dots\dots + \ln \frac{1}{\Delta S_n} \dots\dots\dots (5.23)$$

式 (5.3) を等式にして整理すると、

$$\ln \frac{1}{S_e} = C_2 Q^{(c-h+2)/3} L^e \pi d \dots\dots\dots (5.24)$$

$$C_2 = \frac{T^c u^e}{\zeta^{h-1} \mu^{c-1} \nu^{c+h-1}} \left(\frac{E_0 \sum \rho}{3} \right)^{(2c+h-2)/3}$$

外輪軌道長さ l の微小部分を Δl 、その部分の残存確率を ΔS_n とし、この部分に加わる荷重を $Q(\psi)$ とすると

$$\ln \frac{1}{\Delta S_n} = C_2 Q(\psi)^{(c-h+2)/3} L^e \Delta l$$

ここで、 $\Delta(\pi d) = \Delta l$

式 (5.23) に代入して整理する。

$$\ln \frac{1}{S_e} = C_2 L^e \int_{-\psi_0}^{+\psi_0} Q(\psi)^{10/3} d\psi$$

ここで、 $c = 31/3$, $h = 7/3$

微小長さ dl と微小角度 $d\psi$ の関係は $dl = (d/2) d\psi$ となるため

$$\ln \frac{1}{S_e} = C_2 L^e \frac{d}{2} \int_{-\psi_0}^{+\psi_0} Q(\psi)^{10/3} d\psi \dots\dots\dots (5.25)$$

式 (5.24), 式 (5.25) より

$$C_2 Q^{10/3} L^e \pi d = C_2 L^e \frac{d}{2} \int_{-\psi_0}^{+\psi_0} Q(\psi)^{10/3} d\psi$$

ここで内輪同様 10^6 回転の寿命を与える荷重を Q_{ce} とすると

$$Q_{ce} = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\psi_0}^{+\psi_0} Q(\psi)^{10/3} d\psi \right)^{3/10}$$

内輪同様、玉軸受の転動体荷重を最大転動体荷重で表すと下式になる。

$$Q_{\psi} = Q_{\max} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos\psi) \right]^{1.5}$$

従って、

$$Q_{ce} = Q_{\max} \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\psi_0}^{+\psi_0} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos\psi) \right]^5 d\psi \right)^{3/10} \dots\dots\dots (5.26)$$

$$= Q_{\max} J_2(\varepsilon)$$

$$\text{ここで、} J_2(\varepsilon) = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\psi_0}^{+\psi_0} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos\psi) \right]^5 d\psi \right)^{3/10}$$

J_1 および J_2 は ε に関する関数のため、代表的な ε について求めると表 5.5 になる。

表 5.5 J_1, J_2 の積分

負荷率 ε	玉軸受		ころ軸受	
	J_1	J_2	J_1	J_2
0	0	0	0	0
0.1	0.4275	0.4608	0.5287	0.5633
0.2	0.4306	0.5100	0.5772	0.6073
0.3	0.5150	0.5427	0.6079	0.6359
0.4	0.5411	0.5673	0.6309	0.6571
0.5	0.5625	0.5875	0.6495	0.6744
0.6	0.5808	0.6045	0.6653	0.6888
0.7	0.5970	0.6196	0.6792	0.7015
0.8	0.6104	0.6330	0.6906	0.7127
0.9	0.6248	0.6453	0.7028	0.7229
1	0.6372	0.6566	0.7132	0.7323
1.25	0.6652	0.6821	0.7366	0.7532
1.67	0.7064	0.7190	0.7705	0.7832
2.5	0.7707	0.7777	0.8216	0.8301
5	0.8675	0.8693	0.8989	0.9014
∞	1	1	1	1

8. 基本動定格荷重

1) 内外輪の負荷容量

最大転動体荷重 Q_{\max} と基本動定格荷重 C_r の関係より

$$C_r = ZQ_{\max} J_r(\varepsilon) \cos\alpha$$

式 (5.22), 式 (5.26) より Q_C から C_r を求めることができる。

$$C_{ri} = ZQ_{ci} \frac{J_r(\varepsilon)}{J_1(\varepsilon)} \cos\alpha \rightarrow \text{内輪の基本動負荷容量}$$

$$C_{re} = ZQ_{ce} \frac{J_r(\varepsilon)}{J_2(\varepsilon)} \cos\alpha \rightarrow \text{外輪の基本動負荷容量}$$

基本動定格荷重は負荷率 $\varepsilon = 0.5$ の時であるから、 $J_r(0.5) = 0.2288$, $J_1(0.5) = 0.5625$, $J_2(0.5) = 0.5875$ と式 (5.18) を上式に代入すると、

$$C_{ri} = 39.9 \left(\frac{2f}{2f-1} \right)^{0.41} \frac{(1-\gamma)^{1.39}}{(1+\gamma)^{1/3}} \gamma^{0.3} (\cos\alpha)^{0.7} Z^{2/3} D_w^{1.8} \dots\dots\dots (5.27)$$

$$C_{re} = 38.2 \left(\frac{2f}{2f-1} \right)^{0.41} \frac{(1+\gamma)^{1.39}}{(1-\gamma)^{1/3}} \gamma^{0.3} (\cos\alpha)^{0.7} Z^{2/3} D_w^{1.8} \dots\dots\dots (5.28)$$

2) 軸受全体の負荷容量

軸受全体および内輪、外輪の寿命計算は

$$L = \left(\frac{C_r}{P} \right)^3, L_i = \left(\frac{C_{ri}}{P} \right)^3, L_e = \left(\frac{C_{re}}{P} \right)^3 \dots\dots\dots (5.29)$$

内輪と外輪の総合寿命が軸受全体の寿命と考えると、(5.2.4 項参照)

$$\frac{1}{L^{10/9}} = \frac{1}{L_i^{10/9}} + \frac{1}{L_e^{10/9}} \dots\dots\dots (5.30)$$

これらの式を整理すると

$$C_r = (C_{ri}^{-10/3} + C_{re}^{-10/3})^{-0.3} = C_{ri} \left[1 + \left(\frac{C_{re}}{C_{ri}} \right)^{-10/3} \right]^{-0.3} \dots\dots\dots (5.31)$$

3) 複数列の場合

i 列の軸受に等価荷重 P が負荷された状態を考える。

C : i 列軸受の基本動定格荷重

C_1 : 1 列軸受の基本動定格荷重

i 列の軸受と考えた場合の寿命を L , 1 列の軸受とした場合の寿命を L_1 とすると,

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^3 \quad L_1 = \left(\frac{C_1}{P_1}\right)^3$$

「全体の寿命 = i 列軸受の総合寿命」であるため

$$\frac{1}{L^e} = \frac{1}{L_1^e} + \frac{1}{L_1^e} + \dots + \frac{1}{L_1^e}$$

i 個

従って,

$$\frac{1}{\left(\frac{C}{P}\right)^{3e}} = \frac{1}{\left(\frac{C_1}{P_1}\right)^{3e}} + \frac{1}{\left(\frac{C_1}{P_1}\right)^{3e}} + \dots + \frac{1}{\left(\frac{C_1}{P_1}\right)^{3e}} = i \times \frac{1}{\left(\frac{C_1}{P_1}\right)^{3e}}$$

$$C^{3e} = (iC_1)^{3e} i^{-1} \quad \text{ここで, } e = 10/9$$

$$\therefore C = i^{0.7} C_1 \dots\dots\dots (5.32)$$

4) 基準となる基本動定格荷重

式 (5.27), (5.28), (5.31), (5.32) を集約すると
下記ラジアル玉軸受の基本動定格荷重の計算式が求まる。

$$C_r = f_c (i \cos \alpha)^{0.7} Z^{2/3} D_w^{1.8} \dots\dots\dots (5.33)$$

$$f_c = 39.9\lambda \left[1 + \left\{ 1.04 \left(\frac{1-\gamma}{1+\gamma} \right)^{1.72} \left(\frac{f_i}{f_c} \frac{2f_c-1}{2f_i-1} \right)^{0.41} \right\}^{10/9} \right]^{-0.3} \times \frac{\gamma^{0.3} (1-\gamma)^{1.39}}{(1+\gamma)^{1/3}} \left(\frac{2f_i}{2f_c-1} \right)^{0.41} \dots\dots\dots (5.34)$$

f_c は設計に関する係数であり, ISO により規定されている。

f_i : 玉径に対する内輪溝半径比

f_c : 玉径に対する外輪溝半径比

λ : 製造誤差を考慮した減少係数

ころ軸受についても接触部の扱いを点接触から線接触にするだけで同様に求めることができる。

≪現在の基本動定格荷重≫

上記の基本動定格荷重計算式は *Lundberg - Palmgren* により設定され, ISO に導入されたが, それ以降の軸受材料の品質向上, 設計技術や製造技術の進歩・改善によって実際の軸受寿命は大幅に増加した。これに対処するため 1992 年に補正係数として定格係数 b_m を設定し基本動定格荷重を調整している。

定格係数 b_m : 軸受鋼の品質向上, 設計技術および製造技術の革新・改善による修正係数 (表 5.2)

5.2 基本定格寿命

軸受の寿命は材料の疲れ破壊によって決定されるものであるためかなり大きなばらつきがある。これは材料の転がり疲れが本質的には定まった 1 つの値ではなく統計的性質を持った現象であるためである。従って, このばらつきを統計的に処理して次のように基本定格寿命を定義している。

基本定格寿命とは一群の同じ軸受を同一の条件で個々に回転させた時, その 90 % が転がり疲れによるスポーリング (フレーキング) を生じることなく回転できる総回転数である。

5.2.1 軸受寿命計算

1) 基本定格寿命

基本定格寿命は軸受の負荷能力である基本動定格荷重とラジアル荷重およびアキシャル荷重から算出された動等価荷重によって下式で計算される。

* 動等価荷重については 5.3 項を参照のこと。

$$\text{玉軸受 } L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^3 \dots\dots\dots (5.35)$$

$$\text{ころ軸受 } L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^{10/3} \dots\dots\dots (5.36)$$

ここで, L_{10} : 基本定格寿命 ($\times 10^6$ 回転)

C : 基本動定格荷重 (N)

ラジアル軸受 C_r

スラスト軸受 C_a

P : 動等価荷重 (N)

動等価ラジアル荷重 P_r

動等価アキシャル荷重 P_a

定格寿命は通常, 下式を用いて時間で表すことが多い。

$$L_{10h} = \frac{10^6}{60n} L_{10} \dots\dots\dots (5.37)$$

ここで, L_{10h} : 基本定格寿命 (h)

n : 回転速度 (min^{-1})

2) 補正定格寿命

通常の軸受寿命は前項の定格寿命の計算を行うが, 用途によって 90 % 以上の信頼度で軸受寿命を求める必要があったり, 特別に改良された軸受材料および製造方法を用いて軸受寿命を延長する場面がある。また, 使用条件によっては軸受寿命に影響を及ぼす事があるため, これらを考慮して基本定格寿命を補正した補正定格寿命を求めることができる。

$$L_{na} = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot L_{10} \dots\dots\dots (5.38)$$

ここで, L_{10} : 基本定格寿命 ($\times 10^6$ 回転)

a_1 : 信頼度係数

a_2 : 軸受特性係数

a_3 : 使用条件係数

① a_1 : 信頼度係数

基本定格寿命は信頼度 90 % の寿命を表しており、信頼度 90 % 以上の場合は補正が必要である（詳細は次項）。**表 5.6** に信頼度 90 % 以上の係数を示す。

表 5.6 信頼度係数

信頼度 %	L_n	信頼度係数 a_1
90	L_{10}	1
95	L_5	0.64
96	L_4	0.55
97	L_3	0.47
98	L_2	0.37
99	L_1	0.25
99.9	$L_{0.1}$	0.093
99.95	$L_{0.05}$	0.077

② a_2 : 軸受特性係数

軸受材料の種類、品質および製造工程等が特殊な場合は軸受特性係数 a_2 で補正する。特別に改良された材料、製造方法を用いた軸受は $a_2 > 1$ とする場合がある。寸法安定化処理を施した場合は硬さが低下するため**表 5.7** で補正する。

表 5.7 寸法安定化処理

記号	最高使用温度 °C	軸受特性係数 a_2
TS2	160	1.00
TS3	200	0.73
TS4	250	0.48

③ a_3 : 使用条件係数

使用条件係数 a_3 は主として潤滑状態の悪化または劣化に対する係数であり、潤滑状態が良好な場合には $a_3 > 1$ を取れるが、例えば下記のように潤滑条件が悪い場合には $a_3 < 1$ となる。

◀潤滑条件が悪い例▶

- ・ 使用時の潤滑油動粘度が低い場合
目安の動粘度：玉軸受 $13 \text{ mm}^2/\text{s}$ 以下、ころ軸受 $20 \text{ mm}^2/\text{s}$ 以下
 - ・ 回転速度が特に低い場合
 $D_{pw} \cdot n < 10\,000$
 D_{pw} : 転動体ピッチ径 (mm) n : 回転速度 (min^{-1})
 - ・ 潤滑剤に異物、水分が混入する場合
- 特殊な使用条件の場合には **NTN** にご照会ください。

3) 修正定格寿命

i) 経緯

軸受の補正定格寿命 L_{na} は式 (5.38) で示した通りであるが、この中で a_2 と a_3 は独立したものでなく相互に関連すると考えられてきたため、ISO では a_{23} のように統合の提案、検討がされていた。その結果、2007 年の ISO 281 において、軸受寿命に影響する特性、潤滑などの相互作用を考慮した補正係数、すなわち統合したシステムアプローチに基づく寿命修正係数 a_{ISO} が導入された。それに伴い、2013 年に JIS B 1518 も同様の内容に改正された。寿命修正係数 a_{ISO} を用いた修正定格寿命 L_{nm} は式 (5.39) で求めることができる。

$$L_{nm} = a_1 \cdot a_{ISO} \cdot L_{10} \dots\dots\dots (5.39)$$

ii) 寿命修正係数 a_{ISO}

寿命修正係数 a_{ISO} は材料の特性と潤滑条件とを統合して求める値であり、ISO 281:2007 においては式 (5.40) の関数として与えられている。

$$a_{ISO} = f\left(\frac{e_c C_u}{P}, \kappa\right) \dots\dots\dots (5.40)$$

ここで、

C_u : 疲労限荷重

軌道の最大荷重接触部において疲労限応力が発生する時の荷重。軸受の形式、内部諸元、品質、材料強度に依存し、**NTN** 軸受の各疲労限荷重の値は、各寸法表に記載している。

e_c : 汚染係数

潤滑剤（油）に混入した硬質汚染粒子により、軌道面上に圧痕が形成される場合がある。これによって表面起点損傷が生じるため清浄油に比べて軸受寿命は低下する。汚染係数 e_c はこれを考慮した係数で、粒子の大きさ、硬さ、軸受の大きさ、潤滑剤の粘度（油膜厚さ）の影響を受ける。**表 5.8** のように軸受の大きさ（転動体のピッチ径 D_{pw} 、平均軸受直径 $(d+D)/2$ で代用可）、ろ過やシール構造（前洗浄有無なども含む）によって概略値が決められている。

κ : 潤滑剤の粘度比

転がり接触面は潤滑剤によって分離されているが、潤滑剤の粘度が低い場合には分離が不十分になり、金属接触が生じて表面起点型損傷が発生する。粘度比 κ はこの影響を考慮した係数で、潤滑剤の基準動粘度 v_1 に対する使用中の動粘度 v との比で式 (5.41) で表わされる。

$$\kappa = v / v_1 \dots\dots\dots (5.41)$$

基準動粘度 v_1 は軸受の回転速度 n および大きさ (D_{pw}) に依存し、**図 5.2** あるいは式 (5.42)、式 (5.43) により求められる。

表 5.8 汚染係数 e_C の値

汚染レベル	e_C	
	$D_{pw} < 100 \text{ mm}$	$D_{pw} \geq 100 \text{ mm}$
極めて高い清浄度 粒子の大きさは潤滑剤の油膜厚さ程度で、実験室レベルの環境	1	1
高い清浄度 極めて細かなフィルタでろ過された油、標準的なグリース封入軸受およびシール軸受	0.8~0.6	0.9~0.8
標準清浄度 細かなフィルタでろ過された油、標準的なグリース封入軸受およびシールド軸受	0.6~0.5	0.8~0.6
軽度の汚染状態 潤滑剤が僅かに汚染	0.5~0.3	0.6~0.4
普通の汚染状態 シールなし、粗いフィルタ使用、摩耗粉および周辺から粒子が侵入する環境	0.3~0.1	0.4~0.2
重度の汚染状態 著しく汚染された周辺環境、かつ、軸受の密封性が不十分な状態	0.1~0	0.1~0
極度の汚染状態	0	0

$n < 1000 \text{ min}^{-1}$ の場合
 $v_1 = 45000n^{-0.83} D_{pw}^{-0.5} \dots (5.42)$

$n \geq 1000 \text{ min}^{-1}$ の場合
 $v_1 = 4500n^{-0.5} D_{pw}^{-0.5} \dots (5.43)$

a_{ISO} の計算式を表 5.9、算出線図を図 5.3 ~ 図 5.6 に示す。ここで、等価荷重 P はラジアル軸受の場合 $P = P_r$ であるが、スラスト軸受の場合は玉軸受では $P = 3P_a$ 、ころ軸受では $P = 2.5P_a$ を用いる。

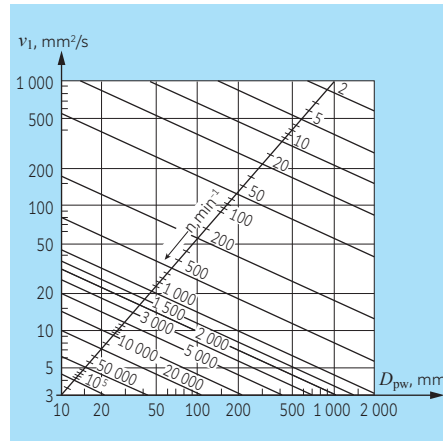


図 5.2 基準動粘度 v_1 を求める線図

表 5.9 a_{ISO} の計算式

粘度比: $0.1 \leq \kappa < 0.4$	
玉軸受	$a_{ISO} = 0.1 \times \left\{ 1 - \left[2.5671 - \frac{2.2649}{\kappa^{0.054381}} \right]^{0.83} \left(\frac{e_C C_u}{P} \right)^{1/3} \right\}^{-9.3}$
ころ軸受	$a_{ISO} = 0.1 \times \left\{ 1 - \left[1.5859 - \frac{1.3993}{\kappa^{0.054381}} \right] \left(\frac{e_C C_u}{P} \right)^{0.4} \right\}^{-9.185}$
粘度比: $0.4 \leq \kappa < 1$	
玉軸受	$a_{ISO} = 0.1 \times \left\{ 1 - \left[2.5671 - \frac{1.9987}{\kappa^{0.19087}} \right]^{0.83} \left(\frac{e_C C_u}{P} \right)^{1/3} \right\}^{-9.3}$
ころ軸受	$a_{ISO} = 0.1 \times \left\{ 1 - \left[1.5859 - \frac{1.2348}{\kappa^{0.19087}} \right] \left(\frac{e_C C_u}{P} \right)^{0.4} \right\}^{-9.185}$
粘度比: $1 \leq \kappa < 4$	
玉軸受	$a_{ISO} = 0.1 \times \left\{ 1 - \left[2.5671 - \frac{1.9987}{\kappa^{0.071739}} \right]^{0.83} \left(\frac{e_C C_u}{P} \right)^{1/3} \right\}^{-9.3}$
ころ軸受	$a_{ISO} = 0.1 \times \left\{ 1 - \left[1.5859 - \frac{1.2348}{\kappa^{0.071739}} \right] \left(\frac{e_C C_u}{P} \right)^{0.4} \right\}^{-9.185}$

e_C : 汚染係数

C_u : 疲労限荷重 (N)

κ : 潤滑剤の粘度比

P : 等価荷重 (N)

ラジアル軸受の場合, $P = P_r$

スラスト軸受の場合, $P = 3P_a$ (玉軸受)

$P = 2.5P_a$ (ころ軸受)

図 5.3 にラジアル玉軸受における C_u/P , e_c , κ と a_{ISO} の関係を示す。図の使用に当たっては、以下の制約がある。

① a_{ISO} は実用上、最大でも 50 とする。

$1\kappa > 4$ の場合は、 $\kappa = 4$ とする。 $\kappa < 0.1$ の場合は適用できない。

また、ラジアルころ軸受、スラスト玉軸受、スラストころ軸受についてもこれらの関係図(図 5.4 ~ 5.6)がある。基本的に、潤滑油種によらず適用可能であるが、グリース潤滑や特殊な添加剤、特殊な回転挙動などの場合は、NTN にご相談ください。

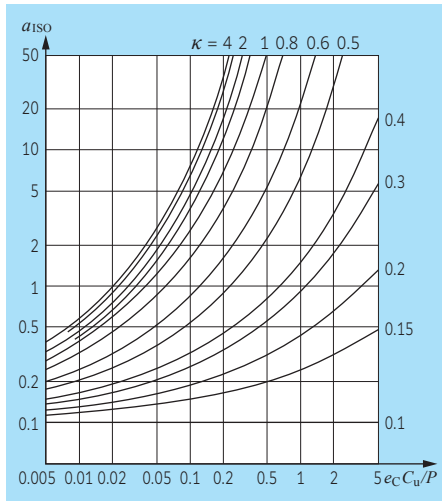


図 5.3 寿命修正係数 a_{ISO} (ラジアル玉軸受)

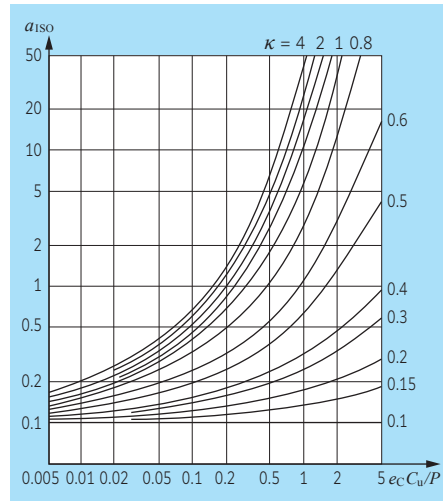


図 5.4 寿命修正係数 a_{ISO} (ラジアルころ軸受)

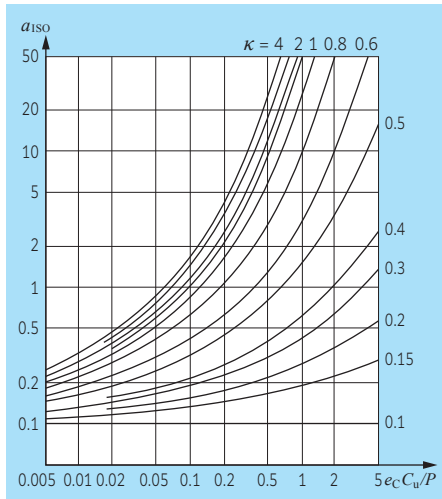


図 5.5 寿命修正係数 a_{ISO} (スラスト玉軸受)

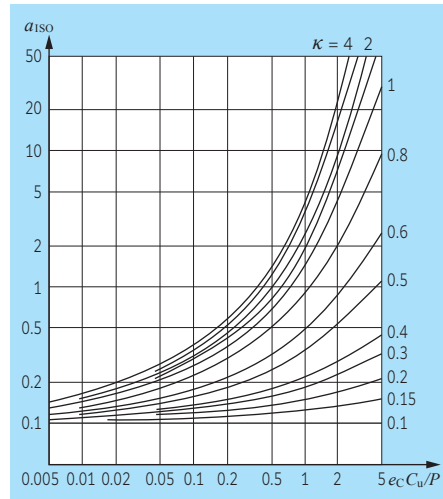


図 5.6 寿命修正係数 a_{ISO} (スラストころ軸受)

5.2.2 信頼度係数

軸受の寿命はワイブル分布に従うことがよく知られており、信頼度係数もワイブル分布を基に求められている。軸受寿命のワイブル分布は以下の式で表わされる。

$$F(L) = 1 - e^{-\alpha L^\beta} \dots\dots\dots (5.44)$$

ここで、 $F(L)$: 累積破損確率

全体の個数に対する破損した累積個数の割合

L : 寿命

α : 材料の強さを表す定数

β : 材料強さのばらつきを表す定数 (ワイブルスロープ)

式 (5.44) を変形して、2 回対数を取ると、 β はワイブル線図での傾きになる。

この傾きは寿命データにより、玉軸受: $\beta = 10/9$, ころ軸受: $\beta = 9/8$ と規定されている。

$$\ln \ln \frac{1}{1 - F(L)} = \beta \ln L + \ln \alpha \dots\dots\dots (5.45)$$

累積破損確率 $F(0.1)$ の時 (信頼度 90%) の寿命を L_{10} , 任意の破損確率 $F(L')$ における寿命を L' とすると、それぞれは下式で表される。

$$\ln \ln \frac{1}{1 - 0.1} = \beta \ln L_{10} + \ln \alpha \dots\dots\dots (5.46)$$

$$\ln \ln \frac{1}{1 - F(L')} = \beta \ln L' + \ln \alpha \dots\dots\dots (5.47)$$

式 (5.47) - 式 (5.46) として整理すると基本定格寿命 (L_{10}) に対する寿命比が信頼度係数になる。

$$\frac{L'}{L_{10}} = \left(\frac{\ln \frac{1}{1 - F(L')}}{\ln \frac{1}{0.1}} \right)^{1/\beta} = a_1$$

ワイブル線図で表せば図 5.7 のようになる。破損確率 10% 以下では、データから線図の傾きは $\beta = 3/2$ となっている。また、破損確率が低い領域では一定の最小寿命が存在することから ISO によって補正されたものが式 (5.48) であり、図 5.8 である。この式で計算した結果が前項の表 5.6 である。

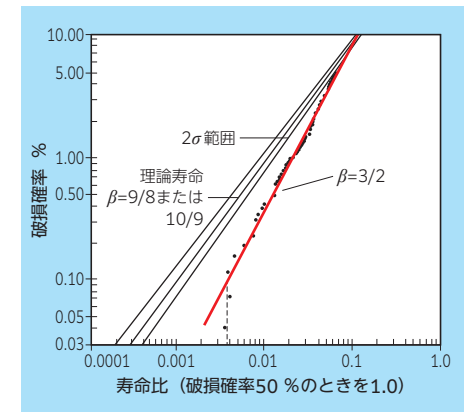


図 5.7 破損確率 10% 以下の寿命分布

$$a_1 = \frac{L'}{L_{10}} = 0.95 \left(\frac{\ln \frac{1}{1 - F(L')}}{\ln \frac{1}{0.9}} \right)^{2/3} + 0.05 \dots\dots\dots (5.48)$$

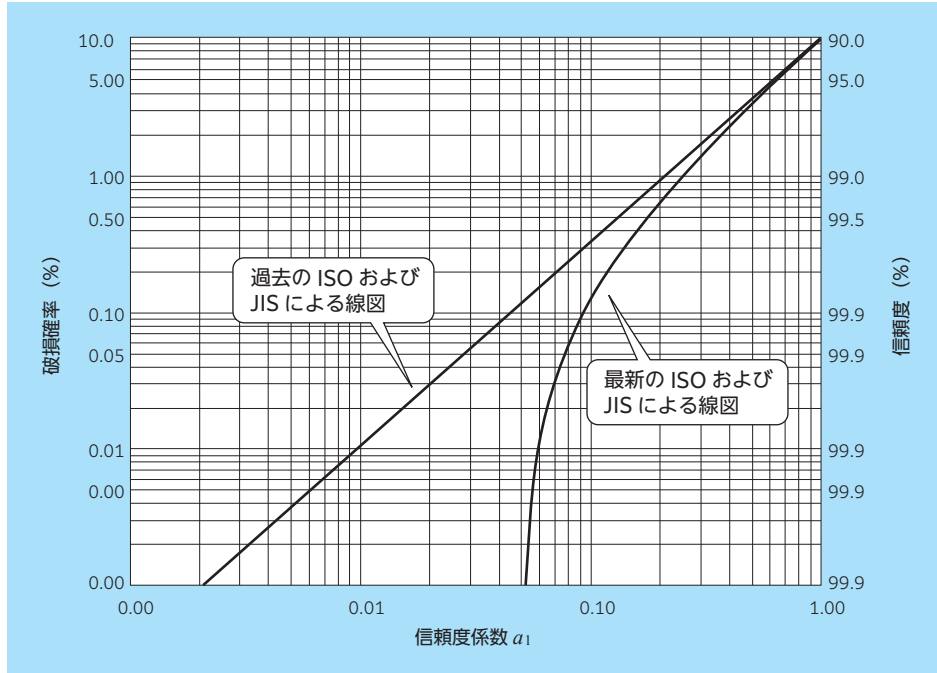


図 5.8 信頼度係数 a_1

5.2.3 使用比率による寿命計算

一つの軸受において使用条件が変化する時の寿命について、Miner の累積損傷則 (Miner Rule) の考え方に基いて求める。Miner の累積損傷則を軸受に置き換えて定義すると以下になる。

≪ Miner の累積損傷則 ≫

転がり軸受に荷重 P が負荷された時の定格寿命を L (10^6 回転) とする。

この軸受は L 回転した時に軸受が寿命 (破損) となることから、1 回転した場合には軸受は $1/L$ のダメージを受ける。軸受が L 回転した時には、 $L/L = 1$ となり、ダメージの合計は 100 % となるため寿命となる。

一つの軸受が n 個の条件で使用されて、それぞれの条件での計算寿命が $L_1 \sim L_n$ となる場合を考える。

(図 5.9)

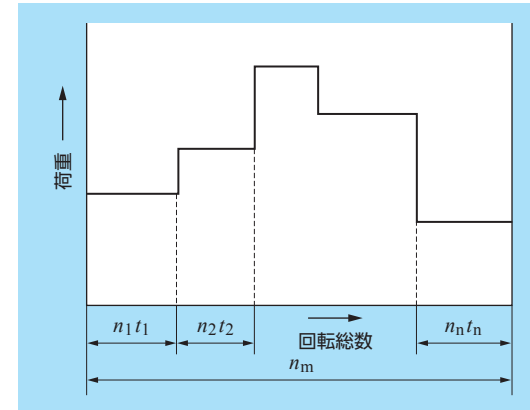


図 5.9 荷重変動

- n_n : 回転速度 (min^{-1})
- t_n : 時間での使用頻度
- $t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_n = 1$
- n_m : 全条件での回転合計 (回転)
- $n_m = t_1 n_1 + t_2 n_2 + \dots + t_n n_n$

任意の条件 j での軸受のダメージは

$$\frac{\text{条件 } n \text{ での総回転数}}{L_j} = \frac{\phi_j L_m}{L_j} \dots\dots\dots (5.49)$$

ここで、 L_j : 条件 j での計算寿命 (10^6 回転)

L_m : 総合寿命 (10^6 回転)

ϕ_j : 条件 j の総回転での使用頻度

$$\phi_j = \frac{n_j t_j}{n_m} \dots\dots\dots (5.50)$$

回転数が同一の場合は $\phi_j = t_j$ になる

Miner の累積損傷則に基づき、軸受が寿命になる時は各条件でのダメージの合計が 1 になることから

$$\frac{\phi_1 L_m}{L_1} + \frac{\phi_2 L_m}{L_2} + \frac{\phi_3 L_m}{L_3} + \dots + \frac{\phi_n L_m}{L_n} = 1$$

従って、使用条件が変化する場合の総合寿命 L_m は下式で求めることができる。

$$\frac{1}{L_m} = \frac{\phi_1}{L_1} + \frac{\phi_2}{L_2} + \frac{\phi_3}{L_3} + \dots + \frac{\phi_n}{L_n} \dots\dots\dots (5.51)$$

5.2.4 機械装置での総合寿命

複数の軸受を組み込んだ機械装置では、そのいずれかの軸受が寿命に達した時がその装置の寿命になる。この機械装置での総合寿命はワイブル分布からとめることができる。ワイブル分布を残存確率で表すと下式になる。

$$S(L) = 1 - F(L) = e^{-\alpha L^\beta} \dots\dots\dots (5.52)$$

ここで、 $F(L)$: 累積破損確率 $S(L)$: 残存確率 L : 寿命
 α : 材料強さの係数 β : 材料ばらつきの係数

式 (5.52) で逆数の対数を取ると

$$\ln \frac{1}{S(L)} = \alpha L^\beta \dots\dots\dots (5.53)$$

2 個の軸受が組み込まれた機械装置と使用している軸受 1、軸受 2 の寿命線図をワイブル確率紙にプロットすると図 5.10 のようになる。

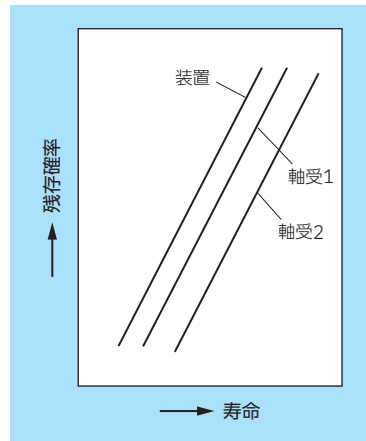


図 5.10 ワイブル線図

ここで、寿命 (総回転数) L での機械装置、軸受 1 および軸受 2 の残存確率を S_D, S_1, S_2 とすると、ワイブル線図上では図 5.11 のようになり、式 (5.53) より下式が求まる。

$$\left. \begin{aligned} \ln \frac{1}{S_D} &= \alpha_D L^\beta \\ \ln \frac{1}{S_1} &= \alpha_1 L^\beta \\ \ln \frac{1}{S_2} &= \alpha_2 L^\beta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.54)$$

* $S(L)_D, S(L)_1, S(L)_2$ を S_D, S_1, S_2 と表記する。

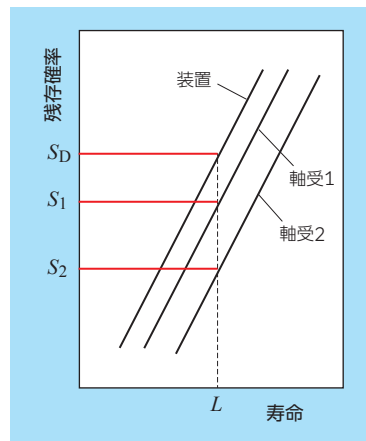


図 5.11 寿命一定の場合

同様に、残存確率を S_C とした時の機械装置、軸受 1、軸受 2 の寿命 (総回転数) を L_D, L_1, L_2 とすると図 5.12 のようになり、式 (5.53) より下式が求まる。

$$\left. \begin{aligned} \ln \frac{1}{S_C} &= \alpha_D L_D^\beta \\ \ln \frac{1}{S_C} &= \alpha_1 L_1^\beta \\ \ln \frac{1}{S_C} &= \alpha_2 L_2^\beta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.55)$$

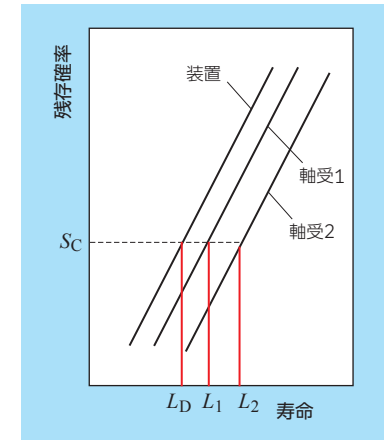


図 5.12 残存確率一定の場合

式 (5.54) と式 (5.55) で α を整理すると

$$\left. \begin{aligned} \ln \frac{1}{S_D} &= \left(\frac{L}{L_D}\right)^\beta \ln \frac{1}{S_C} \\ \ln \frac{1}{S_1} &= \left(\frac{L}{L_1}\right)^\beta \ln \frac{1}{S_C} \\ \ln \frac{1}{S_2} &= \left(\frac{L}{L_2}\right)^\beta \ln \frac{1}{S_C} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.56)$$

機械装置の残存確率は 2 個の軸受の残存確率の積になるため

$$S_D = S_1 \times S_2$$

逆数の対数を取ると

$$\ln \frac{1}{S_D} = \ln \frac{1}{S_1} + \ln \frac{1}{S_2} \dots\dots\dots (5.57)$$

式 (5.56)、式 (5.57) より総合寿命の計算式が求まる。

$$\frac{1}{L_D^\beta} = \frac{1}{L_1^\beta} + \frac{1}{L_2^\beta}$$

n 個の軸受が組み込まれた機械装置の総合寿命は以下の一般式となる。

$$\frac{1}{L_D^e} = \frac{1}{L_1^e} + \frac{1}{L_2^e} + \dots + \frac{1}{L_n^e} \dots\dots\dots (5.58)$$

- L_D : 機械装置としての総合寿命
- L_1, L_2, \dots, L_n : 個々の軸受の基本定格寿命
- e : 玉軸受 10/9
- ころ軸受 9/8

5.2.5 すきまと寿命

ISO および JIS で規定されている定格寿命はラジアル軸受の場合には負荷率 $\epsilon = 0.5$ の状態が前提となっている。ラジアル軸受に純ラジアル荷重が負荷されている場合はすきま (Δ_r) が 0 の時になる。そのため、負荷率またはすきまが変化すると軸受寿命も影響を受ける。ここでは、純ラジアル荷重が負荷されている時の $\Delta_r \neq 0$ での寿命を求める。

1) ラジアル内部すきまと負荷率

軸受が中立位置からラジアル荷重を受けて変位した時の模式図を図 5.13 に示す。

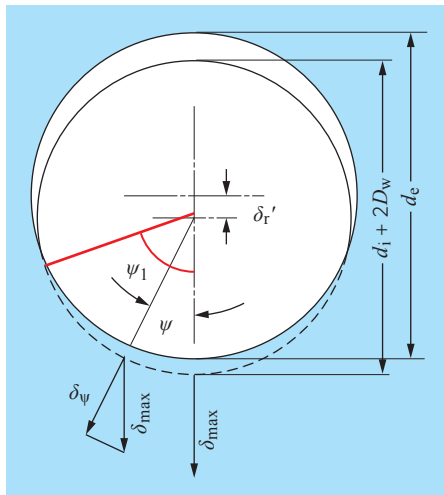


図 5.13 ラジアル方向変位図

中立位置とは内輪溝径と外輪溝径を一致させた状態のことである。

- d_e : 外輪軌道径 (mm)
- d_i : 内輪軌道径 (mm)
- $d_i + 2D_w$: 転動体外接円径 (mm)
- D_w : 転動体径 (mm)
- δ_r' : ラジアル方向変位 (mm)
(ラジアル内部すきま含む)
- δ_ψ : ψ 方向弾性変形量 (mm)
- δ_{max} : 最大の弾性変形量 (mm)
- ψ : 任意の転動体位置角度 (°)
- ψ_1 : 負荷の限界角度 (°)
- Δ_r : ラジアル内部すきま (mm)

ψ 方向の弾性変形量は

$$\begin{aligned} \delta_\psi &= (\psi \text{ 方向の変位量}) - (\text{すきまの } 1/2) \\ &= \delta_r' \cos\psi - \frac{1}{2} \Delta_r \dots\dots\dots (5.59) \end{aligned}$$

ラジアル荷重方向 ($\psi = 0$) の時、弾性変形は最大になる。

$$\delta_{max} = \delta_r' - \frac{1}{2} \Delta_r \dots\dots\dots (5.60)$$

限界角度位置 (ψ_1) では変形は 0 となるため

$$\begin{aligned} \delta_{\psi_1} &= \delta_r' \cos\psi_1 - \frac{1}{2} \Delta_r = 0 \\ \therefore \cos\psi_1 &= \frac{\Delta_r}{2\delta_r'} \dots\dots\dots (5.61) \end{aligned}$$

負荷率は第 3 章式 (3.3) より

$$\epsilon = \frac{1}{2} (1 - \cos\psi_1) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\Delta_r}{2\delta_r'} \right) \dots\dots\dots (5.62)$$

玉軸受およびころ軸受のラジアル変形量は式 (4.17)、式 (4.18) より

$$\text{玉軸受} : \delta_r = \frac{0.00044}{\cos\alpha} \sqrt[3]{\frac{Q^2}{D_w}} \dots\dots\dots (4.17)$$

$$\text{ころ軸受} : \delta_r = \frac{0.000077}{\cos\alpha} \frac{Q^{0.9}}{L_{we}^{0.8}} \dots\dots\dots (4.18)$$

最大転動体荷重は式 (3.16) より

$$Q_{max} = \frac{F_r}{Z J_r(\epsilon) \cos\alpha} \dots\dots\dots (3.16)$$

これらの式からラジアル内部すきまと負荷率に整理すると以下の式が求まる。

$$\begin{aligned} \text{玉軸受} : \frac{\epsilon}{1 - 2\epsilon} \times J_r^{2/3} &= \frac{0.00044 F_r^{2/3}}{\Delta_r D_w^{1/3} Z^{2/3} \cos^{5/3}\alpha} \\ &= \frac{0.00044}{0.001276} \frac{0.001276}{D_w^{1/3} Z^{2/3} \cos^{5/3}\alpha} \frac{F_r^{2/3}}{\Delta_r} \\ &= 0.3448 K_r \frac{F_r^{2/3}}{\Delta_r} = \frac{1}{f(\epsilon)} \dots\dots\dots (5.63) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ころ軸受} : \frac{\epsilon}{1 - 2\epsilon} \times J_r^{1/1.1} &= \frac{0.000077 F_r^{0.9}}{\Delta_r L_{we}^{0.8} Z^{0.9} \cos^{1.9}\alpha} \\ &= 0.2532 K_r \frac{F_r^{0.9}}{\Delta_r} = \frac{1}{f(\epsilon)} \dots\dots\dots (5.64) \end{aligned}$$

ラジアル内部すきまから負荷率を求めるには式 (5.63) または式 (5.64) を用いて、以下の繰返し計算によって求める。係数 K_r は表 5.10、表 5.11 に示す。

- ① 軸受諸元および使用条件から右辺を計算する。
- ② ϵ に任意の数値を代入し、その時の J_r を求め左辺を計算する。
負荷率 ϵ から第 3 章の「表 3.1 ラジアル積分表」より J_r が求まる。
- ③ 左辺の値が右辺と等しくなるまで繰返す。

表 5.10 深溝玉軸受の K_r ($\times 10^{-5}$)

内径 番号	系列				
	68	69	60	62	63
00	19.334	20.081	20.742	18.975	20.081
01	18.245	18.719	18.975	19.703	19.388
02	16.463	17.005	17.542	18.845	17.494
03	15.061	16.265	18.025	18.120	16.947
04	15.213	15.346	15.938	16.004	16.463
05	13.829	13.728	14.857	14.796	15.638
06	12.246	13.067	13.406	13.923	13.981
07	11.415	12.412	12.943	13.226	13.410
08	10.712	11.872	12.214	12.925	12.922
09	9.837	10.861	11.217	12.650	12.305
10	9.694	10.430	10.676	11.792	11.954
11	9.667	10.442	10.609	11.338	11.639
12	9.472	10.029	10.098	10.947	11.355
13	9.183	9.312	9.644	10.770	11.097
14	8.665	9.380	9.628	10.605	10.861
15	8.215	9.029	9.195	9.952	10.643
16	8.011	8.710	9.234	10.301	10.442
17	8.198	8.872	8.819	9.537	10.256
18	7.969	8.540	8.898	9.785	10.082
19	7.755	8.238	8.498	9.563	9.919
20	7.555	8.549	8.498	9.359	9.623
22	6.943	7.854	8.349	8.999	9.238
24	6.891	7.810	7.974	8.838	9.238
26	7.050	7.525	7.654	8.688	9.012
28	6.683	7.259	7.332	8.688	8.808
30	6.721	7.167	7.153	8.154	8.142
32	6.541	6.913	6.991	7.894	8.620
34	6.447	6.913	7.000	7.453	8.288
36	6.274	7.042	7.062	7.673	7.662
38	6.212	6.778	6.745	7.471	7.662
40	6.045	6.842	6.831	7.050	7.398

表 5.11 円筒ころ軸受の K_r ($\times 10^{-6}$)

内径 番号	系列					
	10	2	22	3	23	4
04	—	8.973	6.649	8.061	5.615	—
05	7.922	7.720	5.720	6.649	4.509	6.173
06	6.499	6.754	4.786	6.051	4.509	5.401
07	6.404	5.720	3.879	5.142	3.929	4.795
08	5.656	5.206	3.879	4.765	3.364	4.290
09	5.040	4.870	3.629	4.169	3.077	3.744
10	4.800	4.319	3.218	4.069	2.908	3.476
11	4.319	3.969	3.033	3.641	2.697	3.476
12	3.964	3.678	2.596	3.461	2.519	3.195
13	3.809	3.431	2.376	3.364	2.395	2.841
14	3.533	3.249	2.250	2.990	2.100	2.587
15	3.381	3.047	2.250	2.794	1.887	2.622
16	3.108	2.974	2.126	2.572	1.887	2.469
17	2.981	2.808	1.972	2.546	1.797	2.373
18	2.879	2.672	1.946	2.492	1.697	2.250
19	2.761	2.596	1.819	2.253	1.551	2.081
20	2.654	2.481	1.742	2.110	1.431	1.978
22	2.359	2.196	1.565	1.910	1.255	1.805
24	2.265	2.000	1.412	1.841	1.224	1.663
26	2.027	1.900	1.341	1.644	1.082	1.517
28	1.951	1.796	1.238	1.572	1.040	1.491
30	1.855	1.683	1.141	1.538	0.989	1.387
32	1.722	1.585	1.061	1.446	0.930	—
34	1.645	1.523	1.001	1.360	0.877	—
36	1.553	1.451	0.954	1.286	0.830	—
38	1.491	1.376	0.909	1.241	0.789	—
40	1.387	1.309	0.870	1.241	0.789	—
44	1.271	1.194	0.790	1.143	0.759	—
48	1.179	1.100	0.709	1.015	0.684	—
52	1.115	1.003	0.638	0.960	0.655	—
56	1.075	0.958	0.609	0.910	0.605	—
60	1.005	0.924	0.586	—	—	—

2) 負荷率と寿命比

ISO によって規定された基本定格寿命の計算は等価荷重を用いて行う。これは軸受理論に基づいて計算すると非常に複雑なため、簡易に寿命計算ができるように導入されたものである。

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^p \quad P: \text{動等価荷重 (N)}$$

軸受寿命理論の基礎となる *Lundberg-Palmgren* 理論によると本来の寿命計算式は以下のように示されている。

$$L = \left(\frac{Q_c}{Q_m}\right)^p \dots\dots\dots (5.65)$$

L : 基本定格寿命 (10⁶ 回) Q_c : 接点での動定格荷重 (N)
 Q_m : 接点での垂直荷重 (= 転動体の 3 乗平均荷重) (N)

ここでは理論的に扱うため寿命計算式は本来の計算式を用いて寿命比を求める。軸受にラジアル荷重 F_r が負荷され、負荷率 ε と $\varepsilon = 0.5$ の時の最大転動体荷重は式 (3.16) より

$$Q_{\max(\varepsilon)} = \frac{F_r}{Z J_r(\varepsilon) \cos \alpha} \dots\dots\dots (5.66)$$

$$Q_{\max(0.5)} = \frac{F_r}{Z J_r(0.5) \cos \alpha} \dots\dots\dots (5.67)$$

ここで、平均転動体荷重と最大転動体荷重の比となるパラメータを J_1 とすると、負荷率 ε と $\varepsilon = 0.5$ の時では以下のように表される。

$$J_1(\varepsilon) = \frac{Q_{m(\varepsilon)}}{Q_{\max(\varepsilon)}} \quad J_1(0.5) = \frac{Q_{m(0.5)}}{Q_{\max(0.5)}} \dots\dots\dots (5.68)$$

式 (5.66)、式 (5.67) を式 (5.68) に代入して整理すると

$$F_r = Q_{m(\varepsilon)} Z \frac{J_r(\varepsilon)}{J_1(\varepsilon)} \cos \alpha$$

$$F_r = Q_{m(0.5)} Z \frac{J_r(0.5)}{J_1(0.5)} \cos \alpha$$

同じラジアル荷重が負荷されている場合、上式を整理すると

$$\frac{Q_{m(0.5)}}{Q_{m(\varepsilon)}} = \frac{J_r(\varepsilon) J_1(0.5)}{J_r(0.5) J_1(\varepsilon)} \dots\dots\dots (5.69)$$

式 (5.65) と式 (5.69) から

$$\frac{L_\varepsilon}{L} = \frac{\left(\frac{Q_c}{Q_{m(\varepsilon)}}\right)^p}{\left(\frac{Q_c}{Q_{m(0.5)}}\right)^p} = \left(\frac{Q_{m(0.5)}}{Q_{m(\varepsilon)}}\right)^p$$

$$\text{従って、寿命比: } \frac{L_\varepsilon}{L} = \left(\frac{J_r(\varepsilon) J_1(0.5)}{J_r(0.5) J_1(\varepsilon)}\right)^p \dots\dots\dots (5.70)$$

ここで、 J_r は表 3.1、 J_1 は表 5.12 に示す。

また、 J_r 、 J_1 を求めて計算するのではなく式 (5.71)、式 (5.72) からパラメータ $f(\varepsilon)$ を算出し、表 5.13 から寿命比を求めることもできる。

$$\begin{aligned} \text{玉軸受} &: \frac{\varepsilon}{1-2\varepsilon} \times J_r^{2/3} = \frac{0.00044 F_r^{2/3}}{\Delta_r D_w^{1/3} Z^{2/3} \cos^{5/3} \alpha} \\ &= 0.3448 K_r \frac{F_r^{2/3}}{\Delta_r} = \frac{1}{f(\varepsilon)} \dots\dots\dots (5.71) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ころ軸受} &: \frac{\varepsilon}{1-2\varepsilon} \times J_r^{1.1} = \frac{0.000077 F_r^{0.9}}{\Delta_r l_{\text{eff}}^{0.8} Z^{0.9} \cos^{1.9} \alpha} \\ &= 0.2532 K_r \frac{F_r^{0.9}}{\Delta_r} = \frac{1}{f(\varepsilon)} \dots\dots\dots (5.72) \end{aligned}$$

ここで、 Δ_r : ラジアル内部すきま

表 5.12 J_1 の積分表

負荷率 ε	玉軸受	ころ軸受
0	0	0
0.1	0.4275	0.5287
0.2	0.4306	0.5772
0.3	0.5150	0.6079
0.4	0.5411	0.6309
0.5	0.5625	0.6495
0.6	0.5808	0.6653
0.7	0.5970	0.6792
0.8	0.6104	0.6906
0.9	0.6248	0.7028
1	0.6372	0.7132
1.25	0.6652	0.7366
1.67	0.7064	0.7705
2.5	0.7707	0.8216
5	0.8675	0.8989
∞	1	1

表 5.13 負荷率と寿命比

ε	玉軸受		ころ軸受	
	$f(\varepsilon)$	$\frac{L_\varepsilon}{L}$	$f(\varepsilon)$	$\frac{L_\varepsilon}{L}$
0.1	33.713	0.294	51.315	0.220
0.2	10.221	0.546	14.500	0.469
0.3	4.045	0.737	5.539	0.691
0.4	1.408	0.889	1.887	0.870
0.5	0	1.0	0	1.0
0.6	-0.857	1.069	-1.133	1.075
0.7	-1.438	1.098	-1.897	1.096
0.8	-1.862	1.094	-2.455	1.065
0.9	-2.195	1.041	-2.929	0.968
1.0	-2.489	0.948	-3.453	0.805
1.25	-3.207	0.605	-4.934	0.378
1.5	-3.877	0.371	-6.387	0.196
1.67	-4.283	0.276	-7.335	0.133
1.8	-4.596	0.221	-8.082	0.100
2.0	-5.052	0.150	-9.187	0.067
2.5	-6.114	0.078	-11.904	0.029
3	-7.092	0.043	-14.570	0.015
4	-8.874	0.017	-19.721	0.005
5	-10.489	0.008	-24.903	0.002
10	-17.148	0.001	-48.395	0.0002

5.2.6 揺動寿命

転がり寿命は内輪、外輪の転動体荷重と負荷の繰返し数で決まるといふ軸受理論は、Lundberg-Palmgrenによって体系化された。これは一方向に回転する軸受に対しての理論であるが、基本的には揺動運動する軸受でも当てはめることができる。

1) 揺動寿命

揺動運動では揺動角が小さく転動跡がオーバーラップしない状態で使用した場合、転がり寿命となる前にフレッチング等の発生により軸受が使用不能になることがある。その為、オーバーラップする状態で使用する事が望ましいが、その場合、軌道面上の位置によって負荷の回数や大きさが異なってくる。図 5.14 は転動体ピッチ角 ψ の軸受において内輪は揺動半角 β 、転動体は揺動半角 β_0 で揺動運動をしている状態を表したものである。領域 I では転動体①のみが転動し、領域 II では転動体①と②がオーバーラップして転動する。1 サイクルの揺動で考えれば領域 I は転動体①により 2 回の負荷を受けるのに対し、領域 II では転動体①と②により 4 回の負荷を受けている。従って、転動面を負荷の異なる領域に分割して残存確率（寿命）を求めなければならない。これらを詳細に解析して求めた揺動寿命計算式が下式である。

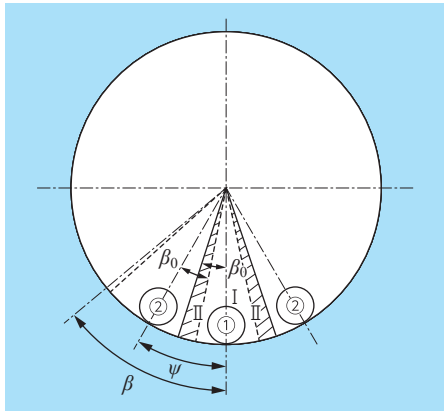


図 5.14 転動跡のオーバーラップ

$$L_{OSC} = \Omega L_{ROT} \dots\dots\dots (5.73)$$

$$\text{揺動寿命係数} : \Omega = \frac{A_s Y_s + A_o Y_o + Y_r}{X_e + A X_i + B X_r} \dots\dots\dots (5.74)$$

- L_{OSC} : 揺動寿命
- L_{ROT} : 揺動速度を回転速度と仮定した時の定格寿命
- A, A_s, A_o : 軌道輪の残存確率を求める式の係数
- X_i, X_e, X_r : 最大転動体荷重から残存確率を求める式の中の関数（一方向回転）
- Y_o, Y_s, Y_r, B : 最大転動体荷重から残存確率を求める式の中の関数（揺動回転）
- 関数式は複雑なため省略
- 添字 i, e, r : 内輪, 外輪, 転動体
- O, S, R : 回転輪, 固定輪, 転動体

揺動寿命係数 Ω は非常に複雑な計算式であり、転動体径と転動体ピッチ径の比 D_w/D_{pw} 、転動体個数 Z 、接触角 α 、負荷率 ϵ および残存確率を求める係数の比 A_{1i}/A_{1e} によって決まる係数である。 A_{1i}/A_{1e} は通常の線接触軸受では D_w/D_{pw} のみの関数であるが、点接触軸受では溝曲率半径と D_w/D_{pw} の関数である。純ラジアル荷重を受ける場合には線接触および点接触共、 $\alpha = 0, \epsilon = 0.5$ として扱う。深溝玉軸受では溝曲率はほぼ一定であるため揺動寿命係数 Ω は近似的に転動体個数 Z と D_w/D_{pw} のみにより決まる。

軸受各形式における転動体個数が最大、最小、中央での揺動寿命係数 Ω の計算値を表 5.14 に示す。

表中の数値は内輪揺動の場合であるが、() 内の数値は外輪揺動の数値である。各軸受形式とも内輪揺動と外輪揺動は実用上ほとんど同等と見なすことができる。

表 5.14 揺動寿命係数 Ω の計算値

軸受	転動体数	内輪または外輪の揺動角度 (°)						
		±2	±5	±10	±20	±45	±90	±180
針状ころ軸受	15	31.16	13.66	7.321 (7.320)	3.923	1.791 (1.777)	0.926	0.482
	30	33.86	14.84	7.956 (7.956)	4.153	1.824 (1.815)	0.937	0.486
	50	35.84	—	8.258	—	1.834	—	—
円筒ころ軸受	10	29.23	12.81	6.869 (6.89)	3.681	1.760 (1.736)	0.908	0.475
	15	30.64	13.43	7.200 (7.200)	3.858	1.816 (1.794)	0.921	0.480
	19	31.50	—	7.401	—	1.848	—	—
深溝玉軸受	6	18.80	7.340	3.950 (3.950)	2.120	1.036 (1.057)	0.567	0.325
	10	20.00	8.570	4.625 (4.585)	2.480	1.173 (1.119)	0.600	—
	15	21.10	—	4.970	—	1.214	—	—

表 5.14 をプロットしたものが図 5.15 である。各形式とも転動体個数が少ない方が Ω は小さくなるがその量は僅かである。また、円筒ころ軸受と針状ころ軸受は線図がほとんど重なるため円筒ころ軸受を記載した。

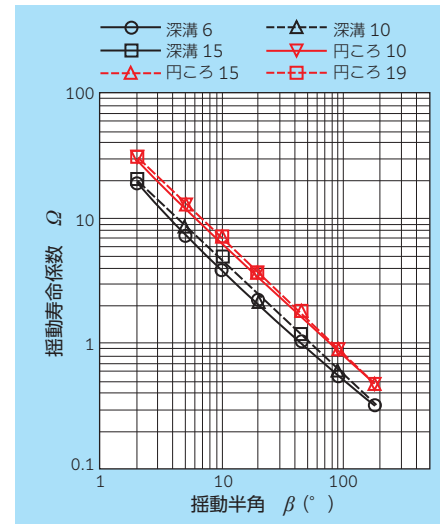


図 5.15 揺動寿命係数 Ω の比較

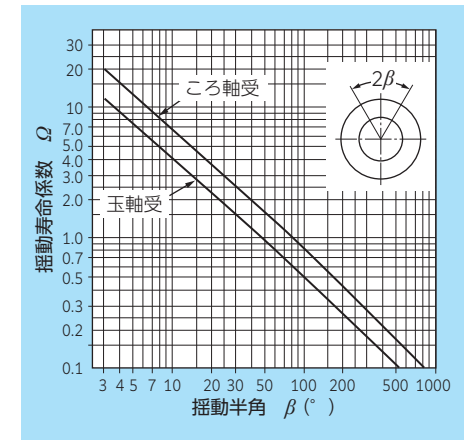


図 5.16 揺動寿命係数の算出線図

図 5.16 は、図 5.15 を基に、玉軸受ところ軸受に関して一般に使用できるように線図化したものである。揺動寿命係数 Ω は転動体個数が增大すると大きくなるが、影響はそれほど大きくないため、安全側として玉軸受では転動体個数を $Z = 6$ 、ころ軸受では $Z = 10$ で求めた。この場合、誤差としては最大でも 20 % 以下である。

2) 臨界揺動角

図 5.16 のように揺動角が小さくなると揺動寿命は大きくなるが、ある程度以下の角度になると軌道面から潤滑剤が押し出されてフレッチング等の損傷が発生し易くなる。これらの損傷が起こらない実用的な最小揺動角を臨界揺動角といい、一般的には転動体と軌道輪の転走跡がオーバーラップする角度、すなわち転動体が軌道輪に対して $(360^\circ / Z)$ 移動する角度である。

$$\begin{aligned} \text{臨界揺動角 (半角)} \quad \beta_c &= \frac{360^\circ}{Z} \frac{D_{pw}}{D_{pw} \mp D_w \cos \alpha} \dots\dots\dots (5.75) \\ &= \frac{360^\circ}{Z} \frac{1}{1 \mp \frac{D_w}{D_{pw}} \cos \alpha} \end{aligned}$$

記号：上段 内輪揺動，下段 外輪揺動
 D_{pw} ：転動体ピッチ径 (mm) D_w ：玉径 (mm)
 Z ：転動体個数 α ：接触角 ($^\circ$)

ここで、 D_w/D_{pw} は簡易的に下式で求められる。

$$\begin{aligned} \frac{D_w}{D_{pw}} &= 0.6 \frac{D-d}{D+d} \quad (\text{玉軸受}) \\ &= 0.5 \frac{D-d}{D+d} \quad (\text{ころ軸受}) \end{aligned}$$

ここで、 d ：軸受内径 (mm) D ：軸受外径 (mm)

5.2.7 高速回転での寿命

転がり軸受を高速で使用する場合は転動体に大きな遠心力が作用するため、軸受内の荷重分布が通常の使用条件と大きく異なる。従って、一般の寿命計算 (ISO の寿命計算) では求めることができず、寿命理論に基づき各転動体荷重を求めて寿命計算をしなければならない。ここでは、主として玉軸受について説明するが、接触角を持った玉軸受では遠心力だけでなくジャイロモーメントの影響も考慮しなければならない。寿命理論に基づく寿命計算式 (本来の計算式) は下式である。

$$\begin{aligned} L_i &= \left(\frac{Q_{ci}}{Q_{mi}} \right)^p & L_e &= \left(\frac{Q_{ce}}{Q_{me}} \right)^p \\ L &= (L_i^{-e} + L_e^{-e})^{-1/e} \end{aligned}$$

Q_{ci} , Q_{ce} ：転動体 1 個当たりの内輪および外輪定格荷重 (N)
 Q_{mi} , Q_{me} ：内輪および外輪の平均転動体荷重 (N)
 L_i , L_e , L ：内輪寿命, 外輪寿命および軸受寿命 (10^6 回)

1) 内輪および転動体の変位

接触角を持った玉軸受に静荷重および遠心力が作用した場合の内輪および転動体の変位について考える。この時、外輪は固定し、それぞれの変位は内輪溝中心および玉中心の移動として考える。

図 5.17 は初期接触の状態の内外輪および j 番目の玉中心が荷重により変位した時の状態を表す。

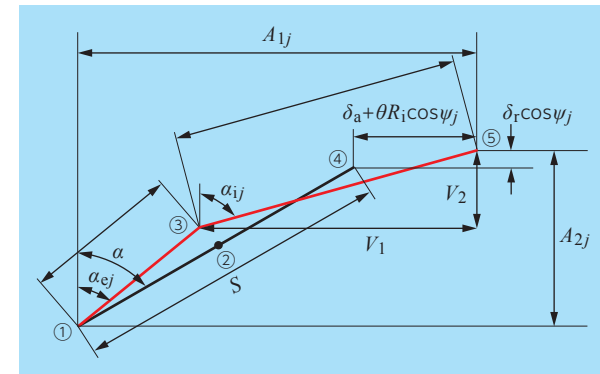


図 5.17 玉と内外輪の変位 (j 番目の玉位置)

- ①：外輪溝中心
- ②：初期玉中心
- ③：変位後の玉中心
- ④：初期内輪溝中心
- ⑤：変位後の内輪溝中心
- f_i ：玉と内輪溝曲率半径比
- f_e ：玉と外輪溝曲率半径比
- S ：内外輪溝半径中心距離
 $S = (f_i + f_e - 1)D_w$
- δ_a ：アキシャル方向変位
- δ_r ：ラジアル方向変位
- ψ_j ： j 番目の玉の位置角度
- α ：初期接触角
- α_{ij} ：内輪と玉の接触角
- α_{ej} ：外輪と玉の接触角
- R_1 ：軸受中心から内輪溝中心までの距離 (半径)
- δ_{ij} ：内輪と玉の変形量
- δ_{ej} ：外輪と玉の変形量

図 5.17 より以下の関係式が求まる。

$$\tan \alpha_{ij} = \frac{V_1}{V_2} \quad \tan \alpha_{ej} = \frac{A_{1j} - V_1}{A_{2j} - V_2} \dots\dots\dots (5.76)$$

$$V_1^2 + V_2^2 - \{(f_i - 0.5) D_w + \delta_{ij}\}^2 = 0 \dots\dots\dots (5.77)$$

$$(A_{1j} - V_1)^2 + (A_{2j} - V_2)^2 - \{(f_e - 0.5) D_w + \delta_{ej}\}^2 = 0 \dots\dots\dots (5.78)$$

荷重と変位の関係式より

$$Q_{ij} = K_i \delta_{ij}^{1.5} \quad Q_{ej} = K_e \delta_{ej}^{1.5} \dots\dots\dots (5.79)$$

K_i, K_e : 内輪および外輪での弾性変形の定数

2) 転動体荷重

軸受が高速回転している時の玉に作用する荷重を図 5.18 に示す。その時の荷重の釣り合いは下式となる。

- Q_i : 内輪転動体荷重 (N)
- Q_e : 外輪転動体荷重 (N)
- M_G : ジャイロモーメント (6.1.3 項参照)
- F_C : 玉 1 個当たりの遠心力 (N)
- λ : ジャイロモーメントによる定数
外輪コントロールでは $\lambda_i = 0$,
 $\lambda_e = 2$
- 添え字 j : j 番目の玉を表す

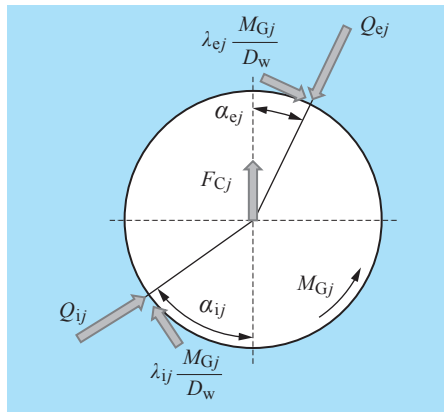


図 5.18 高速時の玉の荷重

$$Q_{ij} \sin \alpha_{ij} - Q_{ej} \sin \alpha_{ej} - \frac{M_{Gj}}{D_w} (\lambda_{ij} \sin \alpha_{ij} - \lambda_{ej} \sin \alpha_{ej}) = 0 \dots\dots\dots (5.80)$$

$$Q_{ij} \cos \alpha_{ij} - Q_{ej} \cos \alpha_{ej} + \frac{M_{Gj}}{D_w} (\lambda_{ij} \cos \alpha_{ij} - \lambda_{ej} \cos \alpha_{ej}) + F_{Cj} = 0 \dots\dots\dots (5.81)$$

式 (5.76) ~ 式 (5.81) から繰返し計算により $j = 1 \sim Z$ (転動体個数: Z) での Q_{ij}, Q_{ej} を求め、下式より平均転動体荷重を求める。

$$Q_{mi} = \left\{ \frac{1}{Z} \sum_{j=1}^Z Q_{ij}^{wi} \right\}^{1/wi} \quad Q_{me} = \left\{ \frac{1}{Z} \sum_{j=1}^Z Q_{ej}^{we} \right\}^{1/we} \dots\dots\dots (5.82)$$

各軸受の回転荷重に対する記号の数値を下表に示す。

軸受形式	内輪回転荷重		外輪回転荷重	
	wi	we	wi	we
玉軸受	3	10/3	10/3	3
ころ軸受	4	4.5	4.5	4

3) 転動体 1 個当たりの定格荷重: Q_c

i. 玉軸受の場合

玉 1 個当たりの定格荷重は 5.1 章式 (5.18) より

$$Q_c = 98.1 \lambda \left(\frac{2f}{2f-1} \right)^{0.41} \frac{(1 \mp \gamma)^{1.39}}{(1 \pm \gamma)^{1/3}} \left(\frac{\gamma}{\cos \alpha} \right)^{0.3} Z^{-1/3} D_w^{1.8} \dots\dots\dots (5.83)$$

f : 玉径に対する溝曲率半径比 (内輪: f_i , 外輪: f_e)

λ : 減少係数 $\lambda = 0.95$

α : 接触角 (°) Z : 転動体個数

D_w : 玉径 (mm)

$D_w > 25.4$ mm の場合は $D_w^{1.8} \rightarrow 13.647 D_w^{1.4}$

$$\gamma = \frac{D_w \cos \alpha}{D_{pw}}$$

D_{pw} : 転動体ピッチ径 (mm)

* 式 (5.18) に対して JIS による減少係数 λ で補正

複合符号は上段: 内輪, 下段: 外輪

ii. ころ軸受の場合

ころ軸受では玉軸受と同様に下式で求められる。

$$Q_c = 550.8 \lambda_v \frac{(1 \mp \gamma)^{29/27}}{(1 \pm \gamma)^{1/4}} \left(\frac{\gamma}{\cos \alpha} \right)^{2/9} Z^{-1/4} D_{we}^{29/27} L_{we}^{7/9} \dots\dots\dots (5.84)$$

λ_v : 減少係数 $\lambda_v = 0.83$

D_{we} : ころ平均径 (mm)

L_{we} : ころ有効長さ (mm)

* 玉軸受同様, 減少係数 λ_v で補正

ころ軸受の場合は遠心力の影響だけを考慮して Q_{ij}, Q_{ej} を求め、平均転動体荷重を算出する。

4) 軸受寿命

前項までに求めた Q_c 、 Q_m を用いて内輪寿命、外輪寿命を求め、遠心力を考慮した軸受寿命 L_c を求める。

$$L_{ci} = \left(\frac{Q_{ci}}{Q_{mi}}\right)^p \quad L_{ce} = \left(\frac{Q_{ce}}{Q_{me}}\right)^p$$

$$L_c = (L_{ci}^{-e} + L_{ce}^{-e})^{-1/e}$$

p : 玉軸受では 3, ころ軸受では 10/3
 e : 玉軸受では 10/9, ころ軸受では 9/8

同様の手法で遠心力が作用しない場合の軸受寿命 L_0 を求め、遠心力を考慮した場合との寿命比により ISO の定格寿命 L_{10} を補正し、寿命を算出する。

$$\text{遠心力考慮の寿命} : L = \frac{L_c}{L_0} L_{10}$$

通常、これらの計算はすべて専用プログラムを用いて実施する。

深溝玉軸受 6206 での計算例を図 5.19 に示す。

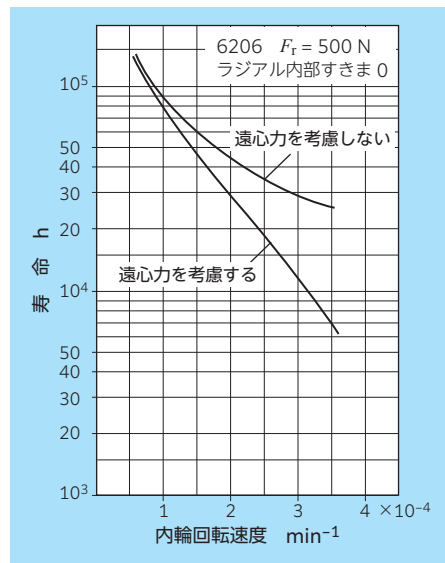


図 5.19 遠心力の影響による軸受寿命

【計算例】

(5-1) すきまと寿命

深溝玉軸受 6206 がラジアル荷重 $F_r = 2\,000\text{ N}$ 、回転速度 $n = 1\,500\text{ min}^{-1}$ で使用されている。ラジアル内部すきまが 0.02 mm の時の寿命を求める。

カタログより 6206 $C_r = 21\,600\text{ N}$

$$\text{定格寿命} : L_{10} = \left(\frac{21\,600}{2\,000}\right)^3 \times \frac{10^6}{60 \times 1\,500} = 13\,996 \text{ (h)}$$

表 5.11 より $K_r = 13.923 \times 10^{-5}$
 式 (5.71) より

$$f(\epsilon) = \frac{\Delta_r}{0.3448 K_r F_r^{2/3}} = \frac{0.02}{0.3448 \times 13.923 \times 10^{-5} \times 2\,000^{2/3}} = 2.624$$

表 5.13 より $L_e/L_{10} = 0.8189$

従って、軸受寿命 L_e は

$$L_e = 0.8189 \times 13\,996 = 11\,500 \text{ (h)}$$

(5-2) 揺動寿命

円筒ころ軸受 NU2208 がラジアル荷重 $F_r = 20\text{ kN}$ 、内輪揺動角 $2\beta = 80^\circ$ 、揺動サイクル 150 サイクル/min の条件で使用されている。この時の揺動寿命を求める。

NU2208 $d = 40\text{ mm}$ $D = 80\text{ mm}$ $Z = 13$
 $C_r = 64.5\text{ kN}$

$$L_{ROT} = \left(\frac{64.5}{20}\right)^{10/3} \times \frac{10^6}{60 \times 150} = 5\,506 \text{ (h)}$$

図 5.16 より $\Omega = 1.9$

$$\text{揺動寿命} : L_{OSC} = 1.9 \times 5\,506 = 10\,500 \text{ (h)}$$

臨界揺動角 (半角) β_c は下記となり、使用上問題ない。

$$\beta_c \geq \frac{360}{13} \frac{1}{1 - \frac{0.5(80 - 40)}{80 + 40}} = 33.2 \text{ (}^\circ\text{)}$$

5.3 動等価荷重

転がり軸受にはラジアル荷重やアキシャル荷重が単独ではなく、複合して作用する場合が多い。軸受に複合荷重が作用した時に、これと同じ寿命を与えるような仮想荷重を動等価荷重という。ラジアル荷重では純ラジアル荷重、スラスト軸受では純アキシャル荷重で表し、それぞれ動等価ラジアル荷重、動等価アキシャル荷重という。

5.3.1 動等価ラジアル荷重

動等価ラジアル荷重 P_r は下式で表わす。

$$P_r = XF_r + YF_a \dots\dots\dots (5.85)$$

F_r : ラジアル荷重 (N) F_a : アキシャル荷重 (N)
 X : ラジアル荷重係数 Y : アキシャル荷重係数

JIS に規定されているラジアル軸受の X, Y 係数算出式を表 5.15、ラジアル玉軸受の減少係数と接触角を表 5.16、ラジアル玉軸受の X, Y 係数を表 5.17 示す。

表 5.15 ラジアル軸受の X, Y 係数算出式

軸受形式	ラジアル玉軸受		ラジアルころ軸受	
	単列軸受	複列軸受	単列軸受	複列軸受
$F_a/F_r \leq e$	X	1	1	1
	Y	0	$\frac{0.625}{\xi \tan \alpha'}$	$0.45 \cot \alpha$
$F_a/F_r > e$	X	$1 - \frac{0.4\xi}{\eta}$	$1.625 - \frac{0.65\xi}{\eta}$	0.4
	Y	$\frac{0.4}{\eta \tan \alpha'}$	$\frac{0.65}{\eta \tan \alpha'}$	$0.4 \cot \alpha$
e	$\xi \tan \alpha'$		$1.5 \tan \alpha$	

α : 初期接触角 α' : 実接触角

表 5.16 ラジアル玉軸受の減少係数と接触角

軸受形式	ζ	η	α' の計算式
深溝玉軸受	1.05	$1 - \frac{\sin \alpha}{2.5}$	$\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} - 1 = 0.01254 \times \left(\frac{f_0 F_a \cos \alpha}{C_{0r} \sin \alpha'} \right)^{2/3}$
アンギュラ玉軸受	1.25	$\alpha \leq 15^\circ$	
		$\alpha > 15^\circ$	$\cos \alpha' = 0.9724 \cos \alpha$

深溝玉軸受は $\alpha = 5^\circ$ で計算する

表 5.17 ラジアル玉軸受の X, Y 係数 (JIS)

接触角 α	アキシャル荷重比 $f_0 F_r / C_{0r}$	係数 e	単列軸受				複列軸受										
			$F_a/F_r \leq e$		$F_a/F_r > e$		$F_a/F_r \leq e$		$F_a/F_r > e$								
			X	Y	X	Y	X	Y	X	Y							
深溝玉軸受	—	0.172	0.19	1	0	0.56	2.3	1	0	0.56	2.3						
		0.345	0.22				1.99				1.99						
		0.689	0.26				1.71				1.71						
		1.03	0.28				1.55				1.55						
		1.38	0.30				1.45				1.45						
		2.07	0.34				1.31				1.31						
		3.45	0.38				1.15				1.15						
		5.17	0.42				1.04				1.04						
6.89	0.44	1	1														
アンギュラ玉軸受	15°	0.178	0.38	1	0	0.44	1.47	1	0.72	1.65	2.39						
		0.357	0.4				1.4			1.57	2.28						
		0.714	0.43				1.3			1.46	2.11						
		1.07	0.46				1.23			1.38	2						
		1.43	0.47				1.19			1.34	1.93						
		2.14	0.5				1.12			1.26	1.82						
		3.57	0.55				1.02			1.14	1.66						
		5.35	0.56				1			1.12	1.63						
		7.14	0.56				1			1.12	1.63						
		30°	—				0.8			1	0	0.39	0.76	1	0.78	0.63	1.24
		40°	—				1.14			1	0	0.35	0.57	1	0.55	0.57	0.93

本表の数値は軸受カタログ寸法表に記載したものと同一である。

5.3.2 動等価アキシャル荷重

一般のスラスト軸受 (接触角 $\alpha = 90^\circ$) はラジアル荷重を負荷することはできないが、 $\alpha \neq 90^\circ$ のスラスト軸受ではある程度のラジアル荷重を負荷することができる。その時の動等価アキシャル荷重 P_a は動等価ラジアル荷重同様に下式となる。

$$P_a = XF_r + YF_a \dots\dots\dots (5.86)$$

F_r : ラジアル荷重 (N) F_a : アキシャル荷重 (N)
 X : ラジアル荷重係数 Y : アキシャル荷重係数

JIS に規定されているスラスト玉軸受、スラストころ軸受の X 、 Y 係数および算出式を表 5.18 に示す。一般に使用されるスラスト玉軸受に関しては予圧式スラストアンギュラ玉軸受、ボールねじ支持軸受があるが、これらには一般的にラジアル荷重は負荷されずスラスト荷重のみで使用される場合が多い。スラストころ軸受ではスラスト自動調心ころ軸受が対象となり、等価荷重計算式は下式となる。

$$P_a = 1.2F_r + F_a \dots\dots\dots (5.87)$$

ただし、 $F_r/F_a \leq 0.55$ となる必要がある。

* 下表より、 $X = \tan 50^\circ \approx 1.2$ $\alpha = 50^\circ$ (一般的接触角)

単列の $F_a/F_r \leq e$ は望ましくないため設定なし

$$F_a/F_r \leq 1.5 \tan 50^\circ \quad \therefore F_r/F_a \leq 1/1.788 \approx 0.55$$

表 5.18 スラスト軸受の X 、 Y 係数および算出式 (JIS)

軸受形式	スラスト玉軸受			スラストころ軸受	
	α	単式軸受	複式軸受	単式軸受	複式軸受
$F_a/F_r \leq e$	X	計算式	$\frac{20}{13} \tan \alpha \left(1 - \frac{1}{3} \sin \alpha\right)$	—	$1.5 \tan \alpha$
		45°	—		
		60°	1.18		
	Y	計算式	$\frac{10}{13} \tan \alpha \left(1 - \frac{1}{3} \sin \alpha\right)$	—	0.67
		45°	—		
		60°	0.59		
$F_a/F_r > e$	X	計算式	$1.25 \tan \alpha \left(1 - \frac{2}{3} \sin \alpha\right)$	$\tan \alpha$	$\tan \alpha$
		45°	0.66	0.66	
		60°	0.92	0.92	
	Y	1	1	1	1
e		$1.25 \tan \alpha$		$1.5 \tan \alpha$	

5.3.3 X 、 Y 係数の算出 (理論)

前項でラジアル荷重係数 X 、アキシャル荷重係数 Y の計算式について JIS の規定を記載したが、ここでは深溝玉軸受における計算式について簡単に紹介する。

ラジアル荷重係数、アキシャル荷重係数は軸受寿命に対してラジアル荷重とアキシャル荷重の影響度を表す係数である。これらの係数を求めるため、「同じ寿命を得るためのラジアル荷重とアキシャル荷重の組合せを考える」。この時の線図が図 5.20 に示す等寿命線図 (等価荷重曲線ともいう) である。

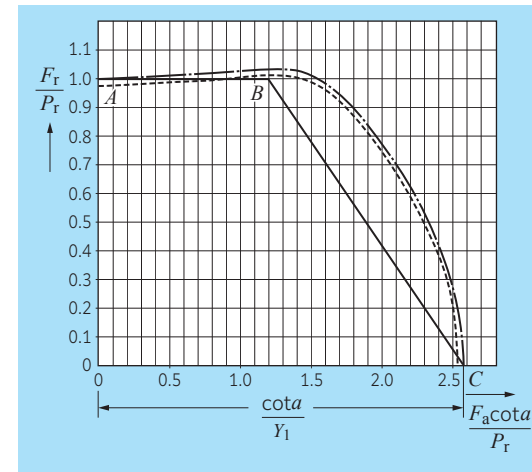


図 5.20 深溝玉軸受の等寿命線図

曲線 AC : 等寿命線図
 実線 : $C_i/C_e = 0$
 破線 : $C_i/C_e = 0.75$
 C_i : 内輪定格荷重
 C_e : 外輪定格荷重
 直線 ABC: 近似直線

等寿命線図を数学的に表すと非常に複雑になるため、Lundberg-Palmgren は簡易的に近似直線 ABC で置き換え、この直線から等価荷重を求める X 係数、 Y 係数を求めている。

残存確率や平均転動体荷重等の寿命理論より、ラジアル荷重、アキシャル荷重と等価荷重の関係式が以下のように求められる。式 (5.88)、式 (5.89) に e を代入して図 5.20 の等寿命線図を作成する。本式までの展開は煩雑なため省略する。

$$\frac{F_r}{P_r} = \left\{ \frac{1}{1 + \left(\frac{C_i}{C_e}\right)^{pe}} \left[\frac{J_r(0.5)}{J_r(\varepsilon)} \right]^{pe} + \frac{1}{1 + \left(\frac{C_e}{C_i}\right)^{pe}} \left[\frac{J_r(0.5)}{J_r(\varepsilon)} \right]^{pe} \right\}^{-1/pe} \dots (5.88)$$

$$\frac{F_a \cot \alpha'}{P_r} = \left\{ \frac{1}{1 + \left(\frac{C_i}{C_e}\right)^{pe}} \left[\frac{J_1(\varepsilon)}{J_1(0.5)} \right]^{pe} + \frac{1}{1 + \left(\frac{C_e}{C_i}\right)^{pe}} \left[\frac{J_2(\varepsilon)}{J_2(0.5)} \right]^{pe} \right\}^{-1/pe} \frac{J_a(\varepsilon)}{J_r(0.5)} \dots (5.89)$$

アキシアル荷重の等価荷重への効果 (Y 係数) を求めるため、アキシアル荷重のみが負荷された場合を考える。\$F_r = 0\$ の時、表 3.1、表 5.5 より、\$e = \infty\$、\$J_1(\infty) = 1\$、\$J_2(\infty) = 1\$、\$J_a(\infty) = 1\$ となるため式 (5.89) は

$$\frac{F_a \cot \alpha'}{P_r} = \left\{ \frac{1 + \left(\frac{J_1(0.5)}{J_2(0.5)} \frac{C_i}{C_e} \right)^{pe}}{1 + \left(\frac{C_i}{C_e} \right)^{pe}} \right\}^{-1/pe} \frac{J_1(0.5)}{J_r(0.5)} \dots \dots \dots (5.90)$$

ここで、\$Y_1 = \left\{ \frac{1 + \left(\frac{J_1(0.5)}{J_2(0.5)} \frac{C_i}{C_e} \right)^{pe}}{1 + \left(\frac{C_i}{C_e} \right)^{pe}} \right\}^{1/pe} \frac{J_r(0.5)}{J_1(0.5)} \cot \alpha' \dots \dots \dots (5.91)\$

とすると、\$P_r = Y_1 F_a\$ となり、\$Y_1\$ がアキシアル荷重係数になる。
\$C_i\$ と \$C_e\$ を \$0 \sim \infty\$ に変化させると、式 (5.91) { } 部分の値は \$1 \sim J_1(0.5)/J_2(0.5)\$ の間で変化する。

これらの幾何平均値をとると、\$\sqrt{\frac{J_1(0.5)}{J_2(0.5)}}\$ となり、アキシアル荷重係数 \$Y_1\$ は

$$Y_1 = \sqrt{\frac{J_1(0.5)}{J_2(0.5)}} \frac{J_r(0.5)}{J_1(0.5)} \cot \alpha' = \frac{J_r(0.5) \cot \alpha'}{\sqrt{J_1(0.5) J_2(0.5)}} = 0.4 \cot \alpha' \dots \dots \dots (5.92)$$

調心性の無い軸受では平行度の影響により負荷容量が低下するため、実験データを基に補正係数 \$\eta\$ でアキシアル荷重係数を補正する。

補正アキシアル荷重係数 : \$Y = \frac{Y_1}{\eta} \dots \dots \dots (5.93)\$

$$\eta = 1 - \frac{\sin \alpha}{2.5} \dots \dots \dots (5.94)$$

ここで、\$Y_1\$ は理論アキシアル荷重係数、\$Y\$ が等価荷重を求める時に使用するアキシアル荷重係数である。

等寿命線図の横軸の交点は \$F_r = 0\$ の時の \$\frac{F_a \cot \alpha'}{P_r}\$ になるが、その時の等価荷重は

式 (5.86) より \$P_r = Y_1 F_a\$ となる。

この式を整理して、両辺に \$\cot \alpha'\$ を掛けると、

$$\frac{F_a \cot \alpha'}{P_r} = \frac{\cot \alpha'}{Y_1} \text{ となり、これが横軸との交点となる。}$$

近似直線上 \$B\$ 点の座標を \$(\zeta, 1)\$ とすると、直線 \$OB\$ は

$$\frac{F_r}{P_r} = \frac{1}{\zeta} \frac{F_a \cot \alpha'}{P_r}$$

$$\therefore \frac{F_a}{F_r} = \zeta \tan \alpha' \dots \dots \dots (5.95)$$

\$\zeta \tan \alpha' = e\$ とおけば

① \$\frac{F_a}{F_r} \le e\$ の場合、直線 \$OB\$ の上部となるため、直線 \$AB\$ は以下である。

$$P_r = F_r$$

式 (5.86) より、\$X = 1\$、\$Y = 0\$ となる。

② \$\frac{F_a}{F_r} > e\$ の場合、直線 \$OB\$ の下部となり、\$C\$ 点の座標を \$(a, 0)\$ とすると直線 \$BC\$ は下式で表すことができる。

$$\frac{1}{a} \frac{F_a \cot \alpha'}{P_r} + \frac{a - \zeta}{a} \frac{F_r}{P_r} = 1$$

\$P_r\$ で整理すると

$$P_r = \frac{a - \zeta}{a} F_r + \frac{\cot \alpha'}{a} F_a$$

上式を式 (5.86) と比較すると、

$$X = \frac{a - \zeta}{a}, Y = \frac{\cot \alpha'}{a} \dots \dots \dots (5.96)$$

深溝玉軸受の場合、式 (5.92)、式 (5.93) より

$$Y = \frac{0.4 \cot \alpha'}{\eta} \dots \dots \dots (5.97)$$

式 (5.96)、式 (5.97) より

$$a = \frac{\eta}{0.4} \dots \dots \dots (5.98)$$

式 (5.98) を式 (5.96) に代入すると

$$X = 1 - \frac{0.4 \zeta}{\eta} \dots \dots \dots (5.99)$$

式 (5.97)、式 (5.99) は表 5.15 のラジアル玉軸受 (単列) の \$X\$ 係数、\$Y\$ 係数の式になる。

5.3.4 接触角がある軸受の等価荷重

アンギュラ玉軸受や円すいころ軸受のように接触角がある軸受にラジアル荷重が負荷されるとアキシャル方向の分力（誘起アキシャル荷重）が発生する。正面組合せや背面組合せのように同じ軸受にラジアル荷重が作用する場合には誘起アキシャル荷重は相殺されるが、軸受や荷重条件が異なる場合には誘起アキシャル荷重を考慮して等価荷重を計算しなければならない。表 5.19 は軸受の配置とその時の等価荷重についてまとめたものである。

表 5.19 軸受配置と等価荷重

軸受配置	荷重条件	アキシャル荷重
背面 	$\frac{0.5F_{rI}}{Y_I} \leq \frac{0.5F_{rII}}{Y_{II}} + F_a$	$F_{aI} = \frac{0.5F_{rII}}{Y_{II}} + F_a$ —
正面 	$\frac{0.5F_{rI}}{Y_I} > \frac{0.5F_{rII}}{Y_{II}} + F_a$	— $F_{aII} = \frac{0.5F_{rI}}{Y_I} - F_a$
背面 	$\frac{0.5F_{rII}}{Y_{II}} \leq \frac{0.5F_{rI}}{Y_I} + F_a$	— $F_{aII} = \frac{0.5F_{rI}}{Y_I} + F_a$
正面 	$\frac{0.5F_{rII}}{Y_{II}} > \frac{0.5F_{rI}}{Y_I} + F_a$	$F_{aI} = \frac{0.5F_{rII}}{Y_{II}} - F_a$ —

備考 1 予圧がゼロのときに適用する。
 2 ラジアル荷重は上図の矢印と逆方向の場合でも正として計算する。
 3 動等価ラジアル荷重は、アキシャル荷重を求めた後、各軸受寸法表の右上の表を用いて X, Y 係数を求め計算する。

図 5.21 は表 5.19 の円すいころ軸受の背面組合せを拡大した例である。軸受 I, 軸受 II にラジアル荷重 F_{rI}, F_{rII} , 右方向にアキシャル荷重 F_a が負荷されている。ここで、ラジアル荷重によって発生する誘起アキシャル荷重を、それぞれ F_{acI}, F_{acII} とする。

カタログ記載の誘起アキシャル荷重はラジアル内部すきまが 0, すなわち負荷率 $\epsilon = 0.5$ を基準としているため、以下の記号であらわす事とする。

$$F_{ac}(\epsilon = 0.5) = \frac{F_r}{2Y} \dots\dots\dots (5.100)$$

図 5.21 のアキシャル荷重の釣り合いを考えると、それぞれの荷重によっては右方向のアキシャル荷重が大きい場合と、左方向のアキシャル荷重が大きい場合がある。

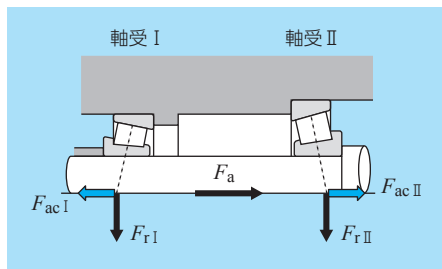


図 5.21 背面組合せでの荷重

1) $F_{acI}(\epsilon = 0.5) \leq F_a + F_{acII}(\epsilon = 0.5)$ の場合

①軸受のアキシャル荷重

軸が右方向に移動することによって、それぞれの軸受の負荷率が変化し、それに伴って誘起アキシャル荷重も変化する。

$$F_{acI}(\epsilon = 0.5) \rightarrow F_{acI}(\epsilon > 0.5)$$

$$F_{acII}(\epsilon = 0.5) \rightarrow F_{acII}(\epsilon > 0.5)$$

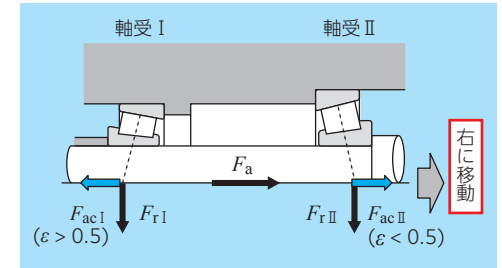


図 5.22 負荷率の変化 (右移動)

従って、軸の釣り合い式は

$$F_{acI}(\epsilon > 0.5) = F_a + F_{acII}(\epsilon < 0.5) \dots\dots\dots (5.101)$$

安全側として以下のように荷重を大きめに考える。

$$F_{acII}(\epsilon < 0.5) \doteq F_{acII}(\epsilon = 0.5) \dots\dots\dots (5.102)$$

式 (5.101) は

$$F_{acI}(\epsilon > 0.5) = F_a + F_{acII}(\epsilon = 0.5) \dots\dots\dots (5.103)$$

②等価荷重

軸受 I の等価荷重 P_{rI} は

$$P_{rI} = X_I F_{rI} + Y_I F_{acI}(\epsilon > 0.5)$$

式 (5.100), 式 (5.103) より

$$P_{rI} = X_I F_{rI} + Y_I \left(F_a + \frac{F_{rII}}{2Y_{II}} \right) \dots\dots\dots (5.104)$$

軸受 II の等価荷重 P_{rII} は

$$P_{rII} = X_{II} F_{rII} + Y_{II} F_{acII}(\epsilon < 0.5)$$

式 (5.100), 式 (5.102) より

$$P_{rII} = X_{II} F_{rII} + Y_{II} \frac{F_{rII}}{2Y_{II}}$$

$$= X_{II} F_{rII} + \frac{F_{rII}}{2} \dots\dots\dots (5.105)$$

接触角を持つ軸受の X 係数は下記になり、すべて $X < 0.5$ である。

軸受形式	アンギュラ玉軸受			円すいころ軸受
	接触角	15°	30°	
X係数	0.44	0.39	0.35	0.44

従って、式 (5.105) は安全側の数値として以下になる。

$$P_{rII} = F_{rII} \dots\dots\dots (5.106)$$

2) $F_{acI}(\epsilon = 0.5) > F_a + F_{acII}(\epsilon = 0.5)$ の場合

①軸受のアキシャル荷重

前項同様に軸が左方向に移動することによる釣り合い式から

$$F_{acI}(\epsilon < 0.5) \doteq F_{acI}(\epsilon = 0.5) \dots\dots\dots (5.107)$$

$$F_{acII}(\epsilon > 0.5) = F_{acI}(\epsilon = 0.5) - F_a \dots\dots\dots (5.108)$$

②等価荷重

軸受 I の等価荷重 P_{rI} は

$$P_{rI} = X_I F_{rI} + Y_I F_{acI}(\epsilon < 0.5)$$

$$P_{rI} = X_I F_{rI} + \frac{F_{rI}}{2} = F_{rI} \dots\dots\dots (5.109)$$

軸受 II の等価荷重 P_{rII} は

$$P_{rII} = X_{II} F_{rII} + Y_{II} \left(\frac{F_{rI}}{2Y_I} - F_a \right) \dots\dots\dots (5.110)$$

従って、ラジアル荷重およびアキシャル荷重は 1) および 2) の条件とも、表 5.19 の計算式となる。

5.3.5 4点接触玉軸受の等価荷重

NTN の 4 点接触玉軸受は接触角が 30° のアンギュラ玉軸受であり、内輪、外輪をラジアル方向に押し付けた時、玉が内輪および外輪と 4 点で接触する軸受である。1 個の軸受で両方向のアキシャル荷重を受けることができるが、4 点接触の状態で使用した場合、接触点での滑りが大きくなり、過大な温度上昇や軌道面の摩耗等が発生する可能性が大きくなるため、4 点接触玉軸受は使用時には 2 点接触状態で用いなければならない。

1) 使用時の荷重条件

本軸受が損傷を受けないように、2 点接触となる荷重条件を求める。

4 点接触玉軸受は荷重の負荷状態が複列アンギュラ玉軸受と同等と考えることができるため、軸受が片列負荷すなわち片列の負荷率が 0 となる荷重条件を表 5.20 より求める。この表は複列玉軸受の負荷率と荷重パラメータの表である。

$$\frac{F_r \tan \alpha}{F_a} < 0.6 \quad (\text{負荷率: } \epsilon_1 \geq 1, \epsilon_2 = 0) \dots\dots\dots (5.111)$$

ただし、取付誤差や使用中の荷重変動を考慮して NTN では安全を見て負荷率を $\epsilon > 1.27$ とした条件での使用を推奨している。その時のラジアル荷重とアキシャル荷重の荷重比は以下になる。

表 5.20 より、

$$\frac{F_r \tan 30^\circ}{F_a} < 0.44412 \quad (\text{負荷率: } \epsilon_1 > 1.27, \epsilon_2 = 0)$$

$$\therefore \frac{F_a}{F_r} > 1.3 \dots\dots\dots (5.112)$$

2) 動等価荷重

複列アンギュラ玉軸受と見なして、表 5.17 より動等価荷重を算出する係数および等価荷重式を求める。ただし、NTN としては荷重条件が $F_a/F_r > 1.3$ を推奨している。

$$\frac{F_a}{F_r} > 0.8 \quad (\epsilon = 0.80) \quad X = 0.63, Y = 1.24$$

従って、動等価ラジアル荷重は下式により求められる。

$$P_r = 0.63 F_r + 1.24 F_a \dots\dots\dots (5.113)$$

表 5.20 複列玉軸受の負荷率と積分値

ϵ_1	ϵ_2	$\frac{F_r \tan \alpha}{F_a}$	$J_r(\epsilon)$	$J_a(\epsilon)$
0.5	0.5	∞	0.4577	0
0.6	0.4	2.0465	0.3568	0.1744
0.7	0.3	1.0916	0.3036	0.2782
0.8	0.2	0.8005	0.2758	0.3445
0.9	0.1	0.6713	0.2618	0.3900
1.0	0	0.6000	0.2547	0.4244
1.25	0	0.4538	0.2289	0.5044
1.67	0	0.3088	0.1871	0.6060
2.5	0	0.1850	0.1339	0.7240
5	0	0.0831	0.0711	0.8558
∞	0	0	0	1

ϵ_1 : 1 列目の負荷率 ϵ_2 : 2 列目の負荷率
 F_r : ラジアル荷重 (N) F_a : アキシャル荷重 (N)
 α : 接触角 (°) J_r : ラジアル積分 J_a : アキシャル積分

3) 基本定格寿命

4 点接触玉軸受は純アキシャル荷重での使用が多いため、定格寿命を計算するための基本動定格荷重はアキシャル定格荷重がカタログに記載されている。動等価ラジアル荷重により寿命計算するにはラジアル定格荷重に換算しなければならない。正確に計算するには軸受内部諸元から JIS の計算式に基づき算出する必要があるが、ここでは基本動ラジアル定格荷重 C_r と基本動アキシャル定格荷重 C_a の簡易換算を下式で行う。

$$C_a = \frac{C_r}{Y} \dots\dots\dots (5.114)$$

Y : 等価荷重を求めるときの Y 係数

複列（背面組合せまたは正面組合せ）の場合

$$C_a = \frac{C_r'}{Y'} = \frac{C_r \times i^{0.7}}{Y'} \dots\dots\dots (5.115)$$

C_r' : 複列のラジアル動定格荷重 (N)
 C_a : アクシアル動定格荷重（複列の場合でもアクシアル荷重は1個で受けるためアクシアル動定格荷重は同一である）(N)
 Y' : 複列の等価荷重を求めるときの Y 係数

式 (5.114), 式 (5.115) より

$$C_r' = Y C_a \times 2^{0.7} \dots\dots\dots (5.116)$$

Y : 等価荷重を求めるときの単列軸受の Y 係数

① 純アクシアル荷重の場合 ($F_r = 0$)

$$\text{定格寿命} : L = \left(\frac{C_a}{F_a} \right)^3$$

純アクシアル荷重では通常の寿命計算を行う。

② 複合荷重の場合

ラジアル等価荷重 : $P_r' = 0.63F_r + 1.24F_a$

複列ラジアル定格荷重 : $C_r' = 0.76C_a \times 2^{0.7}$

ただし、荷重条件が $F_a/F_r > 1.3$ を推奨

$$\text{定格寿命} : L = \left(\frac{C_r'}{P_r'} \right)^3$$

ラジアル荷重とアクシアル荷重が同時に負荷される複合荷重の場合はラジアル定格荷重に換算して寿命計算をする必要がある。

【計算例】

(5-3) 等価荷重と寿命計算 1

深溝玉軸受軸受 6206 にラジアル荷重 $F_r = 1\,500$ N, アクシアル荷重 $F_a = 500$ N の荷重が負荷されている。この軸受が回転速度 $n = 3\,000$ min⁻¹ で使用されているときの寿命を求める。
 カタログより 6206 $C_r = 21\,600$ N, $C_{Or} = 11\,300$ N, $f_0 = 13.6$

$$\frac{f_0 F_a}{C_{Or}} = \frac{13.6 \times 500}{11\,300} = 0.60$$

カタログまたは表 5.15 より $e = 0.25$

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{500}{1\,500} = 0.33 > 0.25 = e \quad \therefore Y = 1.83$$

等価荷重 : $P_r = 0.56 \times 1\,500 + 1.83 \times 500 = 1\,755$ (N)

定格寿命 : $L_{10} = \left(\frac{21\,600}{1\,755} \right)^3 \times \frac{10^6}{60 \times 3\,000} = 10\,400$ (h)

(5-4) 等価荷重と寿命計算 2

2 個の円すいころ軸受（軸受 1 : 32208, 軸受 2 : 32206）にラジアル荷重 $F_r = 12.8$ kN アクシアル荷重 $F_a = 2$ kN の荷重が負荷されている。これらの軸受が回転速度 $n = 3\,000$ min⁻¹ で使用されているときの等価荷重と寿命を求める。軸受配置を下図に示す。

軸受のラジアル荷重とアクシアル荷重を求める。

① ラジアル荷重

$$F_{r1} = 12.8 \times \frac{105}{160} = 8.4 \text{ (kN)}$$

$$F_{r2} = 12.8 \times \frac{55}{160} = 4.4 \text{ (kN)}$$

② アクシアル荷重

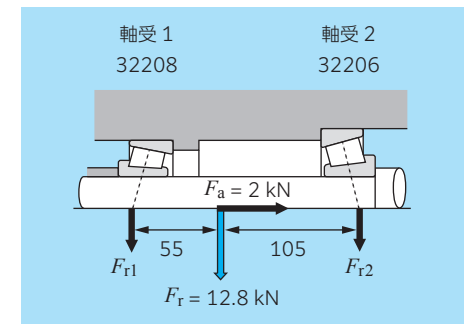
右方向を正 (+) とすると

$$F_{ac1} = -0.5 \times \frac{8.4}{1.6} = -2.625 \text{ (kN)}$$

$$F_{ac2} = 0.5 \times \frac{4.4}{1.6} = 1.375 \text{ (kN)}$$

$$F_a = 2 \text{ (kN)}$$

$$\therefore F_{ac1} < F_a + F_{ac2}$$



③等価荷重

カタログより 32208 は $e = 0.37$ のため、表 5.16 より、
 $X = 0.4, Y = 0.4 \times 1.5/0.37 \approx 1.6$

従って、等価荷重は

$$P_{rI} = 0.4 \times 8.4 + 1.6 \times (2 + 1.375) = 8.76 \text{ (kN)}$$

$$P_{rII} = 4.4 \text{ (kN)}$$

④軸受寿命

32206 : $C_r = 60.5$ (kN), 32208 : $C_r = 88$ (kN)

$$\text{軸受 1 : } L_{10} = \left(\frac{88}{8.76}\right)^{10/3} \times \frac{10^6}{60 \times 3000} = 12\,200 \text{ (h)}$$

$$\text{軸受 2 : } L_{10} = \left(\frac{60.5}{4.4}\right)^{10/3} \times \frac{10^6}{60 \times 3000} = 34\,600 \text{ (h)}$$

(5-5) 4点接触玉軸受

4点接触玉軸受 QJ210 がラジアル荷重 $F_r = 2$ kN, アキシアル荷重 $F_a = 5$ kN, 回転速度 $n = 1\,000 \text{ min}^{-1}$ の条件で使用されている。この時の軸受寿命を求める。

カタログより QJ210 : $C_a = 57.5$ (kN)

使用の判断 : $\frac{F_a}{F_r} = \frac{5}{2} = 2.5 > 1.3$ のため、使用可である。

等価荷重 : $P_r' = 0.63 \times 2 + 1.24 \times 5 = 7.46$ (kN)

定格荷重の換算 : $C_r' = 0.76 \times 57.5 \times 2^{0.7} = 71$ (kN)

定格寿命 : $L = \left(\frac{71}{7.46}\right)^3 \times \frac{10^6}{60 \times 1000} = 14\,400$ (h)

5.4 基本静定格荷重および静等価荷重

回転していない転がり軸受において過大な荷重が負荷されると、軸受の軌道面と転動体の接触面で塑性変形（永久変形）が発生し、軸受の円滑な回転を阻害する場合がある。この時の指標となる荷重を基本静定格荷重という。

5.4.1 基本静定格荷重

転がり軸受は一般的な運転状態において、転動体直径の 0.0001 倍程度の総永久変形量（軌道面と転動体の変形量の合計）であれば軸受の運転にほとんど影響がないことが経験的に知られている。ISO 76 および JIS B 1519 では、この時の荷重を基本静定格荷重とし、接触部中央における接触応力として軸受形式ごとに規定している。表 5.21 に基準接触応力および基本静定格荷重、表 5.22 に f_0 の計算式および表 5.23 に玉軸受の f_0 値を示す。表 5.23 と表 5.22 の計算式とは、 m ($D_w/2$ に対する内外輪溝曲率半径比) により、以下のように使い分ける。

ラジアル軸受で内輪側 $m \leq 1.04$ かつ外輪側 $m \leq 1.06$

または、スラスト軸受で内輪側 $m \leq 1.08$ かつ外輪側 $m \leq 1.06$ の場合、表 5.23 を用いる。上記以外の場合、表 5.22 の計算式を用いる。

表 5.21 基本静定格荷重と基準接触応力

基本静定格荷重	玉軸受		ころ軸受
ラジアル軸受 C_{0r}	$f_0 i Z D_w^2 \cos \alpha$		$f_0 i Z L_{we} D_{we} \cos \alpha$
スラスト軸受 C_{0a}	$f_0 Z D_w^2 \sin \alpha$		$f_0 Z L_{we} D_{we} \sin \alpha$
基準接触応力 σ_{max}	一般 (自動調心除く)	4 200 MPa	4 000 MPa
	自動調心	4 600 MPa	

f_0 : 係数

Z : 1 列当たりの転動体個数

D_w : 玉径 (mm)

D_{we} : ころ平均径 (mm)

L_{we} : ころ有効長さ (mm)

i : 列数

α : 接触角 (°)

表 5.22 f_0 の計算式

軸受形式	計算式	
	玉軸受	ころ軸受
ラジアル軸受 (自動調心玉軸受を除く)	$2.072 \left(\frac{\sigma_{\max}}{4\,000} \right)^3 \kappa \left[\frac{E(\kappa)}{2 \pm \frac{\gamma}{1 \mp \gamma} - \frac{1}{m}} \right]^2$	$44 \left(\frac{\sigma_{\max}}{4\,000} \right)^2 (1 - \gamma)$
自動調心軸受	$2.072 \left(\frac{\sigma_{\max}}{4\,000} \right)^3 \left[\frac{\pi}{4} (1 + \gamma) \right]^2$	
スラスト軸受	$10.362 \left(\frac{\sigma_{\max}}{4\,000} \right)^3 \kappa \left[\frac{E(\kappa)}{2 \pm \frac{\gamma}{1 \mp \gamma} - \frac{1}{m}} \right]^2$	$220 \left(\frac{\sigma_{\max}}{4\,000} \right)^2 (1 - \gamma)$

複合記号：上の記号は内輪側，下の記号は外輪側であり，値の小さい方を軸受の f_0 値として採用する。

σ_{\max} ：応力水準 (表 5.21)

$E(\kappa)$ ：第 2 種だ円積分

$\gamma = D_w \cos \alpha / D_{pw}$ または $D_{we} \cos \alpha / D_{pw}$

m ： $D_w/2$ に対する内外輪溝曲率半径比

D_{pw} ：転動体ピッチ径 (mm)

κ ： a/b a ：接触だ円長軸半径 b ：接触だ円短軸半径

表 5.23 玉軸受の f_0

γ	ラジアル玉 (一般)	自動調心玉	スラスト玉
0.00	14.7	1.9	61.6
0.01	14.9	2.0	60.8
0.02	15.1	2.0	59.9
0.03	15.3	2.1	59.1
0.04	15.5	2.1	58.3
0.05	15.7	2.1	57.5
0.06	15.9	2.2	56.7
0.07	16.1	2.2	55.9
0.08	16.3	2.3	55.1
0.09	16.5	2.3	54.3
0.10	16.4	2.4	53.5
0.11	16.1	2.4	52.7
0.12	15.9	2.4	51.9
0.13	15.6	2.5	51.2
0.14	15.4	2.5	50.4
0.15	15.2	2.6	49.6
0.16	14.9	2.6	48.8
0.17	14.7	2.7	48.0
0.18	14.4	2.7	47.3
0.19	14.2	2.8	46.5
0.20	14.0	2.8	45.7
0.21	13.7	2.8	45.0
0.22	13.5	2.9	44.2
0.23	13.2	2.9	43.5
0.24	13.0	3.0	42.7
0.25	12.8	3.0	41.9
0.26	12.5	3.1	41.2
0.27	12.3	3.1	40.5
0.28	12.1	3.2	39.7
0.29	11.8	3.2	39.0
0.30	11.6	3.3	38.2
0.31	11.4	3.3	37.5
0.32	11.2	3.4	36.8
0.33	10.9	3.4	36.0
0.34	10.7	3.5	35.3
0.35	10.5	3.5	34.6
0.36	10.3	3.6	—
0.37	10.0	3.6	—
0.38	9.8	3.7	—
0.39	9.6	3.8	—
0.4	9.4	3.8	—

5.4.2 基本静定格荷重式の誘導

基本静定格荷重は前項で紹介したように軸受形式ごとに基準の接触応力が定められており、応力と荷重の関係より求めることができる。

1) 点接触の場合

点接触での回転体荷重と接触応力の関係は Hertz の式より求めることができる。ここでは主に、深溝玉軸受、アンギュラ玉軸受の基本静定格荷重式について求める。

点接触の最大接触応力は下式によって与えられる。

$$\sigma_{\max} = \frac{3Q_{\max}}{2\pi ab} \quad \therefore Q_{\max} = \frac{2\pi ab}{3} \sigma_{\max} \dots\dots\dots (5.117)$$

σ_{\max} : 最大接触応力 Q_{\max} : 最大回転体荷重
 a : 接触だ円長軸半径 b : 接触だ円短軸半径

接触だ円半径は下式により求めることができる。

$$a = \left(\frac{2\chi^2 E}{\pi} \right)^{1/3} \left(\frac{3Q}{\sum \rho} \frac{1-v^2}{E} \right)^{1/3} \dots\dots\dots (5.118)$$

$$b = \left(\frac{2E}{\pi\chi} \right)^{1/3} \left(\frac{3Q}{\sum \rho} \frac{1-v^2}{E} \right)^{1/3} \dots\dots\dots (5.119)$$

χ : 係数 $\chi = a/b$ E : 第二種完全だ円積分
 $\sum \rho$: 曲率総和 v : ポアソン比
 E : 縦弾性係数

式 (5.117) ~ 式 (5.119) より

$$Q_{\max} = \frac{32\pi}{3} \chi \left(\frac{1-v^2}{E} \right)^2 \left(\frac{E}{\sum \rho} \right)^2 \sigma_{\max}^3$$

転がり軸受では、通常 $E = 2.07 \times 10^5$ MPa, $v = 0.3$ であるため

$$Q_{\max} = 6.4762 \times 10^{-10} \chi \left(\frac{E}{\sum \rho} \right)^2 \sigma_{\max}^3 \dots\dots\dots (5.120)$$

深溝玉軸受およびアンギュラ玉軸受の曲率総和 $\sum \rho$ は次式となる。

$$\sum \rho = \rho_{11} + \rho_{12} + \rho_{21} + \rho_{22} \\ = \frac{2}{D_w} \left(2 \pm \frac{2 \pm \gamma}{1 \mp \gamma} - \frac{1}{2f} \right) \dots\dots\dots (5.121)$$

符号は上段 : 内輪, 下段 : 外輪
 D_w : 玉径 $\gamma = D_w \cos \alpha / D_{pw}$
 f : 玉径に対する溝半径比
 $f_i = r_i / D_w$ $f_e = r_e / D_w$
 r_i : 内輪溝半径 r_e : 外輪溝半径

式 (5.120), 式 (5.121) より

$$Q_{\max} = 6.4762 \times 10^{-10} \chi \left(\frac{D_w}{2} \frac{E}{2 \pm \frac{\gamma}{1 \mp \gamma} - \frac{1}{2f}} \right)^2 \sigma_{\max}^3 \dots\dots\dots (5.122)$$

ラジアル荷重として静定格荷重 C_{0r} が負荷された時の最大回転体荷重は式 (3.19) より

$$C_{0r} = 0.2ZQ_{\max} \cos \alpha \dots\dots\dots (5.123)$$

式 (5.122), 式 (5.123) を整理すると

$$C_{0r} = 2.072 \left(\frac{\sigma_{\max}}{4000} \right)^3 \chi \left(\frac{E}{2 \pm \frac{\gamma}{1 \mp \gamma} - \frac{1}{2f}} \right)^2 Z D_w^2 \cos \alpha$$

玉の列数 i を導入し、軸受諸元以外を f_0 にまとめると

$$C_{0r} = f_0 i Z D_w^2 \cos \alpha \dots\dots\dots (5.124)$$

ここで、 $f_0 = 2.072 \left(\frac{\sigma_{\max}}{4000} \right)^3 \chi \left(\frac{E}{2 \pm \frac{\gamma}{1 \mp \gamma} - \frac{1}{2f}} \right)^2 \dots\dots\dots (5.125)$

基本静定格荷重は内輪側と外輪側の内、小さい方の値を採用する。特別な溝曲率でない限り、通常は内輪側の方が小さい。

2) 線接触の場合

線接触の最大接触応力は下式によって与えられる。

$$\sigma_{\max} = \frac{2Q_{\max}}{\pi L_{we} b} \quad \therefore Q_{\max} = \frac{\pi L_{we} b}{2} \sigma_{\max} \dots\dots\dots (5.126)$$

σ_{\max} : 最大接触応力 Q_{\max} : 最大回転体荷重
 L_{we} : ころ有効長さ b : 接触半幅

接触半幅は下式により求めることができる。

$$b = \left(\frac{8Q}{\pi L_{we} \sum \rho} \frac{1-v^2}{E} \right)^{1/2} \dots\dots\dots (5.127)$$

$\sum \rho$: 曲率総和 v : ポアソン比
 E : 縦弾性係数

式 (5.126), 式 (5.127) より

$$Q_{\max} = 2\pi \frac{1-v^2}{E} \frac{L_{we}}{\sum \rho} \sigma_{\max}^2$$

転がり軸受では、通常 $E = 2.07 \times 10^5$ MPa, $\nu = 0.3$ であるため

$$Q_{\max} = 2.7622 \times 10^{-5} \frac{L_{we}}{\sum \rho} \sigma_{\max}^2 \dots\dots\dots (5.128)$$

ラジアルころ軸受の曲率総和 $\sum \rho$ は次式となる。

$$\sum \rho = \frac{2}{D_{we}} \frac{1}{1 \mp \gamma} \dots\dots\dots (5.129)$$

符号は上段：内輪，下段：外輪
 D_{we} ：ころ平均径 $\gamma = D_{we} \cos \alpha / D_{pw}$

式(5.128)，式(5.129)より

$$Q_{\max} = 1.3811 \times 10^5 (1 \mp \gamma) L_{we} D_{we} \sigma_{\max}^2 \dots\dots\dots (5.130)$$

式(5.123)，式(5.130)を整理すると

$$C_{0r} = 44 \left(\frac{\sigma_{\max}}{4\,000} \right)^2 (1 \mp \gamma) Z L_{we} D_{we} \cos \alpha$$

* ISO では最大転動体荷重を算出する簡易式を玉，ころ共，同じ式を適用している。

ころの列数 i を導入し，軸受諸元以外を f_0 にまとめると

$$C_{0r} = f_0 i Z D_{we}^2 \cos \alpha \dots\dots\dots (5.131)$$

ここで， $f_0 = 44 \left(\frac{\sigma_{\max}}{4\,000} \right)^2 (1 \mp \gamma) \dots\dots\dots (5.132)$

ころ軸受の場合，基本静定格荷重は内輪側の値（上段）を採用する。

5.4.3 静等価荷重

静等価荷重とはラジアル荷重とアキシャル荷重が同時に負荷された軸受において，最大荷重を受ける転動体と軌道面との接触部中央に生じる接触応力と同等の接触応力となる仮定の純ラジアル荷重または純アキシャル荷重のことをいう。この静等価荷重は軸受が静止または非常に低速で回転する時，静定格荷重と比較することによって軸受到有害な圧痕が生成されるかどうかの判定を行う。軸受形式ごとの静等価荷重は，ISO 76 および JIS B 1519 によって定められている。

1) 静等価ラジアル荷重

ラジアル軸受の静等価ラジアル荷重は以下の式の内，大きい方の値とする。

$$P_{0r} = X_0 F_r + Y_0 F_a \dots\dots\dots (5.133)$$

$$P_{0r} = F_r \dots\dots\dots (5.134)$$

ラジアル玉軸受およびラジアルころ軸受の X_0 ， Y_0 を表 5.24 に示す。

表 5.24 ラジアル軸受の X_0 ， Y_0

軸受形式	単列軸受		複列軸受	
	X_0	Y_0	X_0	Y_0
深溝玉軸受	0.6	0.5	0.6	0.5
アンギュラ玉軸受	0.5	$\alpha = 5^\circ$	1	1.04
		$\alpha = 10^\circ$		1.00
		$\alpha = 15^\circ$		0.92
		$\alpha = 20^\circ$		0.84
		$\alpha = 25^\circ$		0.76
		$\alpha = 30^\circ$		0.66
		$\alpha = 45^\circ$		0.44
自動調心玉軸受	0.5	$0.22 \cot \alpha$	1	$0.44 \cot \alpha$
円筒ころ軸受 円すいころ軸受 自動調心ころ軸受	0.5	$0.22 \cot \alpha$	1	$0.44 \cot \alpha$

2) 静等価アキシャル荷重

スラスト軸受の静等価アキシャル荷重は以下の式となる。

$$\alpha \neq 90^\circ \quad P_{0a} = X_0 F_r + Y_0 F_a \dots\dots\dots (5.135)$$

$$\alpha = 90^\circ \quad P_{0a} = F_a \dots\dots\dots (5.136)$$

スラスト玉軸受およびスラストころ軸受の X_0 , Y_0 を表 5.25 に示す。

表 5.25 スラスト軸受の X_0 , Y_0

軸受形式	X_0	Y_0	備考
スラスト玉軸受	2.3tan α	1	単式の場合、 $F_r/F_a \leq 0.44\cot\alpha$ の時に問題なく適用でき、 $0.44\cot\alpha < F_r/F_a \leq 0.67\cot\alpha$ の時にほぼ満足する。複式はすべて該当する。
スラストころ軸受			
自動調心ころ軸受	2.7	1	$F_r/F_a \leq 0.55$ で使用可

5.4.4 X_0 , Y_0 係数の算出

静等価荷重の定義では「複合荷重によって発生する最大接触応力と同等の最大接触応力となる純ラジアル荷重」であるから、最大接触応力となる最大転動体荷重から静等価荷重を求めればよい。ここでは、静等価荷重を求めるための X_0 係数、 Y_0 係数について ISO で採用されている *Stellrecht* の算出方法について紹介する。

1. ラジアル玉軸受

初期接触角 α のラジアル玉軸受にアキシャル荷重 F_a とラジアル荷重 F_r が負荷された時の最大転動体荷重について示したものが図 5.23 である。この時、アキシャル荷重により接触角は α' に変化するものとする。この軸受の転動体個数を Z とすれば、転動体が 1 個あたりに受けるアキシャル荷重は F_a/Z となり、それによる転動体荷重は下式になる。

$$Q_a = \frac{F_a}{Z \sin \alpha'} \dots\dots\dots (5.137)$$

アキシャル荷重が負荷された状態で更にラジアル荷重が作用した場合、最大転動体位置には $5F_r/Z$ のラジアル荷重が負荷され、それによる転動体荷重は下式となる。

$$Q_r = \frac{1}{2} \frac{5F_r}{Z} \frac{1}{\cos \alpha'} = \frac{2.5F_r}{Z \cos \alpha'} \dots\dots\dots (5.138)$$

従って、アキシャル荷重とラジアル荷重が作用した場合の最大転動体荷重は

$$Q_{\max} = Q_r + Q_a = \frac{2.5}{Z \cos \alpha'} F_r + \frac{1}{Z \sin \alpha'} F_a \dots\dots\dots (5.139)$$

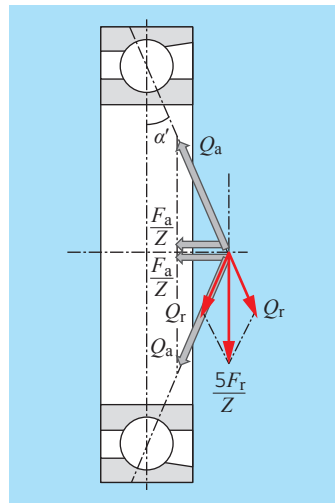


図 5.23 最大転動体荷重

同様に、上記の軸受にラジアル荷重 F_r のみが負荷された場合の最大転動体荷重は式 (3.19) より下式となる。

$$Q_{\max} = \frac{5F_r}{Z \cos \alpha} \dots\dots\dots (5.140)$$

複合荷重が負荷された時の最大転動体荷重と同じ最大転動体荷重になる純ラジアル荷重を求めれば、それが等価荷重 P_{0r} になるため、式 (5.139) と式 (5.140) より

$$\frac{5P_{0r}}{Z \cos \alpha} = \frac{2.5}{Z \cos \alpha'} F_r + \frac{1}{Z \sin \alpha'} F_a$$

$$\therefore P_{0r} = \frac{\cos \alpha}{2 \cos \alpha'} F_r + \frac{\cos \alpha}{5 \sin \alpha'} F_a \dots\dots\dots (5.141)$$

ここで、動等価荷重と同様に平行度の影響を考慮して、 Y_0 係数の補正を行う。

減少係数： $\eta_0 = 1 - 0.2 \sin \alpha$

従って、式 (5.141) は

$$P_{0r} = \frac{\cos \alpha}{2 \cos \alpha'} F_r + \frac{\cos \alpha}{5 \sin \alpha' (1 - 0.2 \sin \alpha)} F_a \dots\dots\dots (5.142)$$

式 (5.133) と式 (5.142) を比較することによって X_0 係数、 Y_0 係数が求まる。

$$X_0 = \frac{\cos \alpha}{2 \cos \alpha'} \dots\dots\dots (5.143)$$

$$Y_0 = \frac{\cos \alpha}{5 \sin \alpha' (1 - 0.2 \sin \alpha)} \dots\dots\dots (5.144)$$

複列の場合の詳細説明は省略するが、深溝玉軸受ではそれぞれの列が同じ挙動をするため X_0 係数、 Y_0 係数は同じになり、アンギュラ玉軸受では 2 倍になる。

1) 深溝玉軸受

深溝玉軸受ではアキシャル荷重が負荷されると、接触角が変化する。ISO では *Palmgren* の論文を基に、アキシャル荷重として C_{0r} が負荷された時 ($F_a = C_{0r}$) の接触角で X_0 係数、 Y_0 係数を求めると規定している。その場合、初期接触角 $\alpha = 5^\circ$ がアキシャル荷重負荷後に接触角 $\alpha' = 26.6^\circ$ となり、式 (5.143)、式 (5.144) より X_0 係数、 Y_0 係数は表 5.22 の数値である。

$$X_0 = \frac{\cos 5^\circ}{2 \cos 26.6^\circ} = 0.5571 \approx 0.6$$

$$Y_0 = \frac{\cos 5^\circ}{5 \sin 26.6^\circ (1 - 0.2 \sin 5^\circ)} = 0.4529 \approx 0.5$$

複列の場合も、1 列当りの荷重条件は同じのため、 X_0 係数、 Y_0 係数も同じである。

2) アンギュラ玉軸受

アンギュラ玉軸受ではアキシャル荷重として $C_{0r}/2$ が負荷された時 ($F_a = C_{0r}/2$) の接触角により X_0 係数, Y_0 係数を求める。式 (5.136), 式 (5.137) より算出した α' , X_0 係数, Y_0 係数を表 5.26 に示す。

複列の場合は 1 列当たりの荷重が 1/2 (転動体荷重も 1/2) となるため, X_0 係数, Y_0 係数は 2 倍になる。

表 5.26 単列アンギュラ玉軸受の接触角と係数

初期接触角: α	変化後接触角: α'	X_0	Y_0
15°	26.1°	0.5	0.46
20°	28.5°		0.42
25°	31.6°		0.38
30°	35.1°		0.33
40°	43.0°		0.26
45°	47.3°		0.22

2. ラジアルころ軸受

ころ軸受はアキシャル荷重により接触角は変化しないため, α は一定である。

従って, 式 (5.141) は以下の式となる。

$$P_{0r} = 0.5F_r + 0.2c \cot \alpha F_a \dots\dots\dots (5.145)$$

ここで, ISO は玉軸受同様, 平行度の影響を考慮するため, Y_0 を 10% 増加させると規定している。従って, ころ軸受の X_0 係数, Y_0 係数は式 (5.142) より求められ, 表 5.24 の数値および数式となる。

$$X_0 = 0.5$$

$$Y_0 = 0.22c \cot \alpha$$

複列の場合は玉軸受同様, 2 倍の数値になる。

5.5 潤滑と寿命: EHL 理論

転がり軸受は潤滑剤により軌道輪と転動体の間に油膜を生成させ, 金属接触を防いでいるが, 油膜の生成状態によっては軸受寿命に影響を与える。従って, 油膜の生成状態, 特に油膜厚さを求めることは, 軸受寿命を考える上で非常に重要である。すべり軸受でよく使用されている流体潤滑理論を転がり軸受に適用しても十分な油膜が生成されない結果となり, 使用実態と一致しないが, 弾性流体潤滑理論 (EHL 理論) を用いることによりよく説明できるようになった。潤滑剤に関して, 流体潤滑理論では等粘度流体として扱っているため面粗さよりはるかに小さい油膜しか生成されないが, EHL 理論では圧力により粘度が大きく変化する高粘度流体として扱うためほぼ妥当な油膜を得ることができる。

5.5.1 油膜厚さの計算

EHL 理論による線接触および点接触での油膜厚さの計算式を紹介する。参考のため一般的流体潤滑理論についても紹介する。

1) 流体潤滑理論

非圧縮性等粘度ニュートン流体により潤滑され, レイノルズ方程式より求めた油膜厚さの計算式は下式である。すべり軸受では転がり軸受に比べて負荷面積が大きく, 面圧が低いため流体潤滑理論が問題なく適用される。図 5.24 に流体潤滑の模式図, 図 5.25 に等価円筒, 相加速度の説明図を示す。

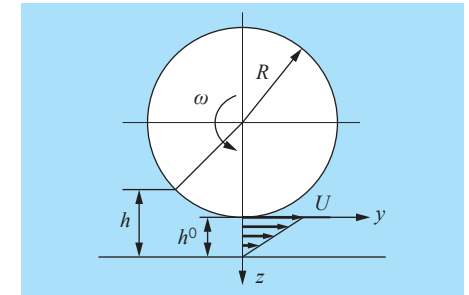


図 5.24 流体潤滑模式図

$$h^0 = 0.66 \frac{(\eta_0 U)^{2/3} R^{1/3}}{p^{2/3}} \dots\dots\dots (5.146)$$

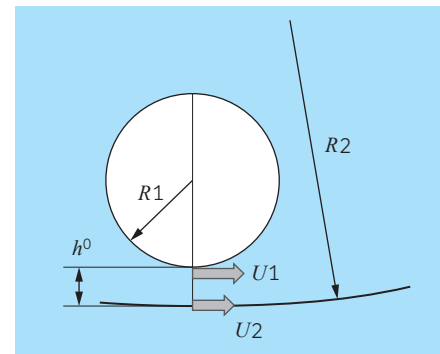


図 5.25 等価円筒, 相加速度

- η_0 : 絶対粘度
 $\eta_0 = \nu \rho \times 10^{-9}$ (N・s/mm²)
- U : 速度の和 (mm/s)
 $U = U_1 + U_2$
 U_1 : 円筒 1 の速度
 U_2 : 円筒 2 の速度
- R : 等価円筒半径 (mm)
 $R = (R_1^{-1} \pm R_2^{-1})^{-1}$
上段: 内輪, 下段: 外輪
- p : 面圧 (MPa)
- h^0 : 最小油膜厚さ (mm)
- ω : 回転速度 (rad/s)
- h : 油膜厚さ (mm)
- ν : 動粘度 (mm²/s)
- ρ : 密度 (kg/mm³ × 10⁻⁶)

《線接触：Ertel-Grubin 式》

$$h^0 = 0.228 \left\{ \frac{D_{we}}{2} (1 \mp \gamma) \right\}^{1.091} \left(\eta_0 \alpha n \cos \theta \frac{1 \pm \gamma}{\gamma} \right)^{0.727} \left(\frac{E' L_{we}}{Q_{max}} \right)^{0.091}$$

$$= K \times A \times B \times C \times D$$

K : 材料係数 $K = 0.228 E'^{0.091}$: 等価縦弾性係数
 $E' = 228.5$ (GPa)

A : 形式係数 $A = \left\{ \frac{D_{we}}{2} (1 \mp \gamma) \right\}^{1.091} \left(\cos \theta \frac{1 \pm \gamma}{\gamma} \right)^{0.727} L^{0.091}$
 θ : 接触角 D_{we} : ころ平均径 (mm)
 $\gamma = \frac{D_{we} \cos \theta}{D_{pw}}$ D_{pw} : ころピッチ径 (mm)
 L_{we} : ころ有効長さ (mm)

B : 粘度係数 $B = (\eta_0 \times \alpha)^{0.727}$ 図 5.27 参照
 η_0 : 絶対粘度 ($N \cdot s/mm^2$), α : 圧力粘度指数

C : 速度係数 $C = n^{0.727}$ n : 回転速度 (min^{-1})

D : 荷重係数 $D = \frac{1}{Q_{max}^{0.091}}$ Q_{max} : 最大転動体荷重 (kN)

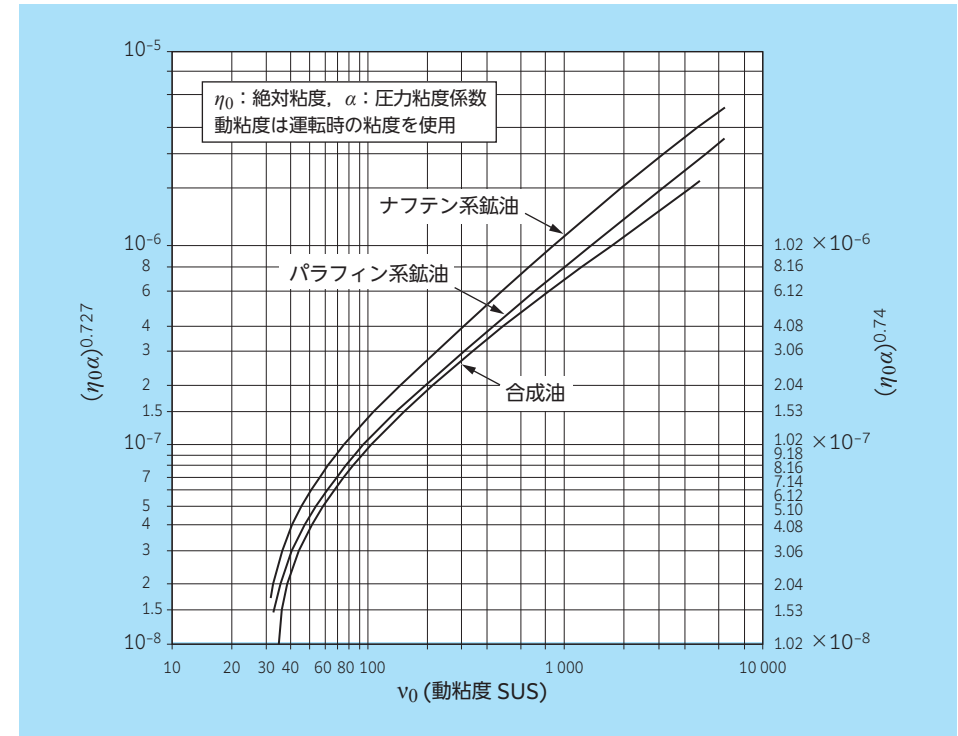


図 5.27 動粘度と粘度係数

《点接触：Archard-Cowking 式》

$$h^0 = 0.230\phi^{0.74} \left\{ \frac{D_w}{2} (1 \mp \gamma) \right\}^{1.148} \left(\eta_0 \alpha n \cos\theta \frac{1 \pm \gamma}{\gamma} \right)^{0.74} \left(\frac{E'}{Q_{\max}} \right)^{0.074}$$

$$= K \times A \times B \times C \times D$$

K : 材料係数 $K = 0.230E'^{0.074}$ $E' = 228.5$ (GPa)

A : 形式係数 $A = \phi^{0.74} \left\{ \frac{D_w}{2} (1 \mp \gamma) \right\}^{1.148} \left(\cos\theta \frac{1 \pm \gamma}{\gamma} \right)^{0.74}$

ϕ : 漏れ係数 (だ円率) θ : 接触角

D_w : 玉径 (mm) $\gamma = \frac{D_w \cos\theta}{D_{pw}}$

B : 粘度係数 $B = (\eta_0 \times \alpha)^{0.74}$ 図 5.27 参照

C : 速度係数 $C = n^{0.74}$ n : 回転速度 (min⁻¹)

D : 荷重係数 $D = \frac{1}{Q_{\max}^{0.074}}$ Q_{\max} : 最大転動体荷重 (kN)

Q_{\max} の概算値

ラジアル荷重の場合 $Q_{\max} = 5 \frac{F_r}{Z}$

アキシャル荷重の場合 $Q_{\max} = \frac{F_a}{Z \sin\theta}$

軸受形式ごとの形式係数を表 5.28, 表 5.29 に示す。一般的に内輪側の油膜が薄くなるため、内輪での数値を示す。

油膜厚さについては、実際には油の圧力粘度係数を特定できない、また、油膜厚さを明確に計測できる方法がない等の問題点があるため、これらの計算式で得られた数値の絶対値で判断するのではなく、相対的な数値として判断するべきである。また、使用した計算式は明確にしておくことが重要である。

表 5.28 ころ軸受の形式係数 A (内輪)

内径番号	系列符号 (上段：円すいころ, 下段：円筒ころ)					
	302 NU2E	303 NU3E	320 —	322 NU22E	323 NU23E	330 —
04	13.3	18.6	—	13.8	15.5	—
05	14.7	21.9	13.2	15.5	18.8	13.4
06	18.2	25.2	15.9	18.6	22.2	16.2
07	21.7	28.4	18.2	22.2	25.6	18.5
08	24.4	32.4	20.4	25.2	28.8	20.6
09	26.4	36.5	22.8	27.0	33.1	22.9
10	28.4	40.4	24.3	28.8	37.2	24.4
11	32.2	44.5	27.9	32.6	41.2	28.2
12	35.4	48.8	29.2	36.2	45.3	29.5
13	39.7	52.9	30.8	40.7	49.6	31.0
14	41.4	57.1	34.5	42.5	53.7	35.4
15	43.5	61.8	36.0	44.5	58.2	35.8
16	47.4	65.5	40.8	48.6	62.7	41.6
17	51.2	69.9	42.2	52.5	66.5	43.3
18	55.2	73.7	46.1	56.7	70.8	48.1
19	59.1	79.8	47.7	60.9	75.8	49.4
20	63.3	18.6	49.1	65.1	82.3	50.7
22	72.0	89.2	58.2	73.9	91.1	58.8
24	78.0	98.9	61.2	79.9	102.4	61.9
26	84.6	107.9	70.2	86.9	111.9	71.7
28	91.3	116.2	73.3	96.4	121.3	74.9
30	99.8	126.5	79.4	104.7	128.5	81.7

軸受形式の相違による誤差は 5 % 以下であるため円すいころ軸受の値を代表値とした

表 5.29 玉軸受の形式係数 A (内輪)

内径番号	系列符号 (上段：深溝玉軸受, 下段：アンギュラ玉軸受)				
	68 78	69 79	60 70	62 72	63 73
00	4.20	4.95	5.95	6.82	8.19
01	4.69	5.50	6.82	7.51	8.74
02	5.39	6.59	7.74	8.71	10.6
03	5.83	7.39	8.80	10.2	11.7
04	7.73	9.17	10.8	12.4	13.3
05	8.93	10.5	12.2	13.9	16.5
06	10.1	11.8	14.7	17.0	19.8
07	11.2	14.1	16.8	20.0	22.3
08	12.2	16.3	18.4	22.6	25.6
09	13.3	17.8	20.7	24.7	29.9
10	15.2	18.9	22.1	26.3	33.5
11	17.6	21.3	25.5	29.7	36.2
12	19.9	22.6	27.0	33.7	40.1
13	21.2	23.8	28.4	36.2	43.2
14	22.3	27.5	32.0	38.4	46.9
15	23.4	28.8	33.4	40.4	50.5
16	24.4	30.2	37.1	43.7	54.2
17	28.5	33.9	38.6	47.0	57.9
18	29.7	35.2	42.3	51.0	61.6
19	30.8	36.5	43.8	54.6	65.3
20	31.9	40.4	45.3	58.4	70.8
22	36.0	43.1	52.9	65.9	80.9
24	39.6	48.4	56.0	71.6	86.6
26	45.1	53.8	63.0	77.3	94.5
28	47.5	56.6	66.1	82.8	102.4
30	53.2	63.9	71.7	88.2	108.8

接触角の相違による誤差は 5 % 以下であるため深溝玉軸受の値を代表値とした

5.5.2 油膜パラメータと寿命

転がり軸受の接触面における潤滑状態は回転によって形成される潤滑油膜の厚さと接触面の表面粗さとの比によって判定することができる。この油膜厚さと表面粗さの比を油膜パラメータ (Λ) といい、この値が大きいかほど良い潤滑状態で使用されていることとなる。油膜パラメータは下式により求める。

$$\Lambda = \frac{h^0}{\sqrt{R_1^2 + R_2^2}}$$

h^0 : 油膜厚さ

R_1, R_2 : 表面粗さ (rms)

表面粗さは実効値 (rms) で表す

平均粗さ (R_a) からの換算 $R_{rms} = 1.1R_a$

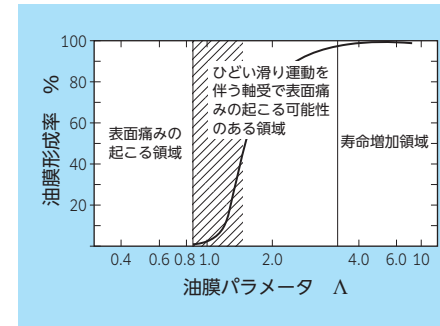


図 5.28 油膜パラメータと油膜形成率

Harris によって求められた油膜パラメータと油膜形成率の関係を図 5.28 示す。

Λ が 4 以上では油膜形成率がほぼ 100 % となるため十分に油膜が形成され、軸受寿命も計算寿命 (定格寿命: L_{10}) 以上が期待できる。 $\Lambda = 0.9 \sim 1.5$ の範囲 (斜線部) では油膜形成率が 50 % 以下となり表面損傷により定格寿命を満足できない場合がある。

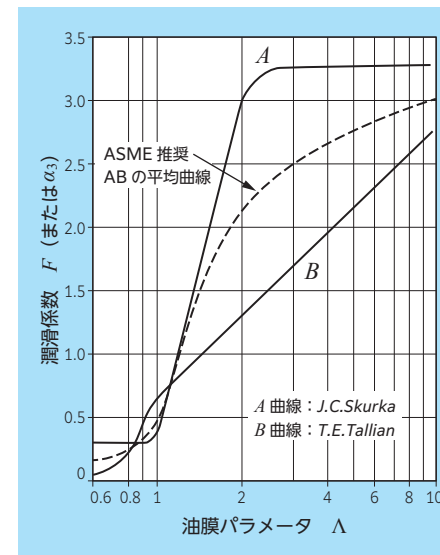


図 5.29 油膜パラメータと潤滑係数

図 5.29 は Tallian と Skurka によって提案されたものに ASME によって平均値が追加された線図である。油膜パラメータから潤滑係数 (ISO の α_3 に相当) を求めることができるが、前項で述べたように油膜計算自体が前提付きの値であるため使用条件や使用実績を考慮の上慎重に適用すべきである。また、ISO では潤滑の影響を考慮した修正定格寿命も提案されているが、適用はまだ一部の機種にとどまっているため、油膜の影響は基本的には相対的に評価し、数値評価は参考とするべきであると思われる。

5.5.3 高速回転時の油膜補正

転がり軸受が高速回転で使用される場合、転がり接触の入り口部分における油はせん断により局部的に温度が上昇して油の粘度が低下する。その結果、油膜厚さが低下するため、油膜パラメータの補正が必要になる。図 5.30 に回転速度と減少係数の線図を示す。

横軸は $d_m n$ 値（転動体ピッチ径×回転速度 = $D_{pw} \times n$ ）、縦軸は減少係数 ϕ_T である。

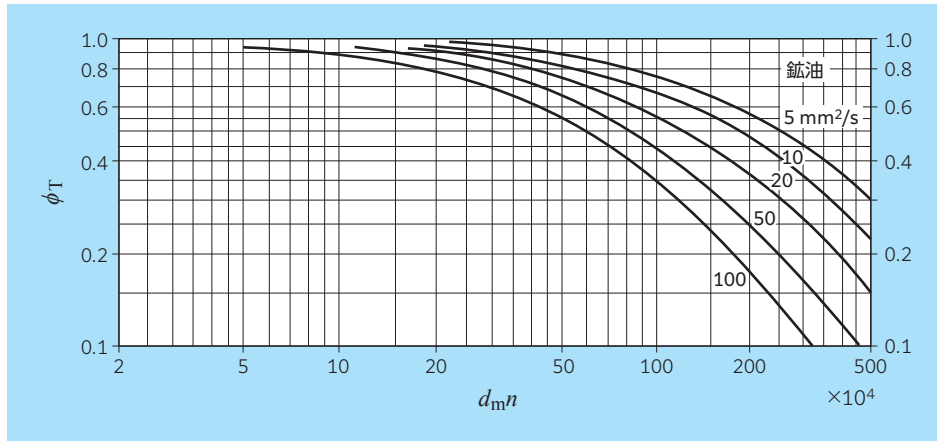


図 5.30 回転速度と減少係数

補正後の油膜厚さ： $\Lambda' = \phi_T \Lambda$
 ϕ_T ：減少係数
 Λ ：補正前の油膜厚さ

5.5.4 潤滑油不足の場合での油膜補正

油膜厚さを求める計算式は接触領域に潤滑剤が十分に供給されている潤滑方法を前提としている。オイルミスト潤滑、エアオイル潤滑およびグリース潤滑のような場合には潤滑不足による油膜厚さの減少を考慮する必要がある。文献によれば、通常の油膜厚さに対して 0.46 ~ 0.71 の減少係数を乗ずればよい。これらの減少係数を求める式として Wolveridge の式や Hamrock-Dowson の式が提案されているが、いずれの式も図 5.31 に示すような、接触中心から油膜湾曲部までの距離 (x_0 または x_B) が必要となる。ただし、この距離を求めるための最終式は開発されておらず実験で求めなければならないため実用的でない。

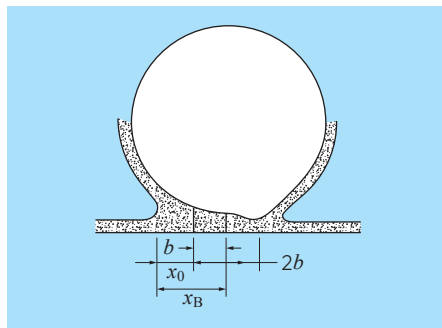


図 5.31 油膜生成状態

ここでは、潤滑剤の不足とそれに伴う冷却効果の減少の効果を組み合わせて減少係数を算出した Goksem の式を紹介する。

$$h^{0'} = \phi \times h^0$$

$h^{0'}$ ：修正油膜厚さ ϕ ：発熱と潤滑不足による減少係数

$$\phi = \phi_T \left[1 - \frac{1}{(4.6 + 1.15L^{0.6})(0.6345/\phi_T)^{0.52/(1+0.001L)}} \right]$$

発熱による係数： $\phi_T = \frac{1}{1 + 0.0766G^{0.687} Q_L^{0.447} L^{0.527} e^{0.875S}}$

粘度係数： $G = \alpha E'$

α ：圧力粘度係数 (mm²/N)
 $\alpha = \{0.6 + 0.965 \log(v\rho)\} \times 10^{-2}$
 v ：動粘度 ρ ：比重 (0.88)
 E' ：等価縦弾性係数

荷重係数： $Q_L = \frac{Q_{max}}{L_{we} E' R_y}$ $R_y = \frac{D_{we}}{2} (1 - \gamma)$ $\gamma = \frac{D_{we} \cos\theta}{D_{pw}}$

Q_{max} ：最大転動体荷重 (kN)
 L_{we} ：ころ有効長さ (mm) D_{we} ：ころ平均径 (mm)

速度係数： $S = \frac{2(u_1 - u_2)}{(u_1 + u_2)}$ $u_1 = \frac{D_{pw}}{2} (1 - \gamma)(\omega_i - \omega_c)$ $u_2 = \frac{D_{we}}{2} \omega_r$

u_1 ：内輪相対速度 (mm/s) u_2 ：転動体速度 (mm/s)
 ω_i ：内輪角速度 (rad/s) ω_c ：公転角速度 (rad/s)
 ω_r ：ころ自転角速度 (rad/s) D_{pw} ：転動体ピッチ径 (mm)
 純転がりの場合は $u_1 = u_2$ となるため $S = 0$

熱係数： $L = \frac{\beta \eta_1}{T_1^2} \times \frac{(u_1 + u_2)^2}{4k_b}$ $\beta = \frac{T_2 T_1}{T_2 - T_1} \ln\left(\frac{v_1}{v_2}\right)$

絶対粘度： $\eta_1 = v_1 \rho$
 熱伝導率： $k_b = 0.1385$ (W/mK) ρ ：潤滑油の密度 (g/cm³)
 v_1 ：運転時の動粘度 (mm²/s) v_2 ：規格温度 (98.9℃) の動粘度 (mm²/s)
 T_1 ：運転温度 (K) T_2 ：規格温度 (98.9℃ = 372.1 K)

【計算例】

(5-6) 油膜厚さ：円筒ころ軸受

円筒ころ軸受 N209E が以下の条件で運転されているとき、内輪での油膜厚さと油膜パラメータを求める。遠心力の影響は無視し、最大転動体荷重は概算値を使用する。線接触：Grubin 式を用いて計算する。

ラジアル荷重 $F_r = 4\,450\text{ N}$ 、回転速度 $n = 6\,000\text{ min}^{-1}$

潤滑油：ナフテン系鉱油 動粘度 $\nu = 100\text{ SUS}$

転動体個数： $Z = 15$

表面粗さ：内輪 $R_i = 0.15\text{ }\mu\text{m}$ 、ころ $R_r = 0.15\text{ }\mu\text{m}$

$$h^0 = 0.228 \left\{ \frac{D_{we}}{2} (1 \mp \gamma) \right\}^{1.091} \left(\eta_0 \alpha n \cos \theta \frac{1 \pm \gamma}{\gamma} \right)^{0.727} \left(\frac{E' L}{Q_{\max}} \right)^{0.091}$$

$$= K \times A \times B \times C \times D$$

材料係数： $K = 0.228 \times 228.5^{0.091} = 0.3738$

形式係数： $A = 26.4$ 表 5.28 より

粘度係数： $B = 1.4 \times 10^{-7}$ 図 5.27 より

速度係数： $C = 6\,000^{0.727} = 558$

荷重係数： $D = \frac{1}{1.365^{0.091}} = 0.9721$

$$Q_{\max} = \frac{4.6 \times 4.45}{15} = 1.365 \text{ (kN)}$$

$$h^0 = 0.3738 \times 26.4 \times 1.4 \times 10^{-7} \times 558 \times 0.9721 = 0.00075 \text{ (mm)}$$

$$\Lambda = \frac{0.75}{\sqrt{(1.1 \times 0.15)^2 + (1.1 \times 0.15)^2}} = 3.2$$

(5-7) 油膜厚さ：アンギュラ玉軸受

アンギュラ玉軸受 7020C が以下の条件で運転されているとき、内輪での油膜厚さと油膜パラメータを求める。遠心力の影響は無視し、最大転動体荷重は概算値を使用する。点接触：Archard-Cowking 式を用いて計算する。

アキシャル荷重 $F_a = 7\,000\text{ N}$ 、回転速度 $n = 8\,000\text{ min}^{-1}$

潤滑油：ナフテン系鉱油 動粘度 $\nu = 10\text{ mm}^2/\text{s}$

転動体個数： $Z = 22$

表面粗さ：内輪 $R_i = 0.12\text{ }\mu\text{m}$ 、玉 $R_r = 0.12\text{ }\mu\text{m}$

$$h^0 = 0.230 \phi^{0.74} \left\{ \frac{D_w}{2} (1 \mp \gamma) \right\}^{1.148} \left(\eta_0 \alpha n \cos \theta \frac{1 \pm \gamma}{\gamma} \right)^{0.74} \left(\frac{E'}{Q_{\max}} \right)^{0.074}$$

$$= K \times A \times B \times C \times D$$

材料係数： $K = 0.230 \times 228.5^{0.074} = 0.344$

形式係数： $A = 45.3$ 表 5.29 より

粘度係数： $B = 7.5 \times 10^{-8}$ 図 5.27 参照

動粘度の換算 $10\text{ mm}^2/\text{sec} = 60\text{ SUS}$ (NTN 転がり軸受 総合カタログ 付表より)

速度係数： $C = 8\,000^{0.74} = 773$

荷重係数： $D = 0.985$

アキシャル荷重の場合 $Q_{\max} = \frac{7}{22 \times \sin 15^\circ} = 1.23 \text{ (kN)}$

$$h^0 = 0.344 \times 45.3 \times 7.5 \times 10^{-8} \times 773 \times 0.985 = 0.00089 \text{ (mm)}$$

$$\Lambda = \frac{0.89}{\sqrt{(1.1 \times 0.12)^2 + (1.1 \times 0.12)^2}} = 4.8$$

(5-8) 高速時の油膜

例題 (5-6) の円筒ころ軸受 N209E において、回転速度が $10\,000\text{ min}^{-1}$ となった場合の油膜厚さを求める。この時、温度上昇により動粘度は 80 SUS まで低下していたものとする。また、せん断による温度影響を考慮して油膜厚さを補正する。

N209E： $d = 45\text{ mm}$ 、 $D = 85\text{ mm}$

速度係数と粘度係数が変わるだけのため

$B = 1.1 \times 10^{-7}$ 図 5.27 参照

$C = 809$

$$h^0 = 0.3738 \times 26.4 \times 1.1 \times 10^{-7} \times 809 \times 0.9721 = 0.00085 \text{ (mm)}$$

$$\Lambda = \frac{0.85}{\sqrt{(1.1 \times 0.15)^2 + (1.1 \times 0.15)^2}} = 3.6$$

本条件での $d_m n$ は

$$d_m n = \frac{45 + 85}{2} \times 10\,000 = 65 \times 10^4$$

粘度の換算 (比重 0.88 とする)

$$80\text{ SUS} = 15.8\text{ mm}^2/\text{s} = 15.8 \times 0.88\text{ cP} \doteq 13.9\text{ cP}$$

図 5.30 より、減少係数： $\phi_T = 0.75$

油膜および油膜パラメータを補正すると

$$h^{0'} = 0.75 \times 0.85 = 0.64\text{ }\mu\text{m}$$

$$\Lambda' = 0.75 \times 3.6 = 2.7$$

(5-9) 潤滑不足の油膜

例題 (5-8) の円筒ころ軸受 N209E において、潤滑不足が発生するグリース潤滑としたときの油膜厚さを求める。この時、運転時の温度は 60℃ となり、基油の動粘度は 15.8 mm²/s であったとする。使用した潤滑剤は 98.9℃ で 7.5 mm²/s の粘度を持つナフテン系鉱油とする。

動粘度 15.8 mm²/s は換算すると 80 SUS となるため、例題 (5-8) より
 油膜厚さ： $h^0 = 0.00085$ (mm)
 油膜パラメータ： $\Lambda = 3.6$

グリース潤滑のため、潤滑不足による補正をする。

粘度係数： $G = aE'$

a ：圧力粘度係数 (mm²/N)

$$a = \{0.6 + 0.965 \times \log(15.8 \times 0.88)\} \times 10^{-2} = 0.01703$$

ν ：動粘度 (mm²/s) ρ ：比重 (0.88)

E' ：等価縦弾性係数 $E' = 228\,500$ (N/mm²)

$$G = 0.01703 \times 228\,500 = 3\,891$$

$$\text{荷重係数：} Q_L = \frac{Q_{\max}}{L_{we} E' R_y}$$

ころ平均径 $D_{we} = 11$ mm, ころ有効長さ $L_{we} = 9$ mm

転動体ピッチ径 $D_{pw} = 65.5$ mm とする

$$R_y = \frac{11}{2} \times \left(1 - \frac{11}{65.5}\right) = 4.576 \text{ (mm)}$$

$$Q_{\max} = \frac{4.6F_r}{Z} = \frac{4.6 \times 4\,450}{15} = 1\,365 \text{ (N)}$$

$$Q_L = \frac{1\,365}{9 \times 228\,500 \times 4.576} = 0.145 \times 10^{-3}$$

速度係数： S

$$\omega_i = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi \times 2 \times 10\,000}{60} = 1\,047 \text{ (rad/s)}$$

$$\omega_c = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{11}{65.5}\right) \times 1\,047 = 435.6 \text{ (rad/s)}$$

$$\omega_r = \frac{1}{2} \left(\frac{65.5}{11} - \frac{11}{65.5}\right) \times 1\,047 = 3\,029 \text{ (rad/s)}$$

$$u_1 = \frac{65.5}{2} \left(1 - \frac{11}{65.5}\right) \times (1\,047 - 435.6) = 16\,660 \text{ mm/s} = 16.66 \text{ (m/s)}$$

$$u_2 = \frac{11 \times 3\,029}{2} = 16\,660 \text{ mm/s} = 16.66 \text{ (m/s)}$$

純転がりの場合は $u_1 = u_2$ となるため $S = 0$

$$\text{熱係数：} L = \frac{2\,372 \times 0.0139}{333^2} \times \frac{(2 \times 16.66)^2}{4 \times 0.1385} = 0.5959$$

$$\eta_1 = 15.8 \times 0.88 \times 10^{-3} = 0.0139 \text{ (Nsec/m}^2\text{)}$$

$$\beta = \frac{372.1 \times 333.2}{372.1 - 333.2} \ln\left(\frac{15.8}{7.5}\right) = 2\,375 \text{ (K)}$$

熱伝導率： $k_b = 0.1385$ W/mK ρ ：潤滑油の密度 0.88 g/cm³

ν_1 ：運転時の動粘度 15.8 mm²/s

ν_2 ：規格温度 (98.9℃) の動粘度 7.5 mm²/s

T_1 ：運転温度 333.2 K T_2 ：規格温度 (98.9℃ = 372.1 K)

$$\phi_T = \frac{1}{1 + 0.0766 \times 3\,891^{0.687} \times 0.000145^{0.447} \times 0.5959^{0.527} \times 1} = 0.753$$

$$\phi = 0.753 \times \left[1 - \frac{1}{(4.6 + 1.15 \times 0.5959^{0.6}) (0.6345/0.753)^{(0.52/(1 + 0.001 \times 0.5959))}}\right] = 0.59$$

グリース潤滑のため油膜厚さおよび油膜パラメータは 59% 低下して下記になる。

$$h^{0'} = 0.59 \times 0.85 = 0.50 \text{ } \mu\text{m}$$

$$\Lambda' = 0.59 \times 3.6 = 2.1$$

5.6 ワイブル分布と軸受寿命

転がり軸受の疲労寿命は非常にばらつきが大きいので統計的に処理する必要があるが、統計学のいろいろな分布の中で、ワイブル分布が転がり軸受の寿命実験結果とよく一致する。Palmgren が適用して以来、転がり軸受の寿命分布には一般的にワイブル分布が用いられている。ワイブル分布の累積分布関数は下式で示される。

$$F(L) = 1 - e^{-\alpha L^\beta} \dots\dots\dots (5.147)$$

- $F(L)$: 累積破損確率
全体の個数に対する破損した累積個数の割合
- L : 寿命
- α : 材料の強さを表す定数
- β : 材料強さのばらつきを表す定数 (ワイブルスロープ)

5.6.1 寿命線図 (ワイブル線図)

1) ワイブル確率紙

ワイブル分布を利用することによって、具体的な寿命データから L_{10} (定格寿命) や L_{50} (平均寿命) を求めることができる。
式 (5.147) を整理し、逆数の対数を取ると下式になる。

$$\ln \left[\frac{1}{1 - F(L)} \right] = \alpha L^\beta$$

自然対数と常用対数には次式の関係があるため上式は以下のようになる。

$$\ln G = k \log G \quad k = 2.303$$

$$\log \left[\frac{1}{1 - F(L)} \right] = \alpha_1 L^\beta \dots\dots\dots (5.148)$$

$$\alpha_1 = \frac{\alpha}{k}$$

式 (5.148) の対数を取ると下式になる。

$$\log \log \left[\frac{1}{1 - F(L)} \right] = \beta \log L + \log \alpha_1 \dots\dots\dots (5.149)$$

式 (5.149) を以下におくと、

$$Y = \log \log \left[\frac{1}{1 - F(L)} \right]$$

$$X = \log L$$

$$A = \log \alpha_1$$

$Y = \beta X - A$ は 1 次方程式となり、縦軸に Y 、横軸に X としたチャートを作ればこの線図は直線となる。この時のチャートをワイブル確率紙と呼び、定まった様式の用紙が用意されている (図 5.32)。この線図の傾き β をワイブルスロープと呼ぶ。

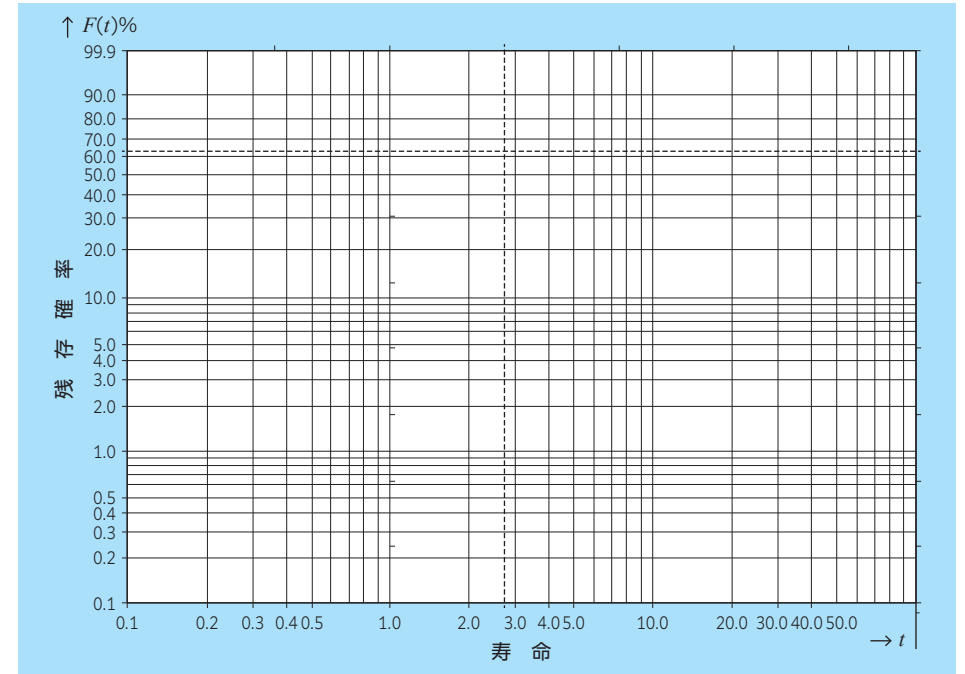


図 5.32 ワイブル確率紙

2) 寿命線図 (ワイブル線図) の作成

寿命線図はワイブル確率紙に寿命データを打点して作成するが、寿命データを打点するには表 5.30 のメディアンランクを使用する。メディアンランクとは累積破損確率の中央値を表す数値であり、この表の横軸はデータの大きさ (個数)、縦軸は破損順位である。

今、表 5.31 に示す 8 個の寿命データが得られたとして、このデータよりワイブル線図を作成する。

- (1) 寿命データを表 5.32 のように短い順に並べ替え、メディアンランク表より $n = 8$ の数値を当てはめる。
- (2) 表 5.32 の数値をワイブル確率紙に打点する。
(縦軸はメディアンランク、横軸は寿命)
- (3) 作成された点より直線 (回帰直線) を作成し、 L_{10} (定格寿命)、 L_{50} (平均寿命) 等の特性値を読み取る。(図 5.33)

表 5.30 メディアンランク

サンプルサイズ = n

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	.5000	.2929	.2063	.1591	.1294	.1091	.0943	.0830	.0741	.0670	.0611	.0561	.0519	.0483	.0452	.0424	.0400	.0378	.0358	.0341
2		.7071	.5000	.3864	.3147	.2655	.2295	.2021	.1806	.1632	.1489	.1368	.1266	.1178	.1101	.1034	.0975	.0922	.0874	.0831
3			.7937	.6136	.5000	.4218	.3648	.3213	.2871	.2594	.2366	.2175	.2013	.1873	.1751	.1644	.1550	.1465	.1390	.1322
4				.8409	.6853	.5782	.5000	.4404	.3935	.3557	.3244	.2982	.2760	.2568	.2401	.2254	.2125	.2009	.1905	.1812
5					.8706	.7345	.6352	.5596	.5000	.4519	.4122	.3789	.3506	.3263	.3051	.2865	.2700	.2553	.2421	.2302
6					.8909	.7705	.6787	.6065	.5481	.5000	.4596	.4253	.3958	.3700	.3475	.3275	.3097	.2937	.2793	
7						.9057	.7979	.7129	.6443	.5878	.5404	.5000	.4653	.4350	.4085	.3850	.3641	.3453	.3283	
8							.9170	.8194	.7406	.6756	.6211	.5747	.5347	.5000	.4695	.4425	.4184	.3968	.3774	
9								.9259	.8368	.7634	.7018	.6494	.6042	.5650	.5305	.5000	.4728	.4484	.4264	
10									.9330	.8511	.7825	.7240	.6737	.6300	.5915	.5575	.5272	.5000	.4755	
11										.9389	.8632	.7987	.7432	.6949	.6525	.6150	.5816	.5516	.5254	
12											.9439	.8734	.8127	.7599	.7135	.6725	.6359	.6032	.5736	
13												.9481	.8822	.8249	.7746	.7300	.6903	.6547	.6226	
14													.9517	.8899	.8356	.7875	.7447	.7063	.6717	
15														.9548	.8966	.8450	.7991	.7579	.7207	
16															.9576	.9025	.8535	.8095	.7698	
17																.9600	.9078	.8610	.8188	
18																	.9622	.9126	.8678	
19																		.9642	.9169	
20																			.9659	

表 5.31 寿命データ

軸受	寿命(h)
I	327
II	586
III	265
IV	184
V	500
VI	389
VII	683
VIII	408

表 5.32 メディアンランク当てはめ

順位	寿命(h)	メディアンランク
①	184	0.0830
②	265	0.2021
③	327	0.3213
④	389	0.4404
⑤	408	0.5596
⑥	500	0.6787
⑦	586	0.7979
⑧	683	0.9170

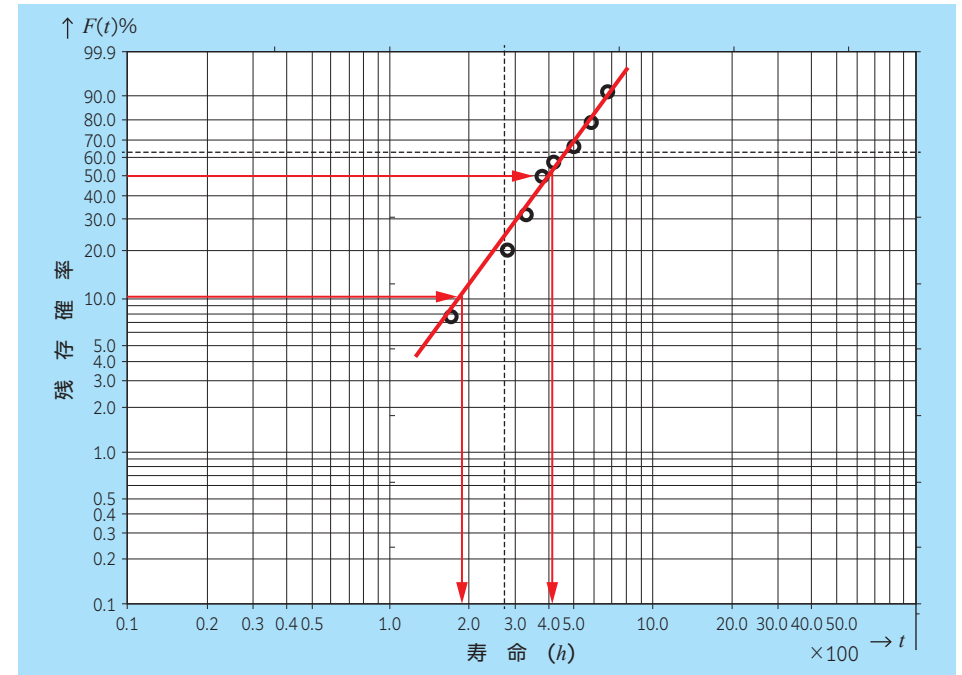


図 5.33 寿命線図 (例)

5.6.2 メディアンランクと信頼幅

1) メディアンランク

メディアンランクとは前項で、「累積破損確率の中央値を表す数値」と説明したが、ここではもう少し詳しく説明する。

≪100個の寿命データがあったとする≫

寿命データ：DATA1～DATA100

(1) 100個のデータから10個のデータを抜き出し、寿命の短いものから順番に並べる。これを10回繰り返す。

表 5.33 10個の抜き取りと順位

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
No1	1-①	1-②	1-③	1-④	1-⑤	1-⑥	1-⑦	1-⑧	1-⑨	1-⑩
No2	2-①	2-②	2-③	2-④	2-⑤	2-⑥	2-⑦	2-⑧	2-⑨	2-⑩
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
No10	10-①	10-②	10-③	10-④	10-⑤	10-⑥	10-⑦	10-⑧	10-⑨	10-⑩

- (2) 順位ごとの 10 個を 1 つの集団とし、順位集団ごとに、横軸に順位、縦軸に個数の分布図 (図 5.34) を作る。
- (3) 個数の影響を除くため、横軸を全体が 1 となる「順位率」に変換する。
各順位集団の分布中央値 → メディアンランク
各順位集団の分布関数 → 各順位での確率密度関数
- (4) 確率密度関数およびメディアンランクは下式で表される。
確率密度関数：

$$g_{n \cdot j}(\lambda) = n C_j [j \lambda^{j-1} (1-\lambda)^{n-j}] \dots\dots\dots (5.150)$$

n : データ数 j : 順位数

メディアンランク：

本来、確率密度関数で囲まれた面積 (累積分布関数： $G_{n \cdot j}(\lambda)$) が 0.5 となる λ がメディアンランク (λ_m) であるが、計算が煩雑になるため近似式が提案されている。この近似式でも誤差は小さいため実用上問題ない。表 5.30 は本式で作成されたものである。

$$G_{n \cdot j}(\lambda_m) = \int_0^{\lambda_m} g_{n \cdot j}(\lambda) d\lambda = 0.5 \rightarrow \lambda_m$$

近似式

$$\lambda_m = 1 - 2^{-1/n} + \frac{j-1}{n-1} \{ 2^{(1-1/n)} - 1 \} \dots\dots\dots (5.151)$$

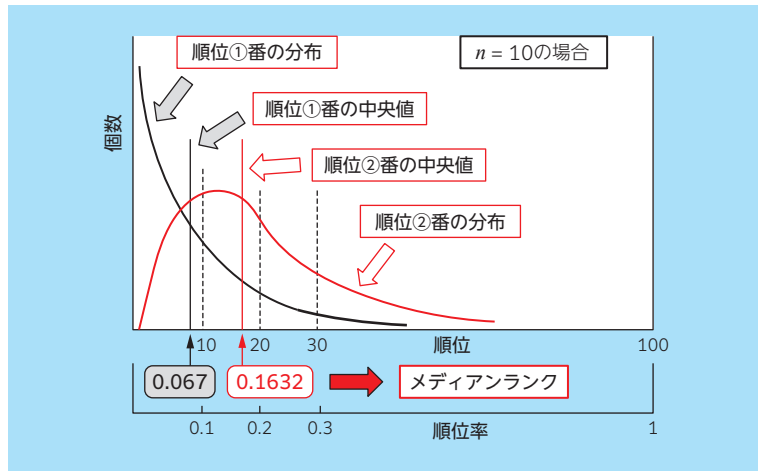


図 5.34 確率密度関数とメディアンランク

2) 信頼幅

信頼幅はそれぞれの順位の累積密度関数より求める。

図 5.35 に示すように順位②での累積密度関数が 5% と 95% の時の順位率 (λ_5, λ_{95}) を求めれば 90% 信頼幅を求めることができる。

$$G_{n \cdot j}(\lambda_5) = 0.05 \quad G_{n \cdot j}(\lambda_{95}) = 0.95$$

図 5.36 は寿命線図に信頼幅を書き込んだものである。

信頼幅を求めるためには非常に煩雑な繰返し計算が必要であるが、市販の統計解析ツールを用いれば簡単に寿命線図や信頼幅曲線を作成することができる。

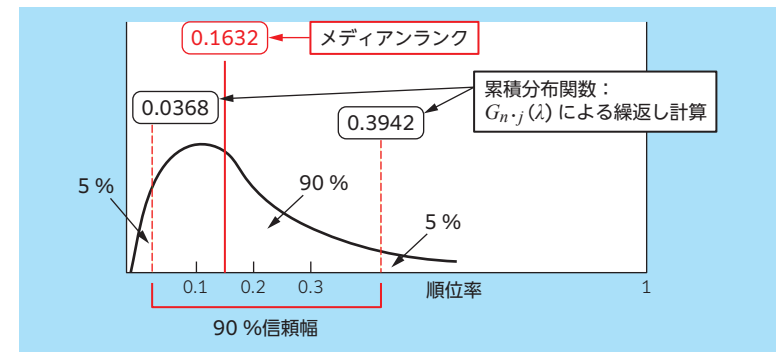


図 5.35 $n = 10$, 順位②番の信頼幅

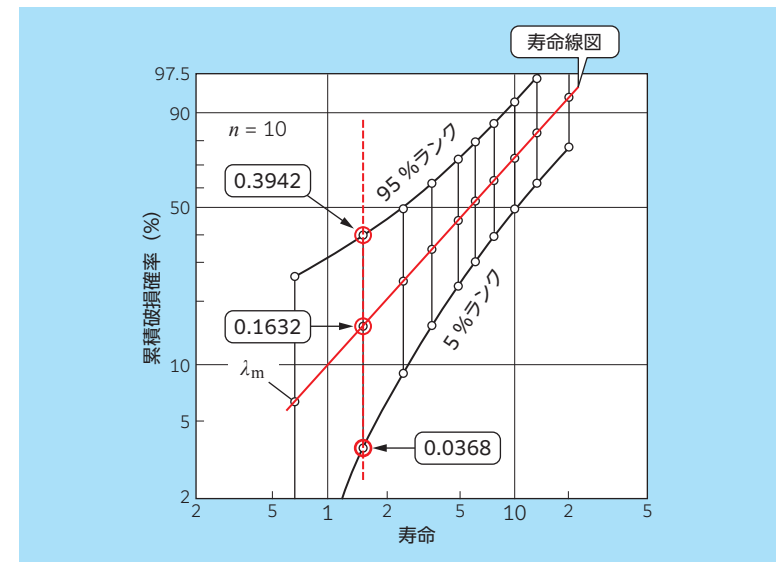


図 5.36 寿命線図の信頼幅

