

### 3. 軸受内部の荷重

軸受は軸またはハウジングを通して荷重を支えている。負荷された荷重は転動体を介して一方の軌道輪から他方の軌道輪に伝わるが、ここでは、軸受内部でどのような荷重が発生し、転動体にどのように負荷が作用するのかを求める。

#### 3.1 軸受内の荷重分布

##### 3.1.1 複合荷重

接触角  $\alpha$  のラジアル玉軸受がラジアル荷重  $F_r$ 、アキシアル荷重  $F_a$  の複合荷重を受ける場合、軸受中心はラジアル方向に  $\delta_r$ 、アキシアル方向に  $\delta_a$  それぞれ移動する。図 3.1、図 3.2 に、この時の状態を示す。どちらの状態図も外輪は固定されているものとする。

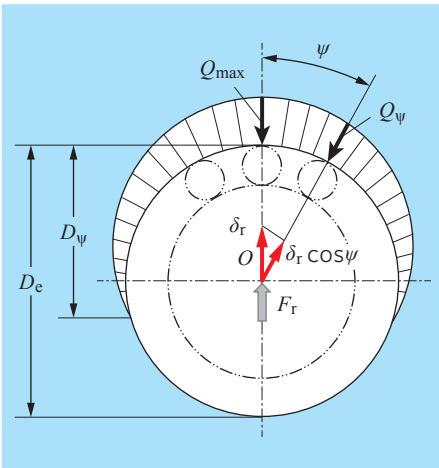


図 3.1 荷重負荷状態図 (径方向)

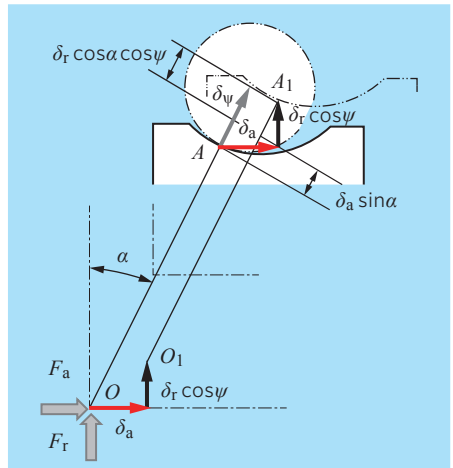


図 3.2 荷重負荷状態図 (軸方向)

径方向の状態図 (図 3.1) では下から上方向にラジアル荷重が負荷されており、荷重の負荷方向の転動体に最大の荷重 (最大転動体荷重  $Q_{max}$ ) が負荷される。その時の弾性変形量を  $\delta_r$  とする。この時、任意の角度  $\psi$  での転動体荷重を  $Q_\psi$  とすると、その方向の弾性変形量は  $\delta_r \cos \psi$  となる。また、この時の負荷の状態をラジアル方向の負荷範囲と直径の比率 ( $D_w/D_e$ ) で表し、これを負荷率 ( $\epsilon$ ) という。

#### 1) 軌道輪の接近量

軸方向の状態図 (図 3.2) は任意の角度位置  $\psi$  での軸方向の状態を示したものであり、軸受中心にラジアル荷重  $F_r$  とアキシアル荷重  $F_a$  が負荷されている (ここでは荷重を受ける荷重中心を軸受中心とする)。初期の軸受中心を  $O$ 、転動体と内輪の接点を  $A$  とすると、軸受中心  $O$  と接点  $A$  はアキシアル荷重により  $\delta_a$ 、ラジアル荷重により  $\delta_r \cos \psi$  だけ変位し、 $O_1$ 、 $A_1$  に移動する。従って、弾性変形による内輪と外輪の接近量  $\delta_\psi$  は  $AA_1$  の接触角方向成分となり、下式で表される。

$$\text{軌道輪の接近量} : \delta_\psi = \delta_a \sin \alpha + \delta_r \cos \alpha \cos \psi \dots\dots\dots (3.1)$$

2) 負荷率：ε

負荷率は軸受内部の荷重分布を考えるうえで非常に重要な因子である。図 3.3 に負荷率と負荷範囲（荷重を受ける角度の 1/2：ψ<sub>1</sub>）の関係を示す。本図では基準円直径 = 1 として表している。

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \textcircled{1} + \textcircled{2} \\ &= 0.5 - 0.5\cos\psi_1 \\ &= \frac{1}{2} (1 - \cos\psi_1) \dots\dots\dots (3.2) \end{aligned}$$

ψ<sub>1</sub> での変形量は 0 であるため、式 (3.1) より

$$\begin{aligned} \delta_{\psi_1} &= \delta_a \sin\alpha + \delta_r \cos\alpha \cos\psi_1 = 0 \\ \therefore \cos\psi_1 &= -\frac{\delta_a \sin\alpha}{\delta_r \cos\alpha} = -\frac{\delta_a \tan\alpha}{\delta_r} \end{aligned}$$

式 (3.2) より負荷率は下式で表される。

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (1 - \cos\psi_1) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\delta_a \tan\alpha}{\delta_r} \right) \dots\dots\dots (3.3)$$

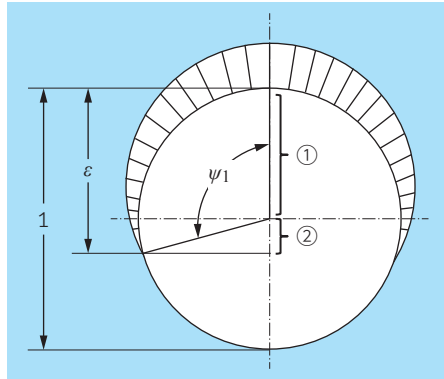


図 3.3 負荷率と負荷範囲

3) 転動体荷重

Hertz 理論によれば荷重 Q と変形 δ の間には下式の関係が得られている。

$$Q = K\delta^n \dots\dots\dots (3.4)$$

K : 接触状態で決まる定数

点接触：n = 1.5      線接触：n = 1.11

この関係は任意の位置 ψ の転動体荷重でも最大転動体荷重でも成り立つため以下の式が求まる。

$$Q_\psi = K\delta_\psi^n, \quad Q_{\max} = K\delta_{\max}^n \dots\dots\dots (3.5)$$

δ<sub>max</sub> は ψ = 0 の時であるため、式 (3.1) より

$$\delta_{\max} = \delta_a \sin\alpha + \delta_r \cos\alpha \dots\dots\dots (3.6)$$

式 (3.1) ÷ 式 (3.6)

$$\begin{aligned} \frac{\delta_\psi}{\delta_{\max}} &= \frac{\delta_a \sin\alpha + \delta_r \cos\alpha \cos\psi}{\delta_a \sin\alpha + \delta_r \cos\alpha} \\ \delta_\psi &= \delta_{\max} \left\{ \frac{\delta_a \sin\alpha + \delta_r \cos\alpha \cos\psi}{\delta_a \sin\alpha + \delta_r \cos\alpha} \right\} \\ &= \delta_{\max} \left\{ 1 - \frac{\delta_r \cos\alpha (1 - \cos\psi)}{\delta_a \sin\alpha + \delta_r \cos\alpha} \right\} \\ &= \delta_{\max} \left\{ 1 - \frac{(1 - \cos\psi)}{\frac{\delta_a \tan\alpha}{\delta_r} + 1} \right\} \dots\dots\dots (3.7) \end{aligned}$$

式 (3.3) を式 (3.7) に代入する。

$$\delta_\psi = \delta_{\max} \left\{ 1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos\psi) \right\} \dots\dots\dots (3.8)$$

式 (3.8) に式 (3.5) を代入し、整理すると転動体荷重と最大転動体荷重の関係式が求まる。

$$Q_\psi = Q_{\max} \left\{ 1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos\psi) \right\}^n \dots\dots\dots (3.9)$$

点接触：n = 1.5, 線接触：n = 1.11

4) 軸受荷重と転動体荷重

軸受に荷重された荷重は一方の軌道輪から転動体を介して他方の軌道輪に伝達される。前項で転動体荷重と最大転動体荷重の関係を求めたが、ここでは、外部荷重（ラジアル荷重およびアキシャル荷重）と転動体荷重の関係を求める。

図 3.4 にラジアル荷重と転動体荷重、図 3.5 にアキシャル荷重と転動体荷重の関係を図示する。各方向の転動体に作用する力と外部荷重は釣り合うため、以下の式が成り立つ。

$$F_r = \sum_{\psi=-\psi_1}^{+\psi_1} Q_\psi \cos\alpha \cos\psi \dots\dots\dots (3.10)$$

$$F_a = \sum_{\psi=-\psi_1}^{+\psi_1} Q_\psi \sin\alpha \dots\dots\dots (3.11)$$

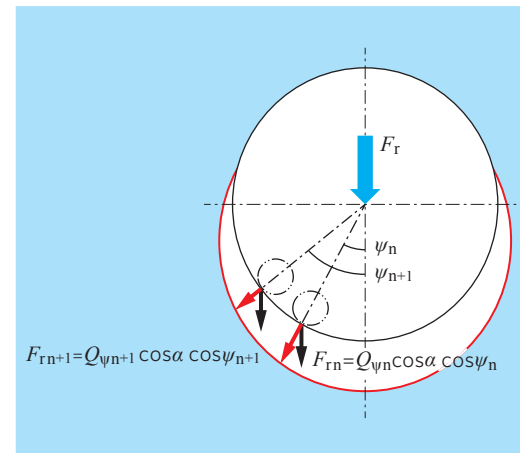


図 3.4 ラジアル荷重と転動体荷重

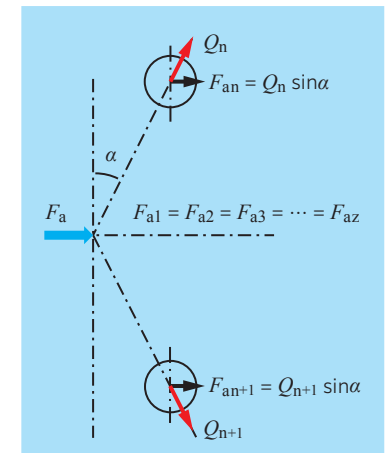


図 3.5 アキシャル荷重と転動体荷重

式 (3.10), (3.11) はベクトルの和であり不連続な形のため、一般化して連続の形に置き換える。式 (3.9) を代入して整理すると、

$$F_r = ZQ_{\max} J_r(\epsilon) \cos\alpha \dots\dots\dots (3.12)$$

$$J_r(\epsilon) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\psi_1}^{+\psi_1} \left\{ 1 - \frac{1}{2\epsilon} (1 - \cos\psi) \right\}^n \cos\psi \, d\psi \dots\dots\dots (3.13)$$

$$F_a = ZQ_{\max} J_a(\epsilon) \sin\alpha \dots\dots\dots (3.14)$$

$$J_a(\epsilon) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\psi_1}^{+\psi_1} \left\{ 1 - \frac{1}{2\epsilon} (1 - \cos\psi) \right\}^n \, d\psi \dots\dots\dots (3.15)$$

点接触： $n = 1.5$ ，線接触： $n = 1.11$

式 (3.12), (3.14) を整理すると以下のように、最大転動体荷重を算出する式が求まる。

$$Q_{\max} = \frac{F_r}{ZJ_r(\epsilon) \cos\alpha} \dots\dots\dots (3.16)$$

$$Q_{\max} = \frac{F_a}{ZJ_a(\epsilon) \sin\alpha} \dots\dots\dots (3.17)$$

Z：転動体個数       $\alpha$ ：接触角

ここで定義された  $J_r$  はラジアル積分、 $J_a$  はアキシャル積分といい、Sjoväll によって導入された関数であり、軸受内の荷重分布を求める上で重要な数値である。 $J_r$  および  $J_a$  は負荷率  $\epsilon$  が決まれば負荷範囲の  $\psi_1$  が求まり、式 (3.13), 式 (3.15) から算出することができるが、計算は非常に煩雑である。そのため、表 3.1 のように、負荷率  $\epsilon$  に応じたラジアル積分およびアキシャル積分の表が用意されているので、通常はこの表を使って  $J_r$ ,  $J_a$  を求める。

表 3.1 単列軸受のラジアル積分, アキシャル積分

$\epsilon$	点接触			線接触		
	$\frac{F_r \tan \alpha}{F_a}$	$J_r(\epsilon)$	$J_a(\epsilon)$	$\frac{F_r \tan \alpha}{F_a}$	$J_r(\epsilon)$	$J_a(\epsilon)$
0	1	1/z	1/z	1	1/z	1/z
0.1	0.9663	0.1156	0.1196	0.9613	0.1268	0.1319
0.2	0.9318	0.1590	0.1707	0.9215	0.1737	0.1885
0.3	0.8964	0.1892	0.2110	0.8805	0.2055	0.2334
0.4	0.8601	0.2117	0.2462	0.8380	0.2286	0.2728
0.5	0.8225	0.2288	0.2782	0.7939	0.2453	0.3090
0.6	0.7835	0.2416	0.3084	0.7480	0.2568	0.3433
0.7	0.7427	0.2505	0.3374	0.6999	0.2636	0.3766
0.8	0.6995	0.2559	0.3658	0.6486	0.2658	0.4098
0.9	0.6529	0.2576	0.3945	0.5920	0.2628	0.4439
1.0	0.6000	0.2546	0.4244	0.5238	0.2523	0.4817
1.25	0.4338	0.2289	0.5044	0.3598	0.2078	0.5775
1.67	0.3088	0.1871	0.6060	0.2340	0.1589	0.6790
2.5	0.1850	0.1339	0.7240	0.1372	0.1075	0.7837
5	0.0831	0.0711	0.8558	0.0611	0.0544	0.8909
$\infty$	0	0	1	0	0	1

≪表中の荷重パラメータ： $\frac{F_r \tan \alpha}{F_a}$  について≫

前述のように負荷率  $\epsilon$  が求まれば  $J_r$ ,  $J_a$  が求まるが、使用条件からは  $\epsilon$  を求めることができない。従って、使用条件と  $\epsilon$  または  $J_r$ ,  $J_a$  の間に何らかの関係を求め、表の中に入れてなければならない。式 (3.12) ÷ 式 (3.14) とすると

$$\frac{F_r}{F_a} = \frac{J_r(\epsilon) \cos\alpha}{J_a(\epsilon) \sin\alpha} \quad \therefore \frac{F_r \tan \alpha}{F_a} = \frac{J_r(\epsilon)}{J_a(\epsilon)}$$

この荷重パラメータ： $\frac{F_r \tan \alpha}{F_a}$  は使用条件から求まる数値であるため、使用条件（ラジアル荷重、アキシャル荷重、接触角）から  $\epsilon$ ,  $J_r$ ,  $J_a$  を求めることができる。

≪接触角  $\alpha$  ≫

玉軸受にアキシャル荷重が負荷されると弾性変形により接触角が変化する。ここで示す接触角  $\alpha$  は初期接触角  $\alpha_0$  ではなく、荷重によって変化した後の接触角である。(1.1.5 項を参照のこと)

5) 最大転動体荷重の簡易計算

JIS, ISO では基本動定格荷重は、軸受すきま  $\Delta = 0$  を基準としている。純ラジアル荷重で  $\Delta = 0$  の時は  $\epsilon = 0.5$  となるため、表 3.1 より、 $J_r(0.5) = 0.2288$  (点接触),  $J_r(0.5) = 0.2453$  (線接触) となり、最大転動体荷重の簡易式は下式となる。

$$Q_{\max} = \frac{4.37F_r}{Z\cos\alpha} \quad (\text{点接触}) \quad Q_{\max} = \frac{4.08F_r}{Z\cos\alpha} \quad (\text{線接触}) \dots\dots\dots (3.18)$$

一般的に、転がり軸受は僅かなすきまで使用されるため最大転動体荷重は若干大きくなり、実用的には下式が用いられることが多い。

$$Q_{\max} = \frac{5F_r}{Z\cos\alpha} \quad (\text{点接触}) \quad Q_{\max} = \frac{4.6F_r}{Z\cos\alpha} \quad (\text{線接触}) \dots\dots\dots (3.19)$$

また、純アキシャル荷重で使用された場合には  $F_r = 0$  であり、 $\epsilon = \infty$ ,  $J_a = 1$  となるため全ての転動体は均等な転動体荷重を受ける。

$$Q_{\max} = \frac{F_a}{Z\sin\alpha} \dots\dots\dots (3.20)$$

6) 転動体荷重分布

算出された負荷率  $\epsilon$  および最大転動体荷重  $Q_{\max}$  より転がり軸受の荷重分布を求める。式 (3.3) より負荷範囲  $\psi_1$  および転動体ピッチ間隔  $\Delta\psi$  を求める。

$$\psi_1 = \cos^{-1}(1 - 2\epsilon)$$

$$\Delta\psi = \frac{360}{Z} \dots\dots\dots (3.21)$$

負荷範囲  $\psi_1$  および転動体ピッチ間隔  $\Delta\psi$  より荷重を受ける転動体個数  $1 \sim j$  を求め、式 (3.9) より各転動体荷重  $Q_{\psi 1} \sim Q_{\psi j}$  を求める。

$$Q_{\psi 1} \sim j = Q_{\max} \left\{ 1 - \frac{1}{2\epsilon} (1 - \cos\psi_{1 \sim j}) \right\}^n \dots\dots\dots (3.22)$$

3.1.2 ラジアル荷重（すきまの場合）

外部荷重としてアキシャル荷重が負荷されない場合には荷重パラメータの分母が0になり、前項（複合荷重の場合）のラジアル積分表ではεおよび $J_r(\epsilon)$ を算出できない。ラジアル荷重のみが負荷された場合はラジアル内部すきまと負荷率の関係からεと $J_r(\epsilon)$ を求め、各転動体荷重を求める。

ラジアル荷重のみが負荷された場合の変位については、中立状態からの変位量を求めなければならない。中立状態とは内外輪の軸中心および転動体ピッチ径の軸中心が一致した図3.6の状態をいう。この時、軸受のラジアル内部すきま $\Delta_r$ は転動体（直径 $D_w$ ）と内輪軌道径 $d_i$ および外輪軌道径 $d_e$ の間に均等に配置されている。

中立状態の軸受にラジアル荷重が負荷された時の模式図を図3.7に示す。図の外側の円は外輪軌道径 $d_e$ 、内側の円は外接円径（ $d_i + 2D_w$ ）を表している。軸受にラジアル荷重が負荷されると中立状態からラジアル内部すきまの半分 $\Delta_r/2$ だけ移動し、転動体と内外輪が接触する。さらにラジアル荷重により弾性変形 $\delta_{max}$ が発生するため、中立位置からの変位量 $\delta_r'$ は $\Delta_r/2 + \delta_{max}$ となる。角度 $\psi$ は任意の位置を示し、 $\delta_\psi$ はその方向の弾性変形量である。弾性変形量は小さいため便宜上、矢印で表している。

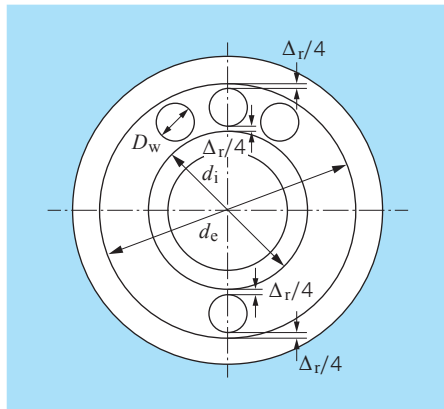


図 3.6 中立位置

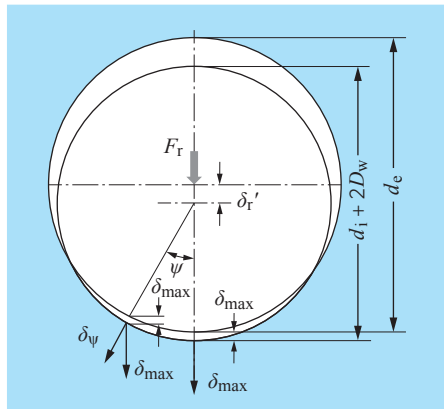


図 3.7 ラジアル荷重負荷時の変位

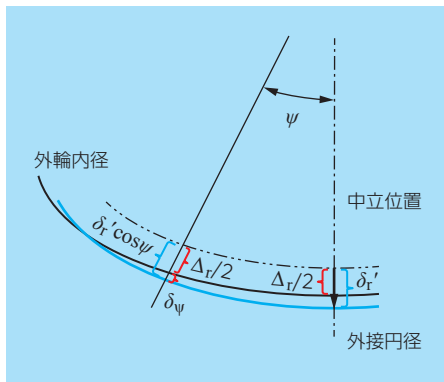


図 3.8 接触部拡大図

変形部の拡大図を図3.8に示す。中立位置からラジアル荷重方向に $\delta_r'$ 変位するということは、任意の位置 $\psi$ でも最大転動体位置と同様にラジアル荷重方向に $\delta_r'$ の変位をする。従って、 $\psi$ 方向の変位量は $\delta_r' \cos \psi$ となる。また、 $\psi$ 方向の移動量は（ $\psi$ 方向の弾性変形量： $\delta_\psi$ ）+（ラジアル内部すきまの半分： $\Delta_r/2$ ）となる。

従って、 $\psi$ 方向の弾性変形量 $\delta_\psi$ は

$$\delta_\psi = \delta_r' \cos \psi - \Delta_r / 2 \dots\dots\dots (3.23)$$

負荷位置 $\psi = 0$ の時に変位量は最大になる。

$$\delta_{max} = \delta_r' - \Delta_r / 2 \dots\dots\dots (3.24)$$

$\psi_1$ （限界角）の時、変位量 $\delta_{\psi_1}$ は0になるため

$$\delta_{\psi_1} = \delta_r' \cos \psi_1 - \Delta_r / 2 = 0$$

$$\therefore \cos \psi_1 = \frac{\Delta_r}{2\delta_r'}$$

負荷率εをすきまと変位量で表せば

$$\epsilon = \frac{1}{2} (1 - \cos \psi_1) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\Delta_r}{2\delta_r'} \right) \dots\dots\dots (3.25)$$

ラジアル転がり軸受の最大弾性変形量 $\delta_{max}$ は下式で示される。

$$\text{玉軸受} : \delta_{max} = \frac{0.00044}{\cos \alpha} \sqrt[3]{\frac{Q_{max}^2}{D_w}} \dots\dots\dots (3.26)$$

$$\text{ころ軸受} : \delta_{max} = \frac{0.000077}{\cos \alpha} \frac{Q_{max}^{0.9}}{L_{we}^{0.8}} \dots\dots\dots (3.27)$$

$D_w$ ：転動体径  $L_{we}$ ：ころ有効長さ

$L_{we} = (\text{ころ長さ}) - 2 \times (\text{ころ面取り})$

\*弾性変形については4章を参照のこと。

最大転動体荷重は式(3.16)より

$$Q_{max} = \frac{F_r}{Z J_r(\epsilon) \cos \alpha} \dots\dots\dots (3.16)$$

式(3.16)、(3.24)、(3.25)、(3.26)、(3.27)より負荷率とラジアル積分の関係式が求まる。

$$\text{玉軸受} : \frac{\epsilon}{1 - 2\epsilon} J_r^{2/3} = \frac{0.00044 F_r^{2/3}}{\Delta_r D_w^{1/3} Z^{2/3} \cos^{5/3} \alpha} \dots\dots\dots (3.28)$$

$$\frac{\epsilon}{1 - 2\epsilon} J_r^{2/3} = K_B \frac{F_r^{2/3}}{\Delta_r} \dots\dots\dots (3.29)$$

ここで,  $K_B = \frac{0.00044}{D_w^{1/3} Z^{2/3} \cos^{5/3} \alpha}$

ころ軸受:  $\frac{\varepsilon}{1-2\varepsilon} J_r^{1/1.1} = \frac{0.000077 F_r^{0.9}}{\Delta_r L_{we}^{0.8} Z^{0.9} \cos^{1.9} \alpha} \dots\dots\dots (3.30)$

$\frac{\varepsilon}{1-2\varepsilon} J_r^{1/1.1} = K_R \frac{F_r^{0.9}}{\Delta_r} \dots\dots\dots (3.31)$

ここで,  $K_R = \frac{0.000077}{L_{we}^{0.8} Z^{0.9} \cos^{1.9} \alpha}$

$F_r$  : ラジアル荷重 (N)  $\Delta_r$  : ラジアル内部すきま (mm)  
 $K_B, K_R$  : 内部諸元によって決まる係数

ラジアル積分は負荷率によって定まる関数であるため表 3.1 より  $\varepsilon$  と  $J_r(\varepsilon)$  を読み取り, 使用軸受, 使用条件から上式の左辺と右辺が一致するように繰り返し計算することによって,  $\varepsilon, J_r(\varepsilon)$  を求める。軸受型番ごとの係数  $K_B, K_R$  を表 3.2 に示す。

求められた  $J_r(\varepsilon)$  より, 3.1.1 項同様に最大転動体荷重および転動体荷重分布を算出することができる。また, すきまと負荷率の関係を求めることにより, すきまと最大転動体荷重の関係を求めることができる。

3.1.3 中心アキシアル荷重

アキシアル荷重が中心に負荷された場合の最大転動体荷重は式 (3.17) より下式となる。

$Q_{max} = \frac{F_a}{Z J_a(\varepsilon) \sin \alpha} \dots\dots\dots (3.17)$

アキシアル積分表 (表 3.1) からアキシアル荷重のみが負荷された場合には負荷率  $\varepsilon$  は  $\infty$  となり,  $J_a(\varepsilon) = 1$  となる。従って, 転動体荷重は

転動体荷重:  $Q = \frac{F_a}{Z \sin \alpha}$

$F_a$  : 中心アキシアル荷重  
 $Z$  : 転動体個数  
 $\alpha$  : 接触角 (荷重負荷後の接触角\*)  
 \* 1.1.5 項を参照のこと

接触角を持ったラジアル軸受やスラスト軸受のような転がり軸受に中心アキシアル荷重が負荷された場合には, すべての転動体が均等な荷重を受ける。

表 3.2  $\varepsilon, J_r$  の係数  $K_B, K_R$  (× 10<sup>-5</sup>)

内径 番号	深溝玉軸受: $K_B$			円筒ころ軸受: $K_R$	
	60系列	62系列	63系列	NU2E系列	NU3E系列
00	7.15	6.54	6.92	—	—
01	6.54	6.79	6.68	—	—
02	6.04	6.49	6.03	—	—
03	6.21	6.24	5.84	—	—
04	5.49	5.51	5.67	1.69	1.67
05	5.12	5.10	5.39	1.45	1.41
06	4.62	4.80	4.82	1.32	1.21
07	4.46	4.56	4.62	1.13	0.984
08	4.21	4.45	4.45	1.13	0.996
09	3.86	4.36	4.24	0.988	0.906
10	3.68	4.06	4.12	0.933	0.859
11	3.66	3.91	2.53	0.816	0.779
12	3.48	3.77	3.91	0.816	0.758
13	3.32	3.71	3.03	0.796	0.697
14	3.32	3.65	3.74	0.712	0.646
15	3.17	3.43	3.67	0.641	0.602
16	3.18	3.55	3.60	0.641	0.590
17	3.04	3.29	3.53	0.612	0.535
18	3.07	3.37	3.47	0.595	0.539
19	2.93	3.29	3.42	0.547	0.504
20	2.93	3.22	3.32	0.507	0.518
22	2.88	3.10	3.27	0.473	0.459
24	2.75	3.05	3.18	0.449	0.445
26	2.64	2.99	3.18	0.449	0.398
28	2.53	2.99	3.11	0.406	0.390
30	2.46	2.81	3.03	0.383	0.367

3.1.4 偏心アキシャル荷重

前項でアキシャル荷重が中心軸に負荷された場合について述べたが、この項では偏心アキシャル荷重を受けた場合を考える。図 3.9 に偏心アキシャル荷重  $F_a$  を負荷された時の単式スラスト玉軸受を示す。軸受中心より一定の離れた位置（距離  $e$ ）にアキシャル荷重 ( $F_a$ ) が負荷された時、軌道輪は  $\theta$  だけ傾き、軸受中心で  $\delta_a$ 、最大転動体荷重 ( $Q_{max}$ ) 位置で  $\delta_{max}$  変形する。

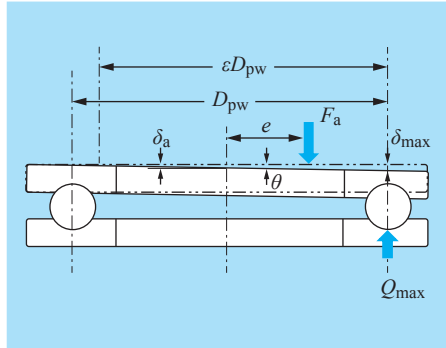


図 3.9 偏心アキシャル荷重負荷のスラスト軸受

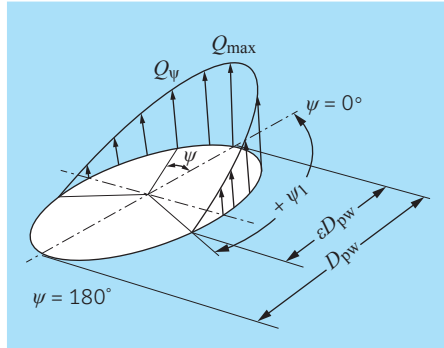


図 3.10 偏心荷重の分布

図 3.10 に偏心アキシャル荷重によって発生する荷重の分布を示す。この荷重によって転動体は  $-\psi_1 \sim +\psi_1$  の範囲で負荷を受け、その時の負荷率は  $\varepsilon$  となる。 $Q_\psi$  は任意の位置  $\psi$  での転動体荷重である。図 3.9 より最大転動体位置での変形量は

$$\delta_{max} = \delta_a + \frac{D_{pw}}{2} \tan \theta \dots\dots\dots (3.32)$$

任意の位置  $\psi$  での変形量は

$$\delta_\psi = \delta_a + \frac{D_{pw}}{2} \tan \theta \cos \psi \dots\dots\dots (3.33)$$

式 (3.32), (3.33) より

$$\delta_\psi = \delta_{max} \left\{ 1 - \frac{D_{pw} \tan \theta}{2\delta_{max}} (1 - \cos \psi) \right\} \dots\dots\dots (3.34)$$

式 (3.34) に式 (3.32) を代入して整理する。

$$\delta_\psi = \delta_{max} \left\{ 1 - \frac{1}{2 \times \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2\delta_a}{D_{pw} \tan \theta} \right)} (1 - \cos \psi) \right\} \dots\dots\dots (3.35)$$

複合荷重の場合と同様、負荷限界角  $\psi_1$  では変形量は 0 となるため

$$\delta_{\psi_1} = \delta_a + \frac{D_{pw}}{2} \tan \theta \cos \psi_1 = 0$$

$$\therefore \cos \psi_1 = \frac{-2\delta_a}{D_{pw} \tan \theta}$$

負荷率の式 (3.3) より

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (1 - \cos \psi_1) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2\delta_a}{D_{pw} \tan \theta} \right) \dots\dots\dots (3.36)$$

式 (3.36) を式 (3.35) に代入すると

$$\delta_\psi = \delta_{max} \left\{ 1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos \psi) \right\}$$

複合荷重の場合と同様、転動体荷重は

$$Q_\psi = Q_{max} \left\{ 1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos \psi) \right\}^n \dots\dots\dots (3.9)$$

点接触 :  $n = 1.5$ , 線接触 :  $n = 1.11$

アキシャル荷重  $F_a$  とモーメント荷重  $M$  の釣合い条件により

$$F_a = \sum_{\psi=0}^{\psi=\pm\pi} Q_\psi \sin \alpha$$

$$M = eF_a = \sum_{\psi=0}^{\psi=\pm\pi} \frac{1}{2} Q_\psi D_{pw} \sin \alpha \cos \psi$$

アキシャル積分とモーメント積分に置き換えると

$$F_a = ZQ_{max} J_a(\varepsilon) \sin \alpha \dots\dots\dots (3.37)$$

$$J_a(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\psi_1}^{+\psi_1} \left\{ 1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos \psi) \right\}^n d\psi$$

$$M = \frac{1}{2} ZQ_{max} D_{pw} J_m(\varepsilon) \sin \alpha \dots\dots\dots (3.38)$$

$$J_m(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\psi_1}^{+\psi_1} \left\{ 1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos \psi) \right\}^n \cos \psi d\psi$$

式 (3.37), (3.38) を整理するとスラスト軸受のアキシャル荷重  $F_a$ 、モーメント荷重  $M$  から最大転動体荷重を求める式が得られる。

$$Q_{max} = \frac{F_a}{ZJ_a(\varepsilon) \sin \alpha} \dots\dots\dots (3.39)$$

$$Q_{max} = \frac{2M}{ZD_p J_m(\varepsilon) \sin \alpha} \dots\dots\dots (3.40)$$

ここで示された  $J_a(\varepsilon)$ ,  $J_m(\varepsilon)$  はスラスト軸受のアクシアル積分, モーメント積分であり,  $\varepsilon$  により決定されるが, 使用条件からは  $\varepsilon$  を求めることはできない。ラジアル軸受の時と同様に, 使用条件との関係を求める。式 (3.38) ÷ 式 (3.37) とすると,

$$\frac{M}{F_a} = \frac{eF_a}{F_a} = \frac{1}{2} \frac{ZQ_{\max} D_{pw} J_m(\varepsilon) \sin\alpha}{ZQ_{\max} J_a(\varepsilon) \sin\alpha} \quad \therefore \frac{2e}{D_{pw}} = \frac{J_m(\varepsilon)}{J_a(\varepsilon)}$$

ここで,  $2e/D_{pw}$  は使用条件から求まる数値であり, 表 3.3 に  $\varepsilon$  と  $J_a(\varepsilon)$ ,  $J_m(\varepsilon)$  および  $2e/D_{pw}$  の関係を示す。この表を用いて,  $2e/D_{pw}$  から  $\varepsilon$  と  $J_a(\varepsilon)$ ,  $J_m(\varepsilon)$  を求めることができる。

表 3.3 単列スラスト軸受のアクシアル積分, モーメント積分

$\varepsilon$	点接触			線接触		
	$\frac{2e}{D_{pw}}$	$J_m(\varepsilon)$	$J_a(\varepsilon)$	$\frac{2e}{D_{pw}}$	$J_m(\varepsilon)$	$J_a(\varepsilon)$
0	1	1/2	1/2	1	1/2	1/2
0.1	0.9666	0.1156	0.1196	0.9613	0.1268	0.1319
0.2	0.9315	0.1590	0.1707	0.9215	0.1737	0.1885
0.3	0.8967	0.1892	0.2110	0.8805	0.2055	0.2334
0.4	0.8599	0.2117	0.2462	0.8380	0.2286	0.2728
0.5	0.8224	0.2288	0.2782	0.7939	0.2453	0.3090
0.6	0.7834	0.2416	0.3084	0.7480	0.2568	0.3433
0.7	0.7424	0.2505	0.3374	0.6999	0.2636	0.3766
0.8	0.6996	0.2559	0.3658	0.6486	0.2658	0.4098
0.9	0.6530	0.2576	0.3945	0.5920	0.2628	0.4439
1.0	0.5999	0.2546	0.4244	0.5238	0.2523	0.4817
1.25	0.4538	0.2289	0.5044	0.3598	0.2078	0.5775
1.67	0.3987	0.1871	0.6060	0.2340	0.1589	0.6790
2.5	0.1849	0.1339	0.7240	0.1372	0.1074	0.7837
5	0.0831	0.0711	0.8558	0.0611	0.0544	0.8909
$\infty$	0	0	1	0	0	1

偏心アクシアル荷重としてここでは単式スラスト玉軸受で説明したが, 接触角を持つ軸受であれば同様に求めることができる。

【計算例】

(3-1) 荷重分布 (複合荷重)

深溝玉軸受 6208 がラジアル荷重  $F_r = 3\,000\text{ N}$ , アクシアル荷重  $F_a = 1\,200\text{ N}$  の荷重を受けています。ラジアル内部すきま  $\Delta_r = 0.015\text{ mm}$  の時の最大回転体荷重を, 簡易計算法とラジアル積分を用いた計算の 2 通りで計算する。さらに各回転体荷重を求める。

玉数は  $Z = 9$  とする。

①簡易計算

$$Q_{\max} = \frac{5 \times 3\,000}{9} = 1\,667\text{ (N)}$$

②  $J_r$  から算出

$$\text{初期接触角} : \alpha_0 = \cos^{-1} \left( \frac{S - \frac{\Delta_r}{2}}{S} \right) = 10.2^\circ \quad \text{表 1.1 より } S = 0.476$$

深溝玉軸受にアクシアル荷重が負荷されると接触角が変化するため図 1.15 の  $\alpha_0 = 10^\circ$  の線図より読み取ると  $\alpha \doteq 16.5^\circ$

$$\frac{F_r \tan\alpha}{F_a} = \frac{3\,000 \times \tan 16.5^\circ}{1\,200} = 0.7405$$

表 3.1 より比例補間を行うと

$$\varepsilon = 0.705, \quad J_r = 0.2508$$

式 (3.16) より

$$Q_{\max} = \frac{3\,000}{9 \times 0.2508 \times \cos 16.5^\circ} = 1\,386\text{ (N)}$$

③各回転体荷重

$$\text{回転体のピッチ角度} : \Delta\psi = 360^\circ / 9 = 40^\circ$$

$$\text{負荷範囲} : \psi_1 = \cos^{-1} (1 - 2 \times 0.705) = 114.2^\circ$$

従って, 最下点から 3 個目までが負荷を受ける。

$$\text{各回転体荷重} : Q_\psi = 1\,386 \times \left\{ 1 - \frac{(1 - \cos\psi)}{2 \times 0.705} \right\}$$

$\psi = 0^\circ, 40^\circ, 80^\circ$  を代入して計算すると右表のようになる。

$\psi (^\circ)$	$Q_\psi (\text{N})$
0	1 386
$\pm 40$	1 155
$\pm 80$	570
$\pm 120$	0
$\pm 160$	0





図 3.12 においてミスアライメント  $\theta_0$ 、 $\theta$  は非常に小さいため内輪溝中心は軸受中心軸に平行に移動したものと近似すると、 $O_e O_1 O_1''$  は直角三角形となり

$$S' = \sqrt{(R_1 \theta)^2 + S_0^2}$$

式 (3.42) より

$$\delta_n = \sqrt{(R_1 \theta)^2 + S_0^2} - S \dots\dots\dots (3.43)$$

式 (3.26) より

$$\begin{aligned} \delta_{\max} &= 0.00044 \sqrt[3]{\frac{Q_{\max}^2}{D_w}} \\ \therefore Q_{\max} &= D_w^{1/2} \left( \frac{\delta}{0.00044} \right)^{3/2} \dots\dots\dots (3.44) \end{aligned}$$

式 (3.41)、式 (3.43)、式 (3.44) より整理すると最大転動体荷重は

$$Q_{\max} = K_M D_w^2 \left\{ \sqrt{\left( \frac{R_1 \theta}{S} \right)^2 + \left( \frac{S_0}{S} \right)^2} - 1 \right\}^{3/2} \text{ (N)} \dots\dots\dots (3.45)$$

ここで、 $K_M = 719$

概略計算するために、下記の置き換えにより式 (3.45) を整理する (第 1 章参照)。

$$\begin{aligned} D_w &\doteq 0.3(D - d) \\ R_1 &\doteq (D + d)/4 \end{aligned}$$

ここで、 $D$  : 軸受外径、 $d$  : 軸受内径

$$Q_{\max} = 64.7(D - d)^2 \left[ \sqrt{\left( \frac{\theta(D + d)}{4S} \right)^2 + \left( 1 - \frac{\Delta_r}{2S} \right)^2} - 1 \right]^{3/2} \dots\dots\dots (3.46)$$

$\theta$  : モーメント荷重によるミスアライメント (rad)

$S$  : 深溝玉軸受の溝中心間距離 [1.1 項軸受すきま 表 1.1] より求める

本計算は概算値のため詳細計算が必要な場合は NTN にご照会ください。

【計算例】

(3-5) ミスアライメントと最大転動体荷重

深溝玉軸受 6206 がミスアライメント 0.007 で組付けられている。ラジアル内部すきま 0 ~ 0.05 mm の間で発生する最大転動体荷重を求める。

6206 計算諸元 : 内径  $d = 30$  mm、外径  $D = 62$  mm、係数  $S = 0.381$

式 (3.46) より  $\Delta_r = 0.01$  mm の場合

$$Q_{\max} = 64.7(62 - 30)^2 \left[ \sqrt{\left( \frac{0.007(62 - 30)}{4 \times 0.381} \right)^2 + \left( 1 - \frac{0.01}{2 \times 0.381} \right)^2} - 1 \right]^{3/2} = 1320 \text{ N}$$

ラジアル内部すきま 0 ~ 0.05 mm で同様の計算すると

ラジアル内部すきま (mm)	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
最大転動体荷重 (N)	1660	1320	1010	730	480	270

3.3 接触応力と弾性変形

接触した 2 つの物体に荷重が負荷された場合、接触部では弾性変形を起こして面積を持つ。この状態を弾性接触といい、弾性接触理論は Hertz により 19 世紀に確立された。転がり軸受における転動体と軌道輪の接触も通常、弾性領域で行われるため、弾性接触理論が適用される。転がり軸受の線接触については、Palmgren の実験によってさらに使いやすい形に整理された。

3.3.1 2 物体の接触

転がり軸受を想定した 2 物体の接触状態の模式図を図 3.13 および図 3.14 に示す。図 3.13 は物体 1 (転動体) と、物体 2 (内輪) が点接触している図であるが、転がり軸受の場合、主曲率は回転方向の平面 I と軸方向の平面 II となる。図中の記号は主平面での半径を表したもので、前の添字記号が物体 (1 または 2) の記号を、後ろの添付記号が平面 (平面 I または平面 II) を表す。曲率  $\rho$  と半径  $r$  は逆数の関係にあり、曲率は凸が "+", 凹が "-" になる。

$$\begin{aligned} \rho_{1I} &= \frac{1}{r_{1I}} : \text{物体 1 の平面 I の曲率} \\ \rho_{1II} &= \frac{1}{r_{1II}} : \text{物体 1 の平面 II の曲率} \\ \rho_{2I} &= \frac{1}{r_{2I}} : \text{物体 2 の平面 I の曲率} \\ \rho_{2II} &= \frac{1}{r_{2II}} : \text{物体 2 の平面 II の曲率} \end{aligned}$$

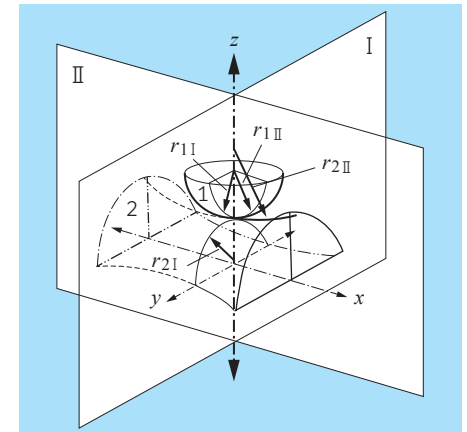


図 3.13 2 物体の接触 (点接触)

図 3.14 は線接触の状態を表している。線接触では軸方向は直線で接触するため、回転方向だけが曲率を持っており、主曲率は下記になる。

$$\begin{aligned} \rho_{1I} &= \frac{1}{r_{1I}} : \text{物体 1 の回転方向の曲率} \\ \rho_{2I} &= \frac{1}{r_{2I}} : \text{物体 2 の回転方向の曲率} \\ \rho_{1II} &= \rho_{2II} = 0 \end{aligned}$$

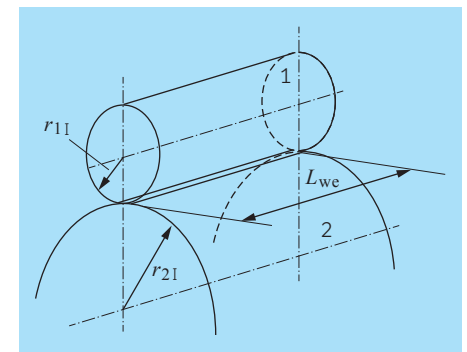


図 3.14 2 物体の接触 (線接触)

深溝玉軸受の例を図 3.15 に示す。図中の赤字は外輪の場合である。

$$\begin{aligned} \text{転動体} : \rho_{1I} &= \frac{1}{r_{1I}}, \quad \rho_{1II} = \frac{1}{r_{1II}} \\ \text{内輪} : \rho_{2I} &= \frac{1}{r_{2I}} = \frac{2}{D_{pw} - D_w} \\ &\rho_{2II} = -\frac{1}{r_{2II}} \\ \text{外輪} : \rho_{2I} &= -\frac{1}{r_{2I}} = -\frac{2}{D_{pw} + D_w} \\ &\rho_{2II} = -\frac{1}{r_{2II}} \end{aligned}$$

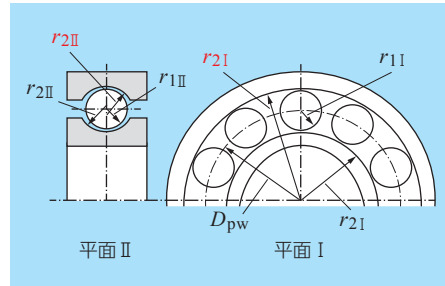


図 3.15 深溝玉軸受の接触半径

3.3.2 接触応力と弾性変形

弾性接触をする時の接触応力と接触面の形状を求めるには Hertz 理論に基づいた計算を行うが、これらを計算するためには主曲率の総和； $\sum\rho$  と補助変数  $\cos\tau$  が必要になる。

1) 曲率総和と補助変数

$$\text{曲率総和} : \sum\rho = \rho_{1I} + \rho_{1II} + \rho_{2I} + \rho_{2II} \dots\dots\dots (3.47)$$

曲率は凸面が“+”，凹面が“-”

$$\text{補助変数} : \cos\tau = \frac{|(\rho_{1I} - \rho_{1II}) + (\rho_{2I} - \rho_{2II})|}{\sum\rho} \dots\dots\dots (3.48)$$

2) 点接触

玉軸受では転がり方向の曲率と軸方向の曲率が異なるため接触面はだ円形状となる。これを接触だ円といい、図 3.16 にその応力分布図を示す。応力は接触域の中央部で最大応力  $\sigma_{max}$  となり、接触だ円の長軸 (x 軸) は軸方向、短軸 (y 軸) は転がり方向である。玉と軌道輪がともに鋼の場合、縦弾性係数  $2.07 \times 10^5$  MPa、ポアソン比 0.3 とすると、最大接触応力、長軸半径  $a$ 、短軸半径  $b$  および弾性接近量  $\delta$  は下式により求めることができる。

$$\sigma_{max} = 855 \frac{\sqrt[3]{Q(\sum\rho)^2}}{\mu\nu} \dots\dots (3.49)$$

$$a = 23.6 \times 10^{-3} \mu \sqrt[3]{\frac{Q}{\sum\rho}} \dots\dots (3.50)$$

$$b = 23.6 \times 10^{-3} \nu \sqrt[3]{\frac{Q}{\sum\rho}} \dots\dots (3.51)$$

$$\delta = 0.279 \times 10^{-3} \frac{2K}{\pi\mu} \sqrt[3]{\sum\rho Q^2} \dots\dots\dots (3.52)$$

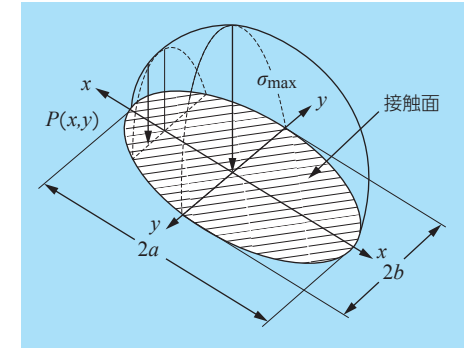


図 3.16 接触面と応力分布 (点接触)

- $\sigma_{max}$  : 最大接触応力 (MPa)
- $a$  : 接触だ円長軸半径 (mm)       $b$  : 接触だ円短軸半径 (mm)
- $\delta$  : 接触部の弾性変位量 (mm)
- $\mu, \nu, 2K/\pi\mu$  : 補助変数  $\cos\tau$  によって決まる係数 (表 3.4, 表 3.5)
- $\sum\rho$  : 曲率総和 ( $\text{mm}^{-1}$ )
- $Q$  : 転動体荷重 (N) 通常は最大転動体荷重で計算する  
[3.1 項軸受内の荷重分布] より  $Q_{max}$  を求める

表 3.4 接触係数表 I

$\cos\tau$	$\mu$	$\nu$	$2K/\pi\mu$	$\cos\tau$	$\mu$	$\nu$	$2K/\pi\mu$
0.9995	23.95	0.163	0.171	0.9825	6.26	0.319	0.444
0.999	18.53	0.185	0.207	0.982	6.19	0.321	0.447
0.9985	15.77	0.201	0.23	0.9815	6.12	0.323	0.45
0.998	14.25	0.212	0.249	0.981	6.06	0.325	0.453
0.9975	13.15	0.22	0.266	0.9805	6	0.327	0.456
0.997	12.26	0.228	0.279	0.98	5.94	0.328	0.459
0.9965	11.58	0.235	0.291	0.9795	5.89	0.33	0.462
0.996	11.02	0.241	0.302	0.979	5.83	0.332	0.465
0.9955	10.53	0.246	0.311	0.9785	5.78	0.333	0.468
0.995	10.15	0.251	0.32	0.978	5.72	0.335	0.47
0.9945	9.77	0.256	0.328	0.9775	5.67	0.336	0.473
0.994	9.46	0.26	0.336	0.977	5.63	0.338	0.476
0.9935	9.17	0.264	0.343	0.9765	5.58	0.339	0.478
0.993	8.92	0.268	0.35	0.976	5.53	0.34	0.481
0.9925	8.68	0.271	0.356	0.9755	5.49	0.342	0.483
0.992	8.47	0.275	0.362	0.975	5.44	0.343	0.486
0.9915	8.27	0.278	0.368	0.9745	5.39	0.345	0.489
0.991	8.1	0.281	0.373	0.974	5.35	0.346	0.491
0.9905	7.93	0.284	0.379	0.9735	5.32	0.347	0.493
0.99	7.76	0.287	0.384	0.973	5.28	0.349	0.495
0.9895	7.62	0.289	0.388	0.9725	5.24	0.35	0.498
0.989	7.49	0.292	0.393	0.972	5.2	0.351	0.5
0.9885	7.37	0.294	0.398	0.9715	5.16	0.353	0.502
0.988	7.25	0.297	0.402	0.971	5.13	0.354	0.505
0.9875	7.13	0.299	0.407	0.9705	5.09	0.355	0.507
0.987	7.02	0.301	0.411	0.97	5.05	0.357	0.509
0.9865	6.93	0.303	0.416	0.969	4.98	0.359	0.513
0.986	6.84	0.305	0.42	0.968	4.92	0.361	0.518
0.9855	6.74	0.307	0.423	0.967	4.86	0.363	0.522
0.985	6.64	0.31	0.427	0.966	4.81	0.365	0.526
0.9845	6.55	0.312	0.43	0.965	4.76	0.367	0.53
0.984	6.47	0.314	0.433	0.964	4.7	0.369	0.533
0.9835	6.4	0.316	0.437	0.963	4.65	0.371	0.536
0.983	6.33	0.317	0.44	0.962	4.61	0.374	0.54

表 3.5 接触係数表 II

$\cos\tau$	$\mu$	$\nu$	$2K/\pi\mu$	$\cos\tau$	$\mu$	$\nu$	$2K/\pi\mu$
0.961	4.56	0.376	0.543	0.904	3.15	0.456	0.674
0.96	4.51	0.378	0.546	0.902	3.12	0.459	0.677
0.959	4.47	0.38	0.55	0.9	3.09	0.461	0.68
0.958	4.42	0.382	0.553	0.895	3.03	0.466	0.688
0.957	4.38	0.384	0.556	0.89	2.97	0.471	0.695
0.956	4.34	0.386	0.559	0.885	2.92	0.476	0.702
0.955	4.3	0.388	0.562	0.88	2.86	0.481	0.709
0.954	4.26	0.39	0.565	0.875	2.82	0.485	0.715
0.953	4.22	0.391	0.568	0.87	2.77	0.49	0.721
0.952	4.19	0.393	0.571	0.865	2.72	0.494	0.727
0.951	4.15	0.394	0.574	0.86	2.68	0.498	0.733
0.95	4.12	0.396	0.577	0.855	2.64	0.502	0.739
0.948	4.05	0.399	0.583	0.85	2.6	0.507	0.745
0.946	3.99	0.403	0.588	0.84	2.53	0.515	0.755
0.944	3.94	0.406	0.593	0.83	2.46	0.523	0.765
0.942	3.88	0.409	0.598	0.82	2.4	0.53	0.774
0.94	3.83	0.412	0.603	0.81	2.35	0.537	0.783
0.938	3.78	0.415	0.608	0.8	2.3	0.544	0.792
0.936	3.73	0.418	0.613	0.75	2.07	0.577	0.829
0.934	3.68	0.42	0.618	0.7	1.91	0.607	0.859
0.932	3.63	0.423	0.622	0.65	1.77	0.637	0.884
0.93	3.59	0.426	0.626	0.6	1.66	0.664	0.904
0.928	3.55	0.428	0.63	0.55	1.57	0.69	0.92
0.926	3.51	0.431	0.634	0.5	1.48	0.718	0.938
0.924	3.47	0.433	0.638	0.45	1.41	0.745	0.951
0.922	3.43	0.436	0.642	0.4	1.35	0.771	0.962
0.92	3.4	0.438	0.646	0.35	1.29	0.796	0.971
0.918	3.36	0.441	0.65	0.3	1.24	0.824	0.979
0.916	3.33	0.443	0.653	0.25	1.19	0.85	0.986
0.914	3.3	0.445	0.657	0.2	1.15	0.879	0.991
0.912	3.27	0.448	0.66	0.15	1.11	0.908	0.994
0.91	3.23	0.45	0.664	0.1	1.07	0.938	0.997
0.908	3.2	0.452	0.667	0.05	1.03	0.969	0.999
0.906	3.17	0.455	0.671				

3) 線接触

2つの円筒が接触する線接触での応力分布を図3.17に示す。接触面は矩形断面になり、接触長さは円筒の長さになるが、円筒がともに鋼の場合には最大接触応力、接触幅2bおよび弾性接近平量δは下式により求めることができる。

$$\sigma_{\max} = 190 \sqrt{\frac{Q \sum \rho}{L_{we}}} \dots\dots\dots (3.53)$$

$$2b = 6.7 \times 10^{-3} \sqrt{\frac{Q}{L_{we} \sum \rho}} \dots\dots\dots (3.54)$$

$$\delta = 3.84 \times 10^{-5} \frac{Q^{0.9}}{L_{we}^{0.8}} \dots\dots\dots (3.55)$$

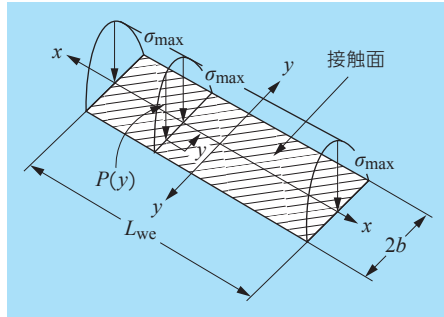


図 3.17 接触面と応力分布 (線接触)

- σ<sub>max</sub> : 最大接触応力 (MPa)
- 2b : 接触幅 (mm)
- L<sub>we</sub> : ころ有効長さ (mm)  
L<sub>we</sub> = (ころ長さ) - 2 × (ころ面取り幅)
- δ : 接触部の弾性変位量 (mm)
- ∑ρ : 曲率総和 (mm<sup>-1</sup>)
- Q : 転動体荷重 (N) 通常は最大転動体荷重で計算する  
[3.1 項軸受内の荷重分布] より Q<sub>max</sub> を求める

3.3.3 応力、接触だ円の簡易計算

接触応力や接触面積等を計算するには最大転動体荷重、曲率総和、接触係数を算出する必要があるため非常に複雑な計算になる。ここでは純ラジアル荷重を負荷された場合の最大転動体荷重に式(3.19)の簡易式を用いることによって式(3.49)～式(3.55)を簡素化するとともに、軸受型番ごとの係数(K<sub>p</sub>, K<sub>a</sub>, K<sub>b</sub>, K<sub>δ</sub>)を設定した。また、この係数を用いて、純アキシャル荷重および複合荷重での簡易計算式を求めた。

1) 純ラジアル荷重の場合

$$Q_{\max} = \frac{5F_r}{Z \cos \alpha} \text{ (点接触)} \quad Q_{\max} = \frac{4.6F_r}{Z \cos \alpha} \text{ (線接触)} \dots\dots\dots (3.19)$$

①点接触

上式を式(3.49)～式(3.52)に代入して整理する。

$$\sigma_{\max} = \frac{855}{\mu \nu} \sqrt[3]{\frac{5F_r}{Z \cos \alpha} (\sum \rho)^2} = K_p F_r^{1/3} \dots\dots\dots (3.56)$$

ここで、 $K_p = \frac{855}{\mu \nu} \sqrt[3]{\frac{5}{Z \cos \alpha} (\sum \rho)^2}$

$$2a = 2 \times 23.6 \times 10^{-3} \mu \sqrt[3]{\frac{5F_r}{Z \cos \alpha \sum \rho}} = K_a F_r^{1/3} \dots\dots\dots (3.57)$$

ここで、 $K_a = 2 \times 23.6 \times 10^{-3} \mu \sqrt[3]{\frac{5}{Z \cos \alpha \sum \rho}}$

$$2b = 2 \times 23.6 \times 10^{-3} \nu \sqrt[3]{\frac{5F_r}{Z \cos \alpha \sum \rho}} = K_b F_r^{1/3} \dots\dots\dots (3.58)$$

ここで、 $K_b = 2 \times 23.6 \times 10^{-3} \nu \sqrt[3]{\frac{5}{Z \cos \alpha \sum \rho}}$

$$\delta = 0.279 \times 10^{-3} \frac{2K}{\pi \mu} \sqrt[3]{\sum \rho \left(\frac{5F_r}{Z \cos \alpha}\right)^2} = K_\delta F_r^{2/3} \dots\dots\dots (3.59)$$

ここで、 $K_\delta = 0.279 \times 10^{-3} \frac{2K}{\pi \mu} \sqrt[3]{\sum \rho \left(\frac{5}{Z \cos \alpha}\right)^2}$

これらの式の係数 K<sub>p</sub> ~ K<sub>δ</sub> は軸受の設計によって定まる数値である。玉軸受では最大接触応力や接触だ円の長軸半径は内輪側の方が大きいいため、表 3.6、表 3.7 に深溝玉軸受の内輪接触での係数を示す。

②線接触

点接触と同様に式(3.53)～式(3.55)を係数化して整理する。

$$\sigma_{\max} = 190 \sqrt{\frac{4.6F_r \sum \rho}{L_{we} Z \cos \alpha}} = K_p F_r^{1/2} \dots\dots\dots (3.60)$$

$$2b = 6.7 \times 10^{-3} \sqrt{\frac{4.6F_r}{L_{we} \sum \rho Z \cos \alpha}} = K_b F_r^{1/2} \dots\dots\dots (3.61)$$

$$\delta = 3.84 \times 10^{-5} \frac{(4.6F_r)^{0.9}}{L_{we}^{0.8} (Z \cos \alpha)^{0.9}} = K_\delta F_r^{0.9} \dots\dots\dots (3.62)$$

ここで、 $K_p = 190 \sqrt{\frac{4.6 \sum \rho}{L_{we} Z \cos \alpha}}$

$$K_b = 6.7 \times 10^{-3} \sqrt{\frac{4.6}{L_{we} \sum \rho Z \cos \alpha}}$$

$$K_\delta = 3.84 \times 10^{-5} \frac{4.6^{0.9}}{L_{we}^{0.8} (Z \cos \alpha)^{0.9}}$$

円筒ころ軸受、円すいころ軸受の内輪での K<sub>p</sub>, K<sub>b</sub>, K<sub>δ</sub> を表 3.8 ~ 表 3.11 に示す。

## 2) 純アキシャル荷重での簡易計算

前項の係数を利用して、純アキシャル荷重が作用した場合での最大接触応力、接触だ円および弾性変形量の簡易式を求める。

$$Q_{\max} = \frac{F_a}{Z \sin \alpha'} \dots\dots\dots (3.20)$$

$\alpha'$  : アキシャル荷重による変化後の接触角

## ①点接触

純アキシャル荷重での式(3.20)による最大接触応力は以下となる。

$$\sigma_{\max} = \frac{855}{\mu\nu} \sqrt[3]{\frac{F_a}{Z \sin \alpha'} (\sum \rho)^2} \dots\dots\dots (3.63)$$

式(3.63)を変形する。

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= \frac{855}{\mu\nu} \sqrt[3]{\frac{F_a}{Z \sin \alpha'} \frac{Z \cos \alpha}{5} \frac{5}{Z \cos \alpha} (\sum \rho)^2} \\ &= \sqrt[3]{\frac{\cos \alpha}{5 \sin \alpha'} \frac{855}{\mu\nu}} \sqrt[3]{\frac{5}{Z \cos \alpha} (\sum \rho)^2} F_a^{1/3} \end{aligned}$$

上式に  $K_p$  を代入する。

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{855}{\mu\nu} \sqrt[3]{\frac{5}{Z \cos \alpha} (\sum \rho)^2} \\ \sigma_{\max} &= \sqrt[3]{\frac{\cos \alpha}{5 \sin \alpha'}} K_p F_a^{1/3} \dots\dots\dots (3.64) \end{aligned}$$

同様に接触だ円、弾性変形量は以下ようになる。

$$2a = \sqrt[3]{\frac{\cos \alpha}{5 \sin \alpha'}} K_a F_a^{1/3} \dots\dots\dots (3.65)$$

$$2b = \sqrt[3]{\frac{\cos \alpha}{5 \sin \alpha'}} K_b F_a^{1/3} \dots\dots\dots (3.66)$$

$$\delta = \sqrt[3]{\frac{\cos \alpha}{5 \sin \alpha'}} K_\delta F_a^{2/3} \dots\dots\dots (3.67)$$

深溝玉軸受は初期接触角  $\alpha = 0$  としているため  $\cos \alpha = 1$  となる。

## ②線接触

点接触と同様に整理すると、(但し、ころ軸受では  $\alpha \neq 0$ )

$$\sigma_{\max} = \sqrt{\frac{1}{4.6 \tan \alpha}} K_p F_a^{1/2} \dots\dots\dots (3.68)$$

$$2b = \sqrt{\frac{1}{4.6 \tan \alpha}} K_b F_a^{1/2} \dots\dots\dots (3.69)$$

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{4.6 \tan \alpha}} K_\delta F_a^{0.9} \dots\dots\dots (3.70)$$

線接触では、アキシャル荷重により接触角は変化しないとする。

## 3) 複合荷重での簡易計算

複合荷重の作用により負荷率を考慮した最大転動体荷重から最大接触応力、接触だ円および弾性変形量を求める。

## ①点接触

負荷率を考慮した最大転動体荷重から最大接触応力を求める式は

$$\sigma_{\max} = \frac{855}{\mu\nu} \sqrt[3]{\frac{F_r}{Z J_r(\epsilon) \cos \alpha'} (\sum \rho)^2} \dots\dots\dots (3.71)$$

前項同様に整理すると、負荷率考慮の最大接触応力式は

$$\sigma_{\max} = \sqrt[3]{\frac{\cos \alpha}{5 J_r(\epsilon) \cos \alpha'}} K_p F_r^{1/3} \dots\dots\dots (3.72)$$

同様に接触だ円、弾性変形量についても整理する。

$$2a = \sqrt[3]{\frac{\cos \alpha}{5 J_r(\epsilon) \cos \alpha'}} K_a F_r^{1/3} \dots\dots\dots (3.73)$$

$$2b = \sqrt[3]{\frac{\cos \alpha}{5 J_r(\epsilon) \cos \alpha'}} K_b F_r^{1/3} \dots\dots\dots (3.74)$$

$$\delta = \left( \frac{\cos \alpha}{5 J_r(\epsilon) \cos \alpha'} \right)^{2/3} K_\delta F_r^{2/3} \dots\dots\dots (3.75)$$

ここで、 $\alpha$  : 初期接触角 (深溝玉軸受は  $\alpha = 0$ )

$\alpha'$  : 荷重による変化後の接触角 (第1章参照)

$J_r(\epsilon)$  : ラジアル積分 (第1章参照)

②線接触

接触角は変化しないため以下の簡易式となる。

$$\sigma_{\max} = \sqrt{\frac{1}{4.6 J_r(\epsilon)}} K_p F_r^{1/2} \dots\dots\dots (3.76)$$

$$2b = \sqrt{\frac{1}{4.6 J_r(\epsilon)}} K_b F_r^{1/2} \dots\dots\dots (3.77)$$

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{4.6 J_r(\epsilon)}} K_\delta F_r^{0.9} \dots\dots\dots (3.78)$$

これらの係数を使用することにより最大接触応力や接触だ円等を簡便に求めることができるが、詳細な最大転動体荷重や応力等を求める必要がある場合は **NTN** にご照会ください。

表 3.6 深溝玉軸受 応力, 接触だ円, 変形を求める係数  $K_p, K_a, K_b, K_\delta$   
(60 系列, 62 系列内輪)

内径 番号	60系列				62系列			
	$K_p$	$K_a$	$K_b$ ( $\times 10^{-2}$ )	$K_\delta$ ( $\times 10^{-5}$ )	$K_p$	$K_a$	$K_b$ ( $\times 10^{-2}$ )	$K_\delta$ ( $\times 10^{-5}$ )
00	292	0.262	1.78	9.35	273	0.249	1.75	8.52
01	273	0.249	1.75	8.52	261	0.275	1.89	8.87
02	258	0.239	1.71	7.85	239	0.288	1.98	8.48
03	244	0.262	1.86	8.08	220	0.299	2.07	8.15
04	213	0.263	1.89	7.13	194	0.296	2.07	7.18
05	202	0.254	1.85	6.63	183	0.284	2.03	6.62
06	180	0.255	1.88	5.98	162	0.302	2.15	6.23
07	168	0.265	1.95	5.77	147	0.318	2.26	5.92
08	161	0.257	1.91	5.44	139	0.325	2.33	5.78
09	147	0.258	1.92	4.99	133	0.332	2.39	5.66
10	143	0.251	1.89	4.75	128	0.320	2.32	5.27
11	131	0.273	2.04	4.72	118	0.333	2.41	5.07
12	128	0.266	2.00	4.49	110	0.345	2.50	4.89
13	124	0.260	1.96	4.28	106	0.350	2.55	4.81
14	116	0.279	2.10	4.28	103	0.356	2.59	4.74
15	113	0.272	2.06	4.08	99.6	0.344	2.52	4.44
16	107	0.291	2.19	4.10	97.3	0.366	2.67	4.60
17	104	0.284	2.15	3.92	91.5	0.359	2.64	4.25
18	99.3	0.302	2.27	3.95	88.0	0.385	2.81	4.37
19	96.8	0.295	2.23	3.77	84.2	0.394	2.87	4.27
20	96.5	0.295	2.23	3.77	80.7	0.403	2.93	4.18
22	87.4	0.321	2.42	3.71	74.7	0.419	3.04	4.02
24	85.0	0.314	2.38	3.54	71.9	0.427	3.10	3.95
26	78.5	0.327	2.47	3.40	69.4	0.434	3.16	3.88
28	76.6	0.320	2.43	3.25	68.8	0.433	3.19	3.87
30	72.9	0.328	2.49	3.18	66.3	0.420	3.12	3.63

表 3.7 深溝玉軸受 応力, 接触だ円, 変形を求める係数  $K_p, K_a, K_b, K_\delta$  (63 系列内輪)

内径 番号	63系列			
	$K_p$	$K_a$	$K_b$ ( $\times 10^{-2}$ )	$K_\delta$ ( $\times 10^{-5}$ )
00	241	0.316	2.08	9.09
01	227	0.328	2.13	8.80
02	208	0.310	2.11	7.89
03	195	0.320	2.17	7.64
04	183	0.330	2.25	7.42
05	164	0.347	2.38	7.04
06	148	0.338	2.37	6.28
07	136	0.353	2.47	6.02
08	126	0.366	2.56	5.80
09	115	0.385	2.68	5.53
10	108	0.396	2.77	5.37
11	102	0.407	2.85	5.23
12	97.8	0.417	2.92	5.10
13	69.7	0.549	3.11	4.07
14	89.5	0.436	3.05	4.88
15	85.9	0.445	3.12	4.78
16	82.6	0.453	3.18	4.69
17	79.6	0.461	3.24	4.60
18	76.9	0.469	3.30	4.52
19	74.4	0.477	3.35	4.45
20	70.3	0.492	3.44	4.32
22	64.9	0.513	3.58	4.15
24	64.2	0.512	3.62	4.14
26	61.1	0.525	3.71	4.04
28	58.4	0.537	3.80	3.95
30	55.6	0.516	3.69	3.64

表 3.8 円筒ころ軸受 応力, 接触だ円, 変形を求める係数  $K_p, K_b, K_\delta$  (N2E 系列, N3E 系列, N22E 系列内輪)

内径 番号	N2E系列			N3E系列			N22E系列		
	$K_p$	$K_b$ ( $\times 10^{-3}$ )	$K_\delta$ ( $\times 10^{-7}$ )	$K_p$	$K_b$ ( $\times 10^{-3}$ )	$K_\delta$ ( $\times 10^{-7}$ )	$K_p$	$K_b$ ( $\times 10^{-3}$ )	$K_\delta$ ( $\times 10^{-7}$ )
04	25.41	2.62	33.2	23.3	2.79	32.9	22.7	2.34	27.8
05	22.96	2.45	28.6	19.8	2.69	27.8	20.5	2.19	23.9
06	19.78	2.53	26.0	17.1	2.60	23.8	17.1	2.19	20.6
07	17.06	2.45	22.4	14.4	2.41	19.4	15.0	2.15	18.1
08	16.24	2.58	22.4	13.4	2.60	19.6	13.7	2.18	17.1
09	14.83	2.39	19.5	12.2	2.57	17.8	13.1	2.12	16.0
10	14.26	2.33	18.4	11.4	2.57	16.9	12.6	2.07	15.1
11	12.54	2.25	16.1	10.1	2.56	15.3	11.3	2.02	13.6
12	11.67	2.41	16.1	9.65	2.59	14.9	9.65	2.00	11.9
13	11.09	2.46	15.7	8.74	2.58	13.7	8.99	2.00	11.2
14	10.33	2.32	14.0	8.11	2.52	12.7	8.68	1.95	10.6
15	9.67	2.19	12.6	7.45	2.52	11.9	8.40	1.90	10.1
16	9.35	2.26	12.6	7.20	2.54	11.6	7.75	1.87	9.35
17	8.58	2.31	12.0	6.65	2.46	10.5	7.24	1.95	9.19
18	8.20	2.33	11.7	6.42	2.54	10.6	6.82	1.94	8.74
19	7.43	2.32	10.8	6.15	2.47	9.92	6.28	1.96	8.24
20	6.92	2.26	9.99	5.87	2.65	10.2	5.73	1.88	7.40
22	6.33	2.27	9.32	5.28	2.56	9.04	5.32	1.91	7.05
24	5.89	2.29	8.85	4.89	2.63	8.77	4.86	1.89	6.51
26	5.68	2.37	8.85	4.46	2.54	7.85	4.45	1.86	6.00
28	5.33	2.26	8.00	4.28	2.57	7.68	4.18	1.77	5.43
30	4.96	2.25	7.54	3.98	2.56	7.23	3.86	1.75	5.04

表 3.9 ころ軸受 応力, 接触だ円, 変形を求める係数  $K_p$ ,  $K_b$ ,  $K_\delta$   
(円筒ころ軸受 N23E 系列, 円すいころ軸受 302 系列, 303 系列内輪)

内径 番号	N23E系列			302系列			303系列		
	$K_p$	$K_b$ ( $\times 10^{-2}$ )	$K_\delta$ ( $\times 10^{-5}$ )	$K_p$	$K_b$ ( $\times 10^{-2}$ )	$K_\delta$ ( $\times 10^{-5}$ )	$K_p$	$K_b$ ( $\times 10^{-2}$ )	$K_\delta$ ( $\times 10^{-5}$ )
04	19.4	2.32	24.5	22.3	2.02	23.6	—	—	—
05	16.1	2.20	20.1	20.5	1.94	21.2	17.4	2.30	21.7
06	13.7	2.09	16.8	17.3	1.96	18.5	15.3	2.26	19.2
07	11.6	1.94	13.7	15.3	2.02	17.2	13.6	2.27	17.5
08	10.9	2.13	14.2	14.5	2.14	17.4	11.8	2.06	14.4
09	9.77	2.06	12.5	13.5	2.02	15.5	10.7	2.08	13.3
10	8.85	2.00	11.3	12.4	1.93	13.9	9.72	2.10	12.5
11	7.92	2.00	10.4	11.3	2.02	13.5	8.95	2.11	11.7
12	7.48	2.01	9.92	10.7	2.07	13.1	8.28	2.12	11.0
13	7.13	2.11	9.92	9.83	2.11	12.4	7.76	2.15	10.6
14	6.73	2.09	9.42	9.38	2.04	11.6	7.26	2.16	10.1
15	6.09	2.06	8.57	9.03	2.00	11.0	6.88	2.18	9.75
16	5.82	2.06	8.28	8.47	2.06	10.8	6.40	2.17	9.16
17	5.49	2.03	7.75	7.87	2.04	10.1	6.29	2.24	9.33
18	5.23	2.07	7.64	7.32	2.03	9.45	5.96	2.24	8.93
19	5.01	2.01	7.15	7.02	2.06	9.27	5.69	2.24	8.59
20	4.51	2.04	6.70	6.52	2.03	8.61	5.38	2.27	8.31
22	4.08	1.97	5.98	6.15	2.02	8.19	5.83	2.56	9.89
24	3.77	2.03	5.78	5.76	1.99	7.69	5.56	2.60	9.64
26	3.44	1.96	5.19	5.53	2.01	7.49	4.55	2.31	7.36
28	3.25	1.95	4.94	5.34	2.09	7.53	4.17	2.25	6.69
30	3.03	1.95	4.66	5.45	2.30	8.34	4.29	2.50	7.55

表 3.10 円すいころ軸受 応力, 接触だ円, 変形を求める係数  $K_p$ ,  $K_b$ ,  $K_\delta$   
(320 系列, 322 系列, 323 系列内輪)

内径 番号	320系列			322系列			323系列		
	$K_p$	$K_b$ ( $\times 10^{-2}$ )	$K_\delta$ ( $\times 10^{-5}$ )	$K_p$	$K_b$ ( $\times 10^{-2}$ )	$K_\delta$ ( $\times 10^{-5}$ )	$K_p$	$K_b$ ( $\times 10^{-2}$ )	$K_\delta$ ( $\times 10^{-5}$ )
05	20.7	1.57	17.7	17.5	1.73	17.1	14.9	1.94	16.8
06	17.6	1.57	15.6	15.0	1.69	14.7	12.8	1.53	12.0
07	16.5	1.61	15.1	12.9	1.69	13.0	12.6	1.84	14.0
08	14.8	1.57	13.4	12.4	1.83	13.4	11.2	1.83	12.6
09	13.7	1.56	12.6	11.9	1.80	12.8	9.80	1.67	10.5
10	12.8	1.47	11.2	11.4	1.78	12.2	8.68	1.67	9.47
11	11.1	1.41	9.64	10.3	1.83	11.5	7.89	1.68	8.80
12	10.8	1.40	9.34	9.34	1.81	10.5	7.25	1.68	8.23
13	10.6	1.38	9.07	8.36	1.78	9.54	6.78	1.70	7.90
14	9.48	1.40	8.39	8.09	1.76	9.13	6.41	1.75	7.71
15	9.30	1.38	8.16	8.02	1.78	9.15	5.98	1.74	7.28
16	8.15	1.41	7.48	7.38	1.80	8.65	5.56	1.73	6.83
17	8.00	1.39	7.26	6.90	1.80	8.19	5.25	1.74	6.56
18	7.29	1.37	6.67	6.32	1.75	7.47	5.25	1.84	6.89
19	7.16	1.36	6.48	5.88	1.72	6.97	4.94	1.82	6.51
20	7.15	1.36	6.50	5.58	1.73	6.70	4.65	1.81	6.18
22	6.57	1.37	6.11	5.16	1.68	6.16	4.33	1.81	5.84
24	6.08	1.38	5.81	4.89	1.68	5.89	4.18	1.83	5.71
26	5.86	1.34	5.47	4.61	1.65	5.55	4.18	1.90	5.94
28	5.16	1.37	5.04	4.21	1.57	4.96	3.57	1.79	4.96
30	4.98	1.33	4.75	3.97	1.67	4.98	3.42	1.86	4.93



表 3.11 円すいころ軸受 応力, 接触だ円, 変形を求める係数  
 $K_p, K_b, K_\delta$  (330 系列, 330D 系列内輪)

内径 番号	330系列			303D系列		
	$K_p$	$K_b$ ( $\times 10^{-2}$ )	$K_\delta$ ( $\times 10^{-5}$ )	$K_p$	$K_b$ ( $\times 10^{-2}$ )	$K_\delta$ ( $\times 10^{-5}$ )
05	18.9	1.45	15.4	18.2	2.09	20.7
06	16.3	1.47	13.9	16.7	2.25	20.6
07	14.7	1.44	12.5	14.3	2.17	17.7
08	13.2	1.37	10.9	13.0	2.24	16.7
09	12.4	1.37	10.4	11.5	2.21	15.0
10	11.8	1.32	9.63	10.5	2.21	14.0
11	10.2	1.30	8.45	9.71	2.22	13.1
12	10.0	1.28	8.17	9.06	2.25	12.6
13	9.60	1.24	7.66	8.41	2.26	11.9
14	8.42	1.25	6.95	7.95	2.28	11.5
15	8.80	1.21	7.00	7.52	2.31	11.1
16	7.12	1.22	5.98	7.15	2.34	10.7
17	6.97	1.20	5.79	7.04	2.44	11.0
18	6.34	1.23	5.48	6.72	2.46	10.7
19	6.21	1.21	5.30	6.39	2.45	10.2
20	6.09	1.19	5.14	—	—	—
22	5.87	1.24	5.17	—	—	—
24	5.37	1.21	4.74	—	—	—
26	5.26	1.20	4.59	—	—	—
28	4.68	1.24	4.33	—	—	—
30	4.50	1.20	4.06	—	—	—

## 【計算例】 接触応力, 変形

(3-6) 深溝玉軸受 6012 が  $F_r = 5$  kN のラジアル荷重を受けた時, 内輪での最大転動体荷重, 接触だ円, 弾性変形量を求める。

$$Q_{\max} = \frac{5 \times 5\,000}{14} = 1\,786 \text{ (N)}$$

## 表 3.6 より

$$K_p = 128, K_a = 0.266, K_b = 0.0200, K_\delta = 4.49 \times 10^{-5}$$

$$\sigma_{\max} = 128 \times 5\,000^{2/3} = 2\,189 \text{ (MPa)}$$

$$2a = 0.266 \times 5\,000^{1/3} = 4.55 \text{ (mm)}$$

$$2b = 0.0200 \times 5\,000^{1/3} = 0.342 \text{ (mm)}$$

$$\delta = 4.49 \times 10^{-5} \times 5\,000^{2/3} = 0.013 \text{ (mm)}$$

(3-7) 深溝玉軸受 6012 がラジアル荷重を  $F_r = 5$  kN, アキシャル荷重を  $F_a = 3$  kN 受けた時, 内輪での最大転動体荷重, 接触だ円, 弾性変形量を求める。このときのラジアル内部すきまは  $\Delta_r = 0.010$  mm とする。

6012 計算諸元: 玉数  $Z = 14$  個,  $C_{0r} = 23\,200$  (N)

## ①初期接触角

表 1.1 より  $s = 0.310$

$$\alpha_0 = \cos^{-1} \left( \frac{0.310 - \frac{0.010}{2}}{0.310} \right) = 10.3^\circ$$

## ②接触角の変化

$F_a / C_{0r} = 0.13$  から図 1.15 より

$$\alpha = 18^\circ$$

③荷重パラメータ, 負荷率  $\varepsilon$ , ラジアル積分  $J_r$ 

$$\frac{F_r \tan \alpha}{F_a} = \frac{5\,000 \times \tan 18^\circ}{3\,000} = 0.5415$$

ラジアル積分表 (表 3.1) より

$$\varepsilon = 1.0 + (1.25 - 1) \times \frac{0.6000 - 0.5415}{0.6000 - 0.4338} = 1.09$$

$$J_r = 0.2546 + (0.2289 - 0.2546) \times \frac{0.6000 - 0.5415}{0.6000 - 0.4338} = 0.2456$$

④最大転動体荷重  $Q_{\max}$ 

$$Q_{\max} = \frac{5\,000}{14 \times 0.2456 \times \cos 18^\circ} = 1\,529 \text{ (N)}$$

⑤接触応力, 接触だ円, 弾性変形量

$$\sigma_{\max} = \sqrt[3]{\frac{1}{5 \times 0.2456 \times \cos 18^\circ}} \times 128 \times 5\,000^{1/3} = 2\,078 \text{ (MPa)}$$

同様に接触だ円, 弾性変形量は

$$2a = \sqrt[3]{\frac{1}{5 \times 0.2456 \times \cos 18^\circ}} \times 0.266 \times 5\,000^{1/3} = 4.32 \text{ (mm)}$$

$$2b = \sqrt[3]{\frac{1}{5 \times 0.2456 \times \cos 18^\circ}} \times 0.0200 \times 5\,000^{1/3} = 0.325 \text{ (mm)}$$

$$\delta = \left( \frac{1}{5 \times 0.2456 \times \cos 18^\circ} \right)^{2/3} \times 4.49 \times 10^{-5} \times 5\,000^{2/3} = 0.012 \text{ (mm)}$$

(3-8) 円筒ころ軸受 NU208E において  $F_r = 25 \text{ kN}$  のラジアル荷重が負荷されている時, 内輪での最大転動体荷重, 接触幅, 弾性変形量を求める。最大転動体荷重は簡易式で計算する。

NU208E 計算諸元: 玉数  $Z = 14$  個

①最大転動体荷重

$$Q_{\max} = \frac{4.6 \times 25\,000}{14} = 8\,214 \text{ (N)}$$

②最大転動体荷重, 接触幅, 弾性変形量

表 3.8 より  $K_p = 16.24$ ,  $K_b = 2.58 \times 10^{-3}$ ,  $K_\delta = 22.4 \times 10^{-7}$ , 式 (3.60), 式 (3.61), 式 (3.62) より

$$\sigma_{\max} = 16.24 \times 25\,000^{1/2} = 2\,568 \text{ (MPa)}$$

$$2b = 2.58 \times 10^{-3} \times 25\,000^{1/2} = 0.408 \text{ (mm)}$$

$$\delta = 22.4 \times 10^{-7} \times 25\,000^{0.9} = 0.020 \text{ (mm)}$$

### 3.4 玉軸受の許容アキシャル荷重

ラジアル転がり軸受では負荷されるラジアル荷重の限界値として基本静定格荷重 ( $C_{0r}$ ) が設定されているが, 深溝玉軸受やアンギュラ玉軸受のようなラジアル玉軸受は軌道溝で荷重を負荷するため, 許容されるアキシャル荷重も制約される。アキシャル荷重の限界値としては以下の荷重が考えられる。

- ①負荷される荷重から計算した静等価荷重  $P_{0r}$  が基本静定格荷重  $C_{0r}$  以下となるアキシャル荷重
  - ②荷重によって生じた接触だ円が軌道溝を乗り越えないアキシャル荷重
- 一般的に, ②の条件の方が小さいため, これを「許容アキシャル荷重」と定義している。

#### 1) 限界溝角度: $\theta_i, \theta_e$

転動体が乗り上げる時の内輪および外輪の限界角度は軌道輪の形状で決定される。

図 3.18 は深溝玉軸受の限界溝角度を示す状態図である。図中の記号は

- $\theta_i$  : 内輪限界溝角度 (rad)
- $\theta_e$  : 外輪限界溝角度 (rad)
- $r_i, r_e$  : 内輪および外輪溝半径 (mm)
- $d_i$  : 内輪軌道径 (mm)
- $d_e$  : 外輪軌道径 (mm)
- $dl_i$  : 内輪外径 (内輪溝肩径) (mm)
- $dl_e$  : 外輪内径 (外輪溝肩径) (mm)

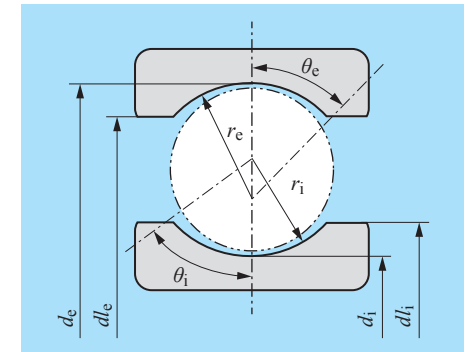


図 3.18 限界溝角度

内輪限界溝角度は

$$\cos \theta_i = \frac{r_i - (0.5dl_i - 0.5d_i)}{r_i}$$

$$\therefore \theta_i = \cos^{-1} \left\{ \frac{r_i - (0.5dl_i - 0.5d_i)}{r_i} \right\} \dots \dots \dots (3.79)$$

同様に外輪限界溝角度は

$$\theta_e = \cos^{-1} \left\{ \frac{r_i - (0.5d_e - 0.5dl_e)}{r_e} \right\} \dots \dots \dots (3.80)$$

2) 許容接触角

接触だ円の長軸端が限界溝角度と接した時の接触角を許容接触角  $\alpha_a$  とする。(内輪には添字  $i$ , 外輪には添字  $e$  をつける)

図 3.19 に内輪接触だ円が内輪溝に乗り上げた時の状態図を示す。図 3.18 以外の図中の記号は

- $a_a$ : 乗り上げ時の接触だ円長軸半径 (mm)
- $\alpha_a$ : 許容接触角 (rad)
- $\phi$ : 長軸半径  $a_a$  を内輪溝中心からの角度に置き換えたもの (rad)

図より接触だ円中心より長軸端までの角度は

$$\phi_i = \tan^{-1} \frac{a_{ai}}{r_i} \doteq \frac{a_{ai}}{r_i} \dots\dots\dots (3.81)$$

接触だ円長軸の端が溝底に乗り上げる時がアキシャル荷重の限界となるため、以下の関係が成り立つ。

[限界溝角度] = [接触だ円長軸端までの角度]

式 (3.79), 式 (3.81) との関係から

$$\theta_i = \cos^{-1} \left\{ \frac{r_i - (0.5d_{li} - 0.5d_i)}{r_i} \right\} = \alpha_{ai} + \frac{a_{ai}}{r_i} \text{ (rad)} \dots\dots\dots (3.82)$$

$$\theta_i - \alpha_{ai} = \frac{a_{ai}}{r_i}$$

$$\sin(\theta_i - \alpha_{ai}) = \sin\left(\frac{a_{ai}}{r_i}\right) \doteq \frac{a_{ai}}{r_i} \text{ (rad)} \dots\dots\dots (3.83)$$

Hertz の接触だ円の式より

$$a = 23.6 \times 10^{-3} \mu \sqrt[3]{\frac{Q}{\sum \rho}} \dots\dots\dots (3.50)$$

式 (3.83), 式 (3.50) より

$$\sin(\theta_i - \alpha_{ai}) = \frac{1}{r_i} \times 23.6 \times 10^{-3} \times \mu_i \frac{\sqrt[3]{Q}}{\sqrt[3]{\sum \rho_i}} \dots\dots\dots (3.84)$$

外輪も同様に

$$\sin(\theta_e - \alpha_{ae}) = \frac{1}{r_e} \times 23.6 \times 10^{-3} \times \mu_e \frac{\sqrt[3]{Q}}{\sqrt[3]{\sum \rho_e}} \dots\dots\dots (3.85)$$

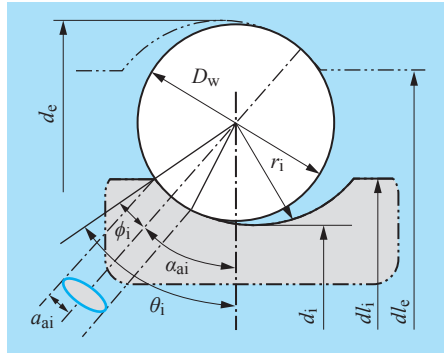


図 3.19 許容接触角

アキシャル荷重が負荷され、接触角が変化した時の状態を図 3.20 に示す。実線が初期接触角  $\alpha_0$  の時、破線がアキシャル荷重  $F_a$  が負荷された時に接触角が  $\alpha$  に変化した時の図である。荷重による内輪側変位量を  $\delta_i$ , 外輪側変位量を  $\delta_e$ , 軸受全体の変位量を  $\delta_n$  とすると、

$$\delta_n = \delta_i + \delta_e \dots\dots\dots (3.86)$$

$\alpha_0$  と  $\alpha$  の関係から

$$S \cos \alpha_0 = (S + \delta_n) \cos \alpha$$

$$\therefore \delta_n = S \left( \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} - 1 \right) \dots\dots\dots (3.87)$$

Hertz の弾性変形量の式より

$$\delta = 0.279 \times 10^{-3} \frac{2K}{\pi\mu} \sqrt[3]{\sum \rho Q^2} \dots\dots\dots (3.52)$$

式 (3.52), 式 (3.86) より

$$\delta_n = \delta_i + \delta_e = 0.279 \times 10^{-3} \times \left\{ \frac{2K_i}{\pi\mu_i} \sqrt[3]{\sum \rho_i} + \frac{2K_e}{\pi\mu_e} \sqrt[3]{\sum \rho_e} \right\} Q^{2/3} \dots\dots\dots (3.88)$$

式 (3.87), 式 (3.88) より

$$S \left( \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} - 1 \right) = 0.279 \times 10^{-3} \times \left\{ \frac{2K_i}{\pi\mu_i} \sqrt[3]{\sum \rho_i} + \frac{2K_e}{\pi\mu_e} \sqrt[3]{\sum \rho_e} \right\} Q^{2/3}$$

$$\therefore Q = \frac{\left[ S \left( \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} - 1 \right) \right]^{3/2}}{\left[ 0.279 \times 10^{-3} \times \left\{ \frac{2K_i}{\pi\mu_i} \sqrt[3]{\sum \rho_i} + \frac{2K_e}{\pi\mu_e} \sqrt[3]{\sum \rho_e} \right\} \right]^{3/2}} \dots\dots\dots (3.89)$$

式 (3.89) は接触角が許容接触角  $\alpha_a$  の時、限界転動体荷重  $Q_a$  となる。

式 (3.89) を式 (3.84) に代入すると、内輪側の許容接触角は

$$\sin(\theta_i - \alpha_{ai}) = \frac{\frac{1}{r_i} \times 23.6 \times 10^{-3} \times \mu_i \left[ S \left( \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} - 1 \right) \right]^{1/2}}{\left[ 0.279 \times 10^{-3} \times \left\{ \frac{2K_i}{\pi\mu_i} \sqrt[3]{\sum \rho_i} + \frac{2K_e}{\pi\mu_e} \sqrt[3]{\sum \rho_e} \right\} \right]^{1/2} \sqrt[3]{\sum \rho_i}} \dots\dots\dots (3.90)$$

同様に外輪側は

$$\sin(\theta_e - \alpha_{ae}) = \frac{\frac{1}{r_e} \times 23.6 \times 10^{-3} \times \mu_e \left[ S \left( \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} - 1 \right) \right]^{1/2}}{\left[ 0.279 \times 10^{-3} \times \left\{ \frac{2K_i}{\pi\mu_i} \sqrt[3]{\sum \rho_i} + \frac{2K_e}{\pi\mu_e} \sqrt[3]{\sum \rho_e} \right\} \right]^{1/2} \sqrt[3]{\sum \rho_e}} \dots\dots\dots (3.91)$$

式 (3.90), 式 (3.91) を繰り返し計算することにより許容接触角  $\alpha_{ai}$ ,  $\alpha_{ae}$  を求めることができる。

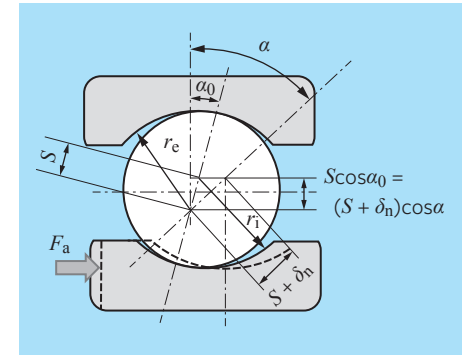


図 3.20 接触角の変化

3) 許容アキシャル荷重:  $F_{aa}$

純アキシャル荷重が負荷された場合、各転動体が受ける荷重は等しくなるため下式により計算される。

$$Q = \frac{F_a}{Z \sin \alpha}$$

従って、許容アキシャル荷重が負荷された場合は下式で計算できる。

$$F_{aa} = Q_a Z \sin \alpha_a \dots\dots\dots (3.92)$$

ここで、 $F_{aa}$ : 許容アキシャル荷重 (N)

$Q_a$ : 許容アキシャル荷重が負荷された時の転動体荷重 (N)

$\alpha_a$ : 前項で計算された許容接触角 (°)

$Q_a$  は式 (3.83)、式 (3.50) より下式となる。

$$Q_a = \left[ \frac{r \sin(\theta - \alpha_a)}{23.6 \times 10^{-3} \mu} \right] \sum \rho \dots\dots\dots (3.93)$$

図 3.21 ~ 図 3.23 に深溝玉軸受のすきまと許容アキシャル荷重の関係、図 3.24 にアンギュラ玉軸受の許容アキシャル荷重について示す。

【計算例】許容アキシャル荷重

(3-9) 深溝玉軸受 6206 がラジアル内部すきま 0.015 mm で使用されるとき、内輪での許容アキシャル荷重を求めよ。

図 3.22 より読み取ると、 $F_{aai} = 7\,000$  (N)

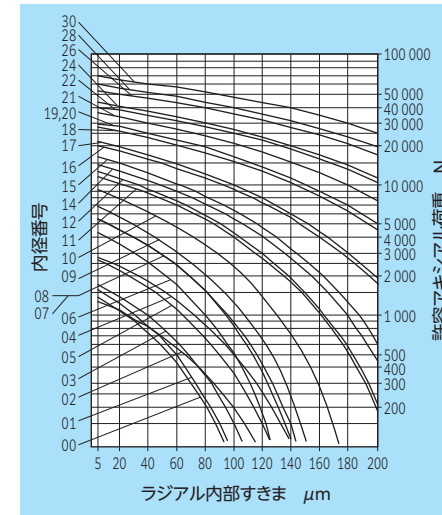


図 3.21 許容アキシャル荷重 (60 系列)

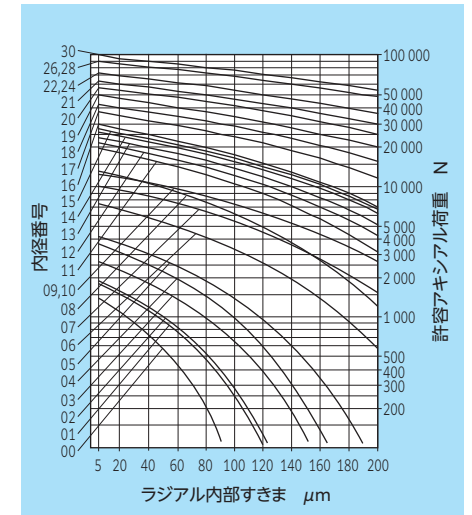


図 3.22 許容アキシャル荷重 (62 系列)

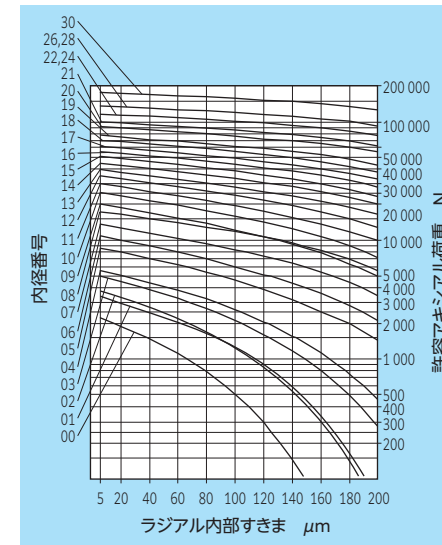


図 3.23 許容アキシャル荷重 (63 系列)

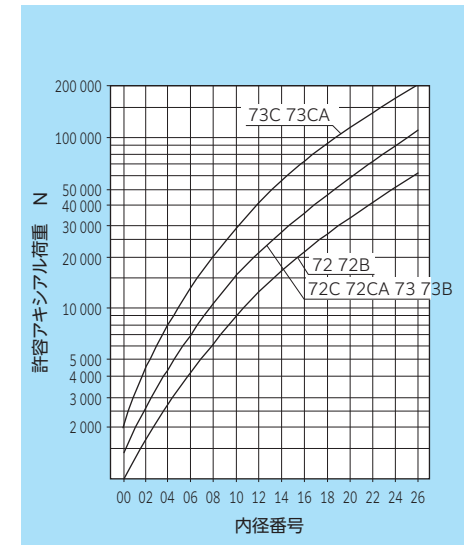


図 3.24 アンギュラ玉軸受の許容アキシャル荷重

### 3.5 最大せん断応力

2物体の接触による表面の応力解析は Hertz により確立されたが、転がり軸受の破損は転がり表面に近い内部の点から発生していることが知られている。図 3.25 は接触だ円と表面下のせん断応力を示したものである。静荷重が負荷されると接触点中心位置の表面からある深さでせん断応力は最大になりこれを静的最大せん断応力  $\tau_{max}$  という。またこのせん断応力は  $45^\circ$  方向に作用するため、 $\tau_{45^\circ}$  ともいわれる。Lundberg-Palmgren は軌道面と平行に働くせん断応力  $\tau_0$  が  $\tau_{max}$  より応力振幅が大きく、また転動疲労後の破面観察からも軌道面に平行な亀裂が存在することにより、せん断応力  $\tau_0$  が転がり疲労を支配する応力として軸受寿命理論を構築した。 $\tau_0$  は接触点の前方と後方ではせん断の方向が変わるため動的せん断応力と呼ばれている。図 3.26 に動的せん断応力  $\tau_0$  と静的せん断応力  $\tau_{max}$  の比較図を示した。静的最大せん断応力は動的せん断応力よりも大きい。応力振幅としては動的せん断応力の方が大きい。記号で表せば以下の通りである：

$$\tau_0 < \tau_{max} < 2\tau_0$$

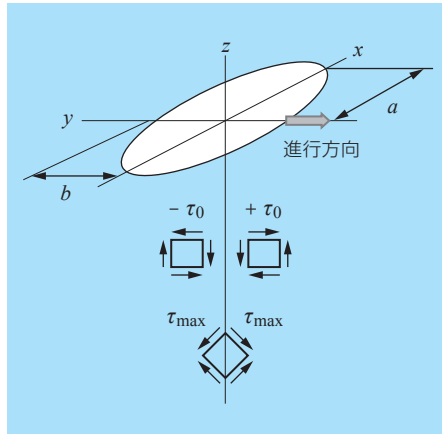


図 3.25 表面下のせん断応力

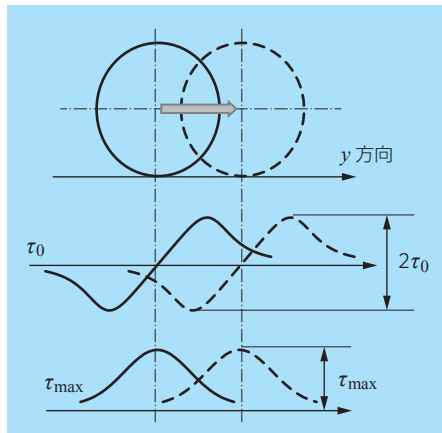


図 3.26 せん断応力の比較

表面下のせん断応力の模式図を図 3.27、動的せん断応力  $\tau_0$  および静的最大せん断応力  $\tau_{max}$  の応力分布図を図 3.28、図 3.29 に示す。これらの図で分かるように静的せん断応力は中心線上の一定の深さで最大となり、動的せん断応力は接触だ円短軸 ( $b$ ) の端より少し内側の位置で最大となる。この章ではある荷重が負荷された時の接触だ円の大きさから静的最大せん断応力  $\tau_{max}$  および動的せん断応力  $\tau_0$  と発生する深さ  $Z_{st}$ 、 $Z_0$  を求める。これらの結果から、使用後の軸受を調査することによって応力深さ  $Z_{st}$ 、 $Z_0$  を求め、負荷された荷重を推定することができる。応力深さ  $Z_{st}$  は残留応力の測定から、 $Z_0$  は破損部位の測定により求めることができる。

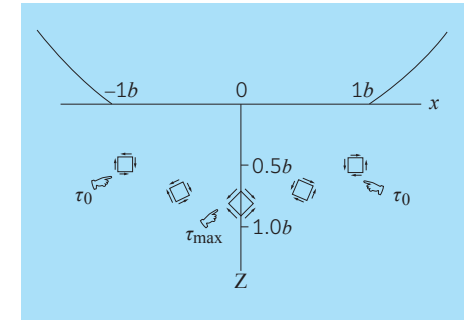


図 3.27 接触面下のせん断応力

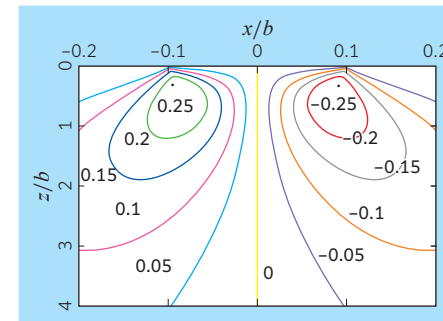


図 3.28 動的せん断応力  $\tau_0$  分布図

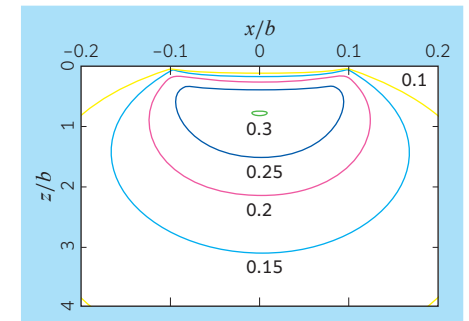


図 3.29 静的せん断応力  $\tau_{max}$  分布図

#### 3.5.1 動的最大せん断応力： $\tau_0$

図 3.27 に示すように、動的せん断応力  $\tau_0$  は接触中心の前方と後方の 2 箇所で見られる最大値を示す。最大値の深さ  $Z_0$  では転動体が通過するごとにせん断応力の方向が変化し、それが応力振幅である。このせん断応力は荷重点の移動により応力方向が変化するため動的せん断応力といわれている。

動的せん断応力の一般式は以下の通りである。

$$\tau_{yz} = \frac{3Q}{2\pi} \frac{\cos^2\phi \sin\phi \sin\gamma}{a^2 \tan^2\gamma + b^2 \cos^2\phi} \dots (3.94)$$

$$y = (b^2 + a^2 \tan^2\gamma)^{1/2} \sin\phi \dots (3.95)$$

$$z = a \tan\gamma \cos\phi \dots (3.96)$$

ここで、 $Q$  : 接触荷重  
 $\phi, \gamma$  : 角度パラメータ

式(3.94), 式(3.95), 式(3.96)を最大値  $\tau_0, Z_0$  に対して解くと下式になる。

$$\frac{2\tau_0}{\sigma_{\max}} = \sqrt{\frac{2t-1}{t(t+1)}} \dots\dots\dots (3.97)$$

$$\frac{Z_0}{b} = \frac{1}{(t+1)\sqrt{2t-1}} \dots\dots\dots (3.98)$$

$$\frac{y_0}{b} = \pm \frac{t}{t+1} \sqrt{\frac{2t+1}{2t-1}} \dots\dots\dots (3.99)$$

$$\frac{b}{a} = \sqrt{(t^2-1)(2t-1)} \dots\dots\dots (3.100)$$

ここで,  $\sigma_{\max}$  : 最大接触応力 (MPa)       $t$  : パラメータ  
 $a$  : 接触だ円長軸半径 (mm)       $b$  : 接触だ円短軸半径 (mm)  
 $Z_0$  : 最大せん断応力深さ (mm)       $y_0$  : 転がり方向位置 (mm)

表 3.12 は  $b/a$  からパラメータ  $t$  を求める表である。Hertz の計算式(3.3 項参照)で求められた  $\sigma_{\max}, a, b$  と  $t$  から上式によって  $\tau_0, Z_0, y_0$  を求めることができる。図 3.30 は  $b/a$  と  $2\tau_0/\sigma_{\max}, Z_0/b$  の関係線図であるが、この図からは簡単に  $\tau_0, Z_0$  を求めることができる。

線接触の場合,  $b/a$  は 0 となるため  $t = 1$  となり,  $\tau_0, Z_0$  は以下の値となる。  
 $\tau_0 = 0.25\sigma_{\max}, Z_0 = 0.5b \dots\dots\dots (3.101)$

点接触の場合,  $b/a$  から  $\tau_0, Z_0$  を求めればよいが、一般的な玉軸受は  $b/a \approx 0.1$  程度であるため以下の関係を用いてもよい。  
 $\tau_0 = 0.25\sigma_{\max}, Z_0 = 0.49b \dots\dots\dots (3.102)$

表 3.12  $t$  の算出表

$b/a$	$t$	$2\tau_0/\sigma_{\max}$
0	1	0.5
0.1432	1.01	0.4975
0.2541	1.03	0.4924
0.3358	1.05	0.4872
0.4064	1.07	0.4821
0.4711	1.09	0.4768
0.5020	1.10	0.4742
0.5907	1.13	0.4664
0.6475	1.15	0.4612
0.7305	1.18	0.4534
0.7849	1.20	0.4482
0.9186	1.25	0.4353
1.0000	1.2808	0.4278

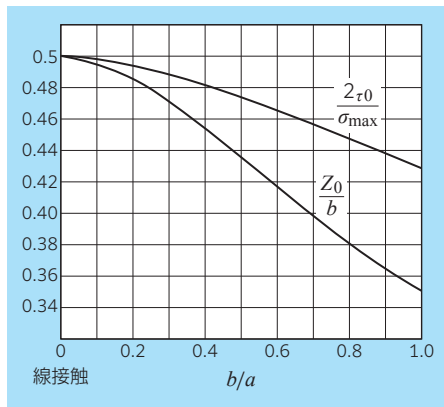


図 3.30  $b/a$  に対する  $\tau_0, Z_0$

3.5.2 静的最大せん断応力:  $\tau_{\max}$

このせん断応力は接触中心からある深さの位置で最大となるが、動的せん断応力と異なり負荷点の移動を必要としないため、静的せん断応力と呼ばれる。中心軸の深さ方向でのせん断応力の一般式は下式の通りである。

$$\tau(z)_{\max} = \frac{z\sigma_{\max}}{b} \left( 1 - \frac{z}{\sqrt{b^2+z^2}} \right) \dots\dots\dots (3.103)$$

ここで,  $\tau(z)_{\max}$  : 任意の深さ  $z$  でのせん断応力 (MPa)  
 $z$  : 任意の深さ (mm),       $b$  : 接触幅 (mm)  
 $\sigma_{\max}$  : 最大接触応力 (MPa)

図 3.31 は一般式を基にして求めた  $b/a$  と  $\tau_{\max}/\sigma_{\max}, Z_{st}/b$  の関係線図である。Hertz の計算式で求められた  $\sigma_{\max}, a, b$  とこの線図から  $\tau_{\max}, Z_{st}$  を求めることができる。

線接触の場合は以下の値となる。  
 $\tau_{\max} = 0.3\sigma_{\max}, Z_{st} = 0.786b \dots\dots\dots (3.104)$

点接触の場合,  $b/a$  から  $\tau_{\max}, Z_{st}$  を求めればよいが、一般的な玉軸受は  $b/a \approx 0.1$  とすると以下になる。  
 $\tau_{\max} = 0.32\sigma_{\max}, Z_{st} = 0.765b \dots\dots\dots (3.105)$

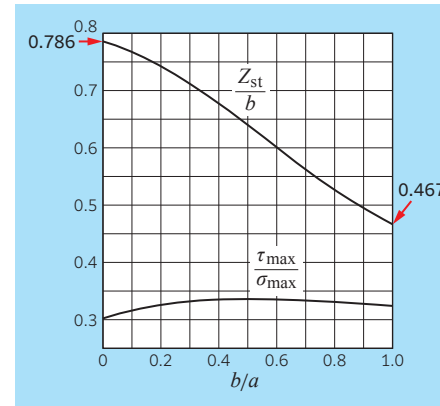


図 3.31  $b/a$  に対する  $\tau_{\max}, Z_{st}$

## 【計算例】 最大せん断応力

(3-10) 深溝玉軸受 6012 が  $F_r = 5 \text{ kN}$  のラジアル荷重を受けた時、内輪の動的せん断応力および静的せん断応力を求める。

$$\begin{aligned} \text{計算例 (3-6) より } \sigma_{\max} &= 2\,189 \text{ (MPa)} \\ 2a &= 4.55 \text{ (mm)} \\ 2b &= 0.342 \text{ (mm)} \\ \therefore b/a &= 0.075 \end{aligned}$$

図 3.30、図 3.31 より

①動的せん断応力

$$\begin{aligned} \tau_0 &= 0.25\sigma_{\max} = 0.25 \times 2\,189 = 547 \text{ (MPa)} \\ Z_0 &= 0.499b = 0.499 \times 0.342/2 = 0.085 \text{ (mm)} \end{aligned}$$

②静的せん断応力

$$\begin{aligned} \tau_{\max} &= 0.31\sigma_{\max} = 0.31 \times 2\,189 = 679 \text{ (MPa)} \\ Z_{st} &= 0.76b = 0.76 \times 0.342/2 = 0.130 \text{ (mm)} \end{aligned}$$

(3-11) 使用後の深溝玉軸受 6204 を調査したところ内輪に深さ 0.08 mm のスポーリング（フレーキング）が発生していた。スポーリング（フレーキング）が動的最大せん断応力深さから発生したとして、この軸受にはどの程度のラジアル荷重が負荷されていたか推定する。

表 3.6 より  $K_a = 0.296$ ,  $K_b = 0.0207$

式 (3.57), 式 (3.58) から

$$\frac{b}{a} = \frac{K_b}{K_a} = \frac{0.0207}{0.296} = 0.07$$

図 3.30 および式 (3.58) より

$$b = \frac{Z_0}{0.495} = \frac{0.08}{0.495} = 0.162 \text{ (mm)}$$

$$F_r = \left(\frac{2b}{K_b}\right)^3 = \left(\frac{2 \times 0.162}{0.0207}\right)^3 = 3\,835 \text{ (N)}$$

(3-12) 使用後の円筒ころ軸受 NU310EA 内輪の残留応力測定をしたところ、応力分布図のピーク深さが 0.2 mm であった。この時負荷されていた接触応力と荷重を推定する。

≪残留応力の位置づけ≫

材料の残留応力はせん断降伏応力を超えるような高い接触応力の下では残留応力が生成され、せん断応力が最大となる深さ（静的最大せん断応力深さ  $Z_p$ ）にピークを持つ応力分布が形成される。

表 3.8 より  $K_b = 2.57 \times 10^{-3}$ ,  $K_p = 11.4$

上記定義より,  $Z_p = Z_{st}$  となるため

式 (3.104) から

$$b = \frac{Z_{st}}{0.786} = \frac{0.2}{0.786} = 0.254 \text{ (mm)}$$

式 (3.60), 式 (3.61) から

$$\sigma_{\max} = 2b \times \frac{K_p}{K_b} = 2 \times 0.254 \times \frac{11.4}{2.57 \times 10^{-3}} = 2\,253 \text{ (MPa)}$$

$$F_r = \left(\frac{2b}{K_b}\right)^2 = \left(\frac{2 \times 0.254}{2.57 \times 10^{-3}}\right)^2 = 39\,000 \text{ (N)}$$

### 3.6 軸受の永久変形量

接触する2つの物体に荷重が作用すると、接触部で変形が生じる。変形が弾性限度内であれば荷重を取り去ると元に戻るが、弾性限度以上の荷重を加えると、接触部にわずかなひずみが残る。これを永久変形といい、PalmgrenはHRC63.5～HRC65.5に焼入れされた軸受鋼の実験に基づいたデータからいくつかの条件での式を求めた。なお、以下の記述は、1940年代に実施された試験結果に基づいており、最新の文献や論文では、必ずしもこれらと一致しない結果の報告もあることを付記しておく。

#### 3.6.1 点接触

接触部で点接触をする玉軸受の場合、永久変形量 $\delta_s$ と荷重 $Q$ との関係は下式の通りである。

$$\delta_s = 1.30 \times 10^{-7} \frac{Q^2}{D_w} (\rho_{1I} + \rho_{1II}) (\rho_{2I} + \rho_{2II}) \dots\dots\dots (3.106)$$

$$= 5.25 \times 10^{-7} \frac{Q^2}{D_w^3} \left( \frac{1}{1 \mp \gamma} \right) \left( 1 - \frac{1}{2f} \right)$$

〔符号は上段：内輪，下段：外輪〕

- $\delta_s$  : 接触点（転動体と軌道輪）での総永久変形量 (mm)
- $Q$  : 転動体荷重 (N)
- $D_w$  : 転動体径 (mm)
- $\rho_{1I}, \rho_{2I}, \rho_{1II}, \rho_{2II}$  : 平面Iと平面IIの接触点における物体1と物体2の曲率 (図3.13参照)
- $\gamma$  :  $D_w \cos \alpha / D_{pw}$       $\alpha$  : 接触角
- $D_{pw}$  : 玉ピッチ径 (mm)
- $f$  : 溝曲率比 (玉径に対する軌道溝半径比：例  $f_i = 0.51$   $f_o = 0.52$ )

当時の試験結果によれば、接触点での総永久変形量の割合は転動体が約1/3、軌道輪が約2/3であった。転動体直径、各部の曲率あるいはPCD、溝曲率比は軸受内部諸元によって決まるため、これらをまとめて定数 $K$ とすると、式(3.106)は下記のように簡素化される。

$$\delta_s = K \cdot Q^2 \dots\dots\dots (3.107)$$

軸受毎の定数 $K$ を表3.13、表3.14に示す。ここで、 $K_i$ は内輪と転動体の接触部、 $K_o$ は外輪と転動体の接触部での定数である。

#### 3.6.2 線接触

接触点で線接触する円筒ころ軸受や円すいころ軸受のようなころ軸受の場合、永久変形量 $\delta_s$ と荷重 $Q$ の間には点接触同様以下の関係がある。

$$\delta_s = 2.12 \times 10^{-11} \frac{1}{\sqrt{D_w}} \left( \frac{Q}{L_{we}} \right)^3 (\rho_{1I} + \rho_{2I})$$

$$= 6.03 \times 10^{-11} \frac{1}{D_w^2} \left\{ \frac{Q}{L_{we}} \left( \frac{1}{1 \mp \gamma} \right)^{1/2} \right\}^3 \dots\dots\dots (3.108)$$

〔符号は上段：内輪，下段：外輪〕

- $\delta_s$  : 接触点（転動体と軌道輪）での総永久変形量 (mm)
- $Q$  : 転動体荷重 (N)
- $D_w$  : 転動体径 (mm)
- $L_{we}$  : ころ有効長さ (mm)
- $\rho_{1I}, \rho_{2I}$  : 接触点での物体1と物体2の回転方向の主曲率 (図3.14参照)
- $\gamma$  :  $D_w \cos \alpha / D_{pw}$       $\alpha$  : 接触角
- $D_{pw}$  : ころピッチ径 (mm)

線接触の場合、接触端部の永久変形量が中央部よりも大きいため、 $\delta_s$ は接触端部での変形量である。当時の試験結果によれば、ころ中央部の変形量は一般的には $\delta_s/6.2$ である。点接触同様、定数を $K$ とすると、式(3.108)は下記のように簡素化され、表3.15に定数 $K$ を示す。

$$\delta_s = K \cdot Q^3 \dots\dots\dots (3.109)$$

#### 3.6.3 ころ-点接触

自動調心ころ軸受のような曲面を持ったころ軸受がころと軌道面の間で点接触をする場合、永久変形量 $\delta_s$ と荷重 $Q$ の関係式は下式となる。

$$\delta_s = 1.30 \times 10^{-7} \frac{Q^2}{D_w} (\rho_{1I} + \rho_{1II}) (\rho_{2I} + \rho_{2II})$$

$$= 2.52 \times 10^{-7} \left( \frac{Q}{D_w} \right)^2 \left( \frac{1}{1 \mp \gamma} \right) \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right)$$

〔符号は上段：内輪，下段：外輪〕

- $\delta_s$  : 接触点（転動体と軌道輪）での総永久変形量 (mm)
- $Q$  : 転動体荷重 (N)
- $D_w$  : 転動体径 (mm)
- $\rho_{1I}, \rho_{2I}, \rho_{1II}, \rho_{2II}$  : 平面Iと平面IIの接触点における物体1と物体2の曲率 (図3.13参照)
- $\gamma$  :  $D_w \cos \alpha / D_{pw}$       $\alpha$  : 接触角
- $D_{pw}$  : ころピッチ径
- $R$  : ころ輪郭半径 (mm)
- $r$  : 軌道溝半径 (mm)

玉軸受の点接触と同様、下式のようにまとめられ定数 $K$ は表3.16に示す。

$$\delta_s = K \cdot Q^2 \dots\dots\dots (3.110)$$



表 3.13 深溝玉軸受 (60, 62, 63) の定数  $K_i$ ,  $K_e$  $(\times 10^{-10})$ 

軸受内径 番号	60系列		62系列		63系列	
	$K_i$	$K_e$	$K_i$	$K_e$	$K_i$	$K_e$
00	1.30	2.17	1.24	2.23	0.407	0.623
01	1.24	2.23	0.803	1.38	0.304	0.449
02	1.19	2.28	0.539	0.926	0.282	0.468
03	0.763	1.43	0.376	0.653	0.213	0.351
04	0.503	0.966	0.267	0.483	0.162	0.272
05	0.488	0.987	0.258	0.494	0.101	0.172
06	0.338	0.475	0.150	0.285	0.0791	0.143
07	0.246	0.347	0.095	0.179	0.0548	0.098
08	0.241	0.352	0.0761	0.147	0.0391	0.0703
09	0.181	0.265	0.0625	0.0825	0.0253	0.0307
10	0.179	0.267	0.0614	0.0834	0.0194	0.0237
11	0.109	0.161	0.0433	0.0585	0.0153	0.0187
12	0.108	0.162	0.0315	0.0426	0.0122	0.0149
13	0.107	0.163	0.0271	0.0369	0.00993	0.0121
14	0.0703	0.106	0.0236	0.0322	0.00817	0.0100
15	0.0697	0.106	0.0233	0.0325	0.00680	0.00835
16	0.0484	0.0736	0.0180	0.0249	0.00572	0.00704
17	0.0479	0.0730	0.0158	0.0221	0.00486	0.00599
18	0.0345	0.0520	0.0114	0.0230	0.00416	0.00514
19	0.0343	0.0523	0.00929	0.0127	0.00359	0.00445
20	0.0341	0.0525	0.00767	0.0104	0.00275	0.00337
21	0.0254	0.0387	0.00641	0.00878	0.00242	0.00297
22	0.0195	0.0294	0.00541	0.00731	0.00191	0.00233
24	0.0193	0.0295	0.00458	0.00624	0.00187	0.00236
26	0.0134	0.0204	0.00391	0.00536	0.00150	0.00189
28	0.0133	0.0206	0.00384	0.00543	0.00122	0.00154
30	0.01064	0.0164	0.00379	0.00548	0.00120	0.00155

表 3.14 深溝玉軸受 (68, 69) の定数  $K_i$ ,  $K_e$  $(\times 10^{-10})$ 

軸受内径 番号	68系列		69系列	
	$K_i$	$K_e$	$K_i$	$K_e$
00	9.122	12.845	4.01	5.26
01	8.910	13.068	3.91	5.36
02	8.684	13.327	2.87	4.05
03	8.573	13.463	1.94	2.70
04	2.774	4.151	1.14	1.60
05	2.707	4.232	1.11	1.64
06	2.660	4.292	1.09	1.66
07	2.625	4.339	0.685	1.05
08	2.599	4.377	0.459	0.701
09	2.576	4.410	0.453	0.709
10	1.769	3.022	0.449	0.714
11	1.030	1.739	0.316	0.501
12	0.653	1.089	0.313	0.504
13	0.648	1.096	0.311	0.507
14	0.645	1.101	0.172	0.275
15	0.642	1.105	0.171	0.277
16	0.640	1.109	0.170	0.278
17	0.305	0.516	0.104	0.167
18	0.304	0.518	0.104	0.168
19	0.302	0.519	0.103	0.168
20	0.302	0.521	0.0677	0.1088
21	0.301	0.522	0.0674	0.1092
22	0.220	0.380	0.0671	0.1096
24	0.165	0.285	0.0463	0.0751
26	0.101	0.172	0.0332	0.0536
28	0.100	0.172	0.0330	0.0539
30	0.0656	0.1118	0.0214	0.0346

表 3.15 円筒ころ軸受の定数  $K_i$ ,  $K_e$  $(\times 10^{-17})$ 

軸受内径 番号	N2E系列		N3E系列		N22E系列		N23E系列	
	$K_i$	$K_e$	$K_i$	$K_e$	$K_i$	$K_e$	$K_i$	$K_e$
04	304	155	156	73.4	156	79.50	51.8	24.3
05	288	161	88.8	44.4	148	82.34	26.3	13.1
06	141	78.3	53.7	28.0	59.5	33.04	14.5	7.59
07	82.0	46.7	26.9	14.4	37.3	21.27	7.40	3.95
08	67.3	38.8	16.0	8.4	24.5	14.14	4.75	2.49
09	49.3	29.7	12.6	6.79	23.9	14.39	3.36	1.80
10	48.3	30.1	8.97	4.92	23.4	14.61	2.00	1.10
11	24.5	15.4	4.97	2.68	13.1	8.248	1.14	0.615
12	18.3	11.2	3.99	2.18	5.855	3.577	0.861	0.472
13	14.5	8.91	2.40	1.30	4.104	2.525	0.712	0.384
14	11.5	7.26	1.63	0.892	4.045	2.552	0.530	0.290
15	9.28	5.99	1.06	0.575	3.992	2.577	0.315	0.170
16	8.14	5.27	0.903	0.494	2.645	1.713	0.253	0.138
17	4.52	2.86	0.735	0.408	1.640	1.036	0.232	0.129
18	3.66	2.32	0.509	0.279	1.214	0.770	0.149	0.0815
19	2.21	1.37	0.499	0.283	0.805	0.500	0.146	0.0826
20	1.51	0.941	0.338	0.184	0.490	0.306	0.0700	0.0380
22	0.972	0.611	0.241	0.135	0.342	0.215	0.0511	0.0285
24	0.683	0.429	0.136	0.0743	0.215	0.135	0.0283	0.0155
26	0.589	0.370	0.103	0.0571	0.137	0.0862	0.0218	0.0121
28	0.577	0.376	0.0853	0.0480	0.134	0.0875	0.0163	0.00917
30	0.401	0.261	0.0592	0.0333	0.0888	0.0579	0.0114	0.00642

表 3.16 自動調心ころ軸受の定数  $K_i$ ,  $K_e$  $(\times 10^{-13})$ 

軸受内径 番号	222系列		223系列		232系列		240系列	
	$K_i$	$K_e$	$K_i$	$K_e$	$K_i$	$K_e$	$K_i$	$K_e$
06	103	30.6	—	—	—	—	—	—
08	51.9	15.8	31.1	9.08	—	—	—	—
10	42.5	13.4	17.0	4.94	—	—	—	—
12	22.6	7.08	9.72	2.80	—	—	—	—
14	16.5	5.27	6.42	1.84	—	—	—	—
16	12.0	3.84	4.30	1.24	—	—	—	—
18	7.41	2.33	3.01	0.861	7.35	2.31	—	—
20	5.20	1.63	2.26	0.661	5.20	1.64	—	—
22	3.68	1.15	1.52	0.434	3.73	1.17	—	—
24	3.04	0.956	1.44	0.432	2.99	0.942	9.09	3.15
26	2.44	0.766	1.04	0.303	2.48	0.784	6.01	2.06
28	1.87	0.584	0.910	0.272	1.91	0.601	5.50	1.90
30	1.50	0.471	0.681	0.199	1.49	0.467	4.81	1.68
32	1.21	0.380	0.629	0.188	1.20	0.375	3.77	1.31
34	0.982	0.306	0.577	0.176	0.967	0.303	2.88	0.994
36	0.884	0.276	0.455	0.136	0.946	0.301	2.15	0.733
38	0.739	0.230	0.422	0.129	0.757	0.238	2.04	0.703
40	0.614	0.191	0.396	0.123	0.635	0.200	1.56	0.532
44	0.483	0.152	0.313	0.103	0.485	0.154	1.19	0.405
48	0.426	0.129	0.232	0.0557	0.424	0.124	1.14	0.395
52	0.330	0.111	0.182	0.0575	0.331	0.105	0.737	0.251
56	0.314	0.103	0.148	0.0458	0.317	0.0968	0.682	0.204
60	0.235	0.0778	—	—	0.219	0.0667	0.597	0.191
64	0.177	0.0735	—	—	0.175	0.0561	0.525	0.208

## 【計算例】 永久変形量

(3-13) 円筒ころ軸受 NU208EA が  $F_r = 40 \text{ kN}$  のラジアル荷重を受けた時、内輪および外輪での永久変形量を計算する。

NU208EA の計算諸元：ころ個数  $Z = 14$

転動体荷重の計算式は簡易式を用いる。

$$Q_{\max} = 4.6 \times \frac{40\,000}{14} = 13\,143 \text{ (N)}$$

NU208EA での永久変形量の係数は、

$$K_i = 67.3 \times 10^{-17}$$

$$K_e = 38.8 \times 10^{-17}$$

内輪、外輪の永久変形量は

$$\delta_i = K_i \times Q^3 = 0.00153 \text{ (mm)}$$

$$\delta_e = K_e \times Q^3 = 0.00088 \text{ (mm)}$$

(3-14) ラジアル荷重が負荷されている深溝玉軸受 6204 で使用後の調査をしたところ、外輪に  $160^\circ$  の範囲で転走跡が認められ、最大の圧痕深さは  $0.8 \mu\text{m}$  であった。この軸受に負荷されたと思われるラジアル荷重を推定する。

6204 の計算諸元：玉個数  $Z = 8$

6204 の外輪での永久変形量の係数は、

$$K_e = 0.483 \times 10^{-10}$$

変形量の  $2/3$  が軌道面に発生すると仮定する。

$$\frac{3}{2} \times 0.0008 = 0.483 \times 10^{-10} \times Q_{\max}^2$$

$$Q_{\max} = 4\,984 \text{ (N)}$$

転走跡の範囲より負荷率を求める。 [式 (3.2) 参照]

$$\varepsilon = 0.5 - 0.5 \times \cos\left(\frac{160^\circ}{2}\right) = 0.413$$

ラジアル積分表より [表 3.1 参照]

$$J_r(0.413) = 0.2117 + \frac{(0.2288 - 0.2117) \times 0.13}{0.1} = 0.2139$$

従って、推定されるラジアル荷重  $F_r$  は以下になる。

$$F_r = 8 \times 4\,989 \times 0.2139 = 8\,530 \text{ (N)}$$