

1. 軸受の形状と運動

1.1 軸受すきま

転がり軸受はすきまが負（マイナス）になると摩擦の増加により軸受温度が上昇したり、寿命が急激に低下するため一般的に僅かな内部すきまが残るようにして使用される。この内部すきまは内輪、外輪を相対的に移動させる方向によって、ラジアル（方向）内部すきまおよびアキシャル（方向）内部すきまと呼ばれる。また、玉軸受の場合はすきまによって接触角が決まり、内輪と外輪の傾き角（角振れ）の量も決定される。

1.1.1 すきまと接触角

深溝玉軸受の中立状態の断面図を図 1.1 に示す。中立状態とは内外輪と転動体の間にすきまを均等に配した状態のことである。

- Δ_r : ラジアル内部すきま (mm)
- r_i : 内輪溝半径 (mm)
- r_e : 外輪溝半径 (mm)
- D_w : 玉径 (mm)

この時の内輪溝中心と外輪溝中心の距離 S_0 は

$$S_0 = r_i + r_e - D_w - \Delta_r / 2$$

$$= S - \Delta_r / 2$$

ここで、 $S = r_i + r_e - D_w$

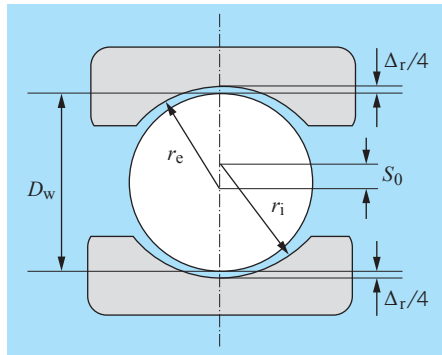


図 1.1 深溝玉軸受中立状態

中立状態の外輪を固定し内輪を軸方向に $\Delta_a / 2$ (アキシャル内部すきまの半分) 移動させると転動体と内外輪が接触し、断面の中心線となす角が接触角となる。接触角が α_0 となった時の状態を図 1.2 に示す。内輪は平行に移動しているため、内輪溝中心と外輪溝中心の鉛直方向の距離は図 1.1 の S_0 と等しくなる。

$$S \cos \alpha_0 = S - \Delta_r / 2 \dots\dots\dots (1.1)$$

$$\therefore \alpha_0 = \cos^{-1} \left(\frac{S - \frac{\Delta_r}{2}}{S} \right) (\text{°})$$

表 1.1 に深溝玉軸受の溝中心間距離 S の数値を図 1.3 にすきまと接触角の代表的な傾向を示す。

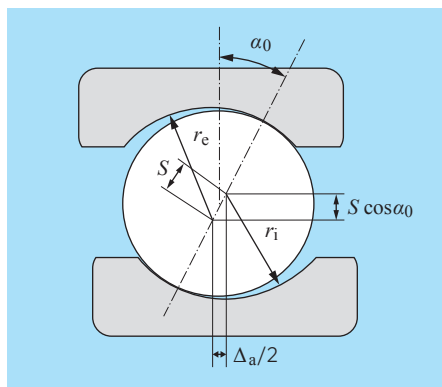


図 1.2 軸方向移動時

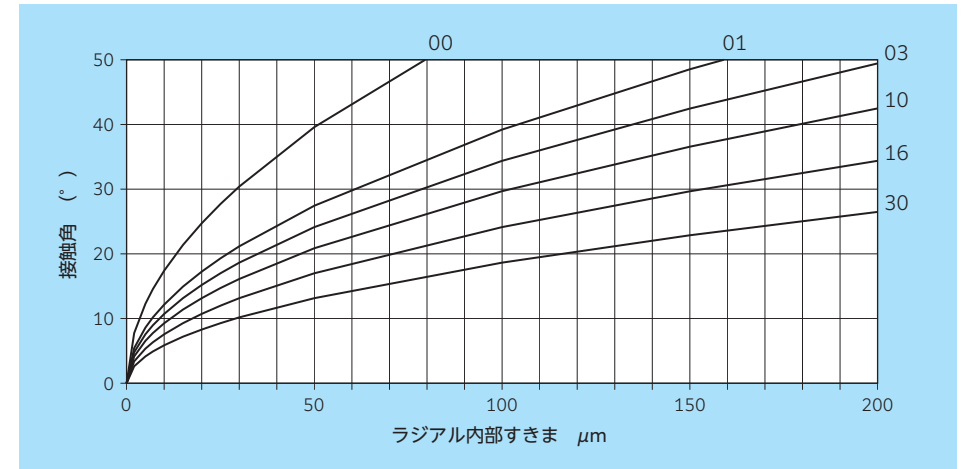


図 1.3 62 系列のすきまと接触角

表 1.1 深溝玉軸受の溝中心間距離 S (mm)

内径 番号	深溝玉軸受				
	68系列	69系列	60系列	62系列	63系列
00	0.071	0.095	0.191	0.191	0.286
01	0.071	0.095	0.191	0.222	0.318
02	0.071	0.105	0.191	0.254	0.318
03	0.071	0.120	0.222	0.286	0.349
04	0.105	0.143	0.254	0.318	0.381
05	0.105	0.143	0.254	0.318	0.445
06	0.105	0.143	0.214	0.381	0.476
07	0.105	0.167	0.238	0.445	0.540
08	0.105	0.191	0.238	0.476	0.603
09	0.105	0.191	0.262	0.381	0.524
10	0.119	0.191	0.262	0.381	0.572
11	0.143	0.214	0.310	0.429	0.619
12	0.167	0.214	0.310	0.476	0.667
13	0.167	0.214	0.310	0.500	0.714
14	0.167	0.262	0.357	0.524	0.762
15	0.167	0.262	0.357	0.524	0.810
16	0.167	0.262	0.405	0.572	0.857
17	0.214	0.310	0.405	0.595	0.905
18	0.214	0.310	0.452	0.667	0.953
19	0.214	0.310	0.452	0.714	1.000
20	0.214	0.357	0.452	0.762	1.095
22	0.214	0.357	0.548	0.857	1.143
24	0.238	0.357	0.548	0.905	1.238
26	0.262	0.405	0.619	0.953	1.238
28	0.310	0.452	0.619	0.953	1.334
30	0.310	0.452	0.667	0.953	1.429

1.1.2 ラジアル内部すきまとアキシャル内部すきま

転がり軸受は軸受の形式によりラジアル内部すきままたはアキシャル内部すきまのどちらかで規定されており、それらは幾何学的に関係があるため相互に求めることができる。

1) 深溝玉軸受

深溝玉軸受は一般的にラジアル内部すきまで規定されているが、使用箇所や使用条件によってはアキシャル内部すきまが必要な場合がある。すきまの関係を図 1.1、図 1.2 から求めてみる。

式 (1.1) より

$$\Delta_r / 2 = S - S \cos \alpha_0 \dots\dots\dots (1.2)$$

図 1.2 よりアキシャル内部すきまは

$$\Delta_a / 2 = S \sin \alpha_0 \dots\dots\dots (1.3)$$

式 (1.2) ÷ 式 (1.3)

$$\frac{\Delta_r}{\Delta_a} = \frac{1 - \cos \alpha_0}{\sin \alpha_0} = \tan \frac{\alpha_0}{2}$$

$$\therefore \Delta_a = \Delta_r \cot \frac{\alpha_0}{2} \dots\dots\dots (1.4)$$

ラジアル内部すきまから求めた初期接触角により、式 (1.4) からアキシャル内部すきまを求めることができる。また、図 1.4 にラジアル内部すきまとアキシャル内部すきまの関係を示した。この図の三角形 $O_i O_e A$ の関係式は下記になる。

$$\left(\frac{\Delta_a}{2}\right)^2 = S^2 - \left(S - \frac{\Delta_r}{2}\right)^2$$

$$\Delta_a = 2\sqrt{S^2 - \left(S - \frac{\Delta_r}{2}\right)^2}$$

$$= 2\sqrt{S\Delta_r - \frac{\Delta_r^2}{4}}$$

$$\doteq 2\sqrt{S\Delta_r}$$

$2\sqrt{S} = K_s$ とおけば、 K_s によりラジアル内部すきまを簡単にアキシャル内部すきまに変換する事ができる。深溝玉軸受の K_s を表 1.2 に示す。

$$\Delta_a \doteq K_s \sqrt{\Delta_r}$$

K_s : 軸受の設計により定まる定数

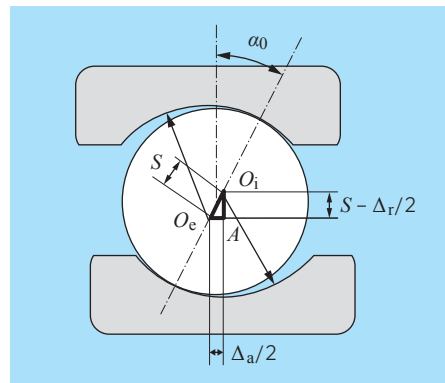


図 1.4 ラジアル内部すきまとアキシャル内部すきまの関係

図 1.5 ~ 図 1.7 に代表的系列のラジアル内部すきまとアキシャル内部すきまの関係を示す。

2) その他形式

その他形式の軸受についてはアキシャル内部すきまを求める関係式のみを記載する。

(1) 組合せアンギュラ玉軸受

$$\Delta_a = 2S \sin \alpha - 2\sqrt{S^2 - \left(S \cos \alpha + \frac{\Delta_r}{2}\right)^2} \text{ (mm)}$$

$$S = r_i + r_e - D_w$$

r_i : 内輪溝半径 (mm)

r_e : 外輪溝半径 (mm)

α : アキシャル接触角 (°)

軌道輪を軸方向 (アキシャル方向) に移動させたときの接触角

図 1.8 ~ 図 1.10 に組合せアンギュラ玉軸受のラジアル内部すきまとアキシャル内部すきまの関係を示す。

(2) 複列アンギュラ玉軸受 (4点接触玉軸受含む)

$$\Delta_a = 2\sqrt{S^2 - \left(S \cos \alpha_r - \frac{\Delta_r}{2}\right)^2} - 2S \sin \alpha_r \text{ (mm)}$$

α_r : ラジアル接触角 (°)

軌道輪を径方向 (ラジアル方向) に移動させたときの接触角

(3) 自動調心ころ軸受

$$\Delta_a = 2(r_e - r_w) \sin \alpha_r - 2\sqrt{(r_e - r_w)^2 - \left((r_e - r_w) \cos \alpha_r + \frac{\Delta_r}{2}\right)^2} \text{ (mm)}$$

r_w : ころ輪郭半径 (mm)

表 1.2 深溝玉軸受 K_s

内径 番号	K_s				
	68系列	69系列	60系列	62系列	63系列
00	0.535	0.617	0.976	0.873	1.069
01	0.535	0.617	0.873	0.943	1.127
02	0.535	0.648	0.873	1.008	1.127
03	0.535	0.693	0.943	1.069	1.182
04	0.648	0.756	1.008	1.127	1.235
05	0.648	0.756	1.008	1.127	1.333
06	0.648	0.756	0.926	1.235	1.380
07	0.648	0.817	0.976	1.333	1.469
08	0.648	0.873	0.976	1.380	1.553
09	0.648	0.873	1.024	1.235	1.448
10	0.690	0.873	1.024	1.235	1.512
11	0.756	0.926	1.113	1.309	1.574
12	0.817	0.926	1.113	1.380	1.633
13	0.817	0.926	1.113	1.414	1.690
14	0.817	1.024	1.195	1.448	1.746
15	0.817	1.024	1.195	1.448	1.800
16	0.817	1.024	1.272	1.512	1.852
17	0.926	1.113	1.272	1.543	1.902
18	0.926	1.113	1.345	1.633	1.952
19	0.926	1.113	1.345	1.690	2.000
20	0.926	1.195	1.345	1.746	2.093
21	0.926	1.195	1.414	1.800	2.138
22	0.976	1.195	1.480	1.852	2.226
24	1.024	1.272	1.480	1.902	2.226
26	1.113	1.345	1.574	1.952	2.310
28	1.113	1.345	1.574	1.952	2.391
30	1.195	1.448	1.633	1.952	2.391

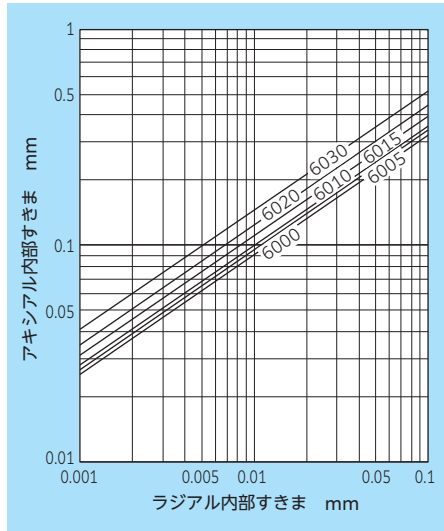


図 1.5 60 系列のすきまの関係

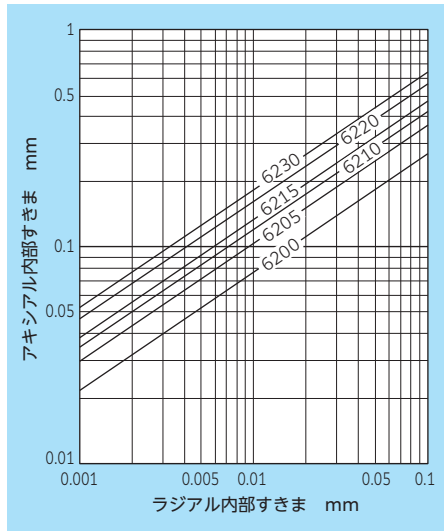


図 1.6 62 系列のすきまの関係

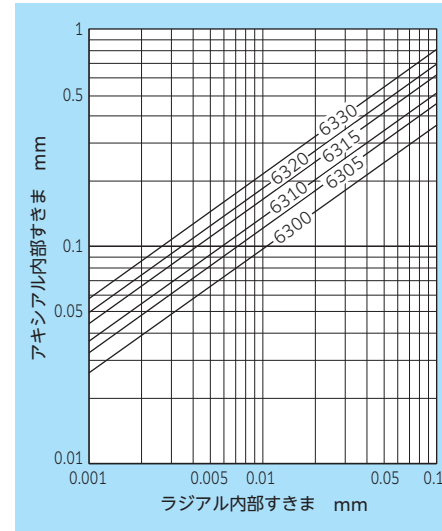


図 1.7 63 系列のすきまの関係

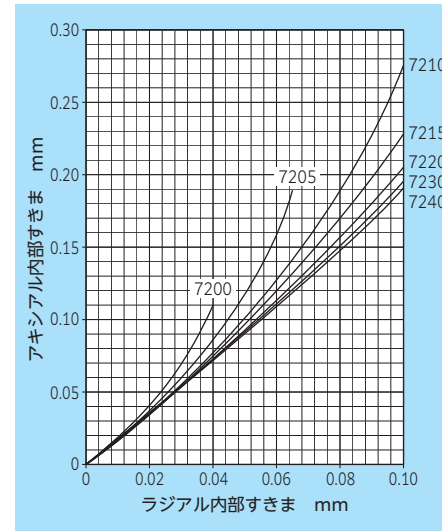


図 1.9 72 系列 (組合せ品) のすきまの関係

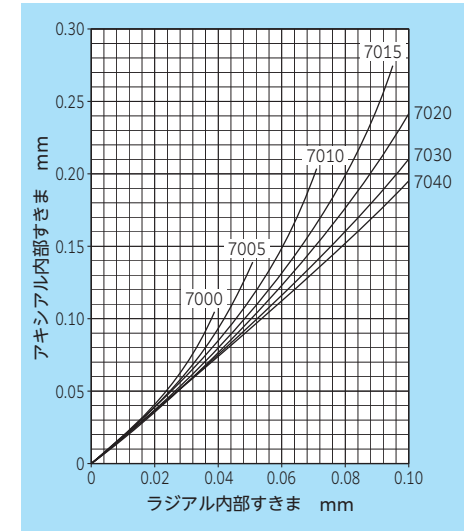


図 1.8 70 系列 (組合せ品) のすきまの関係

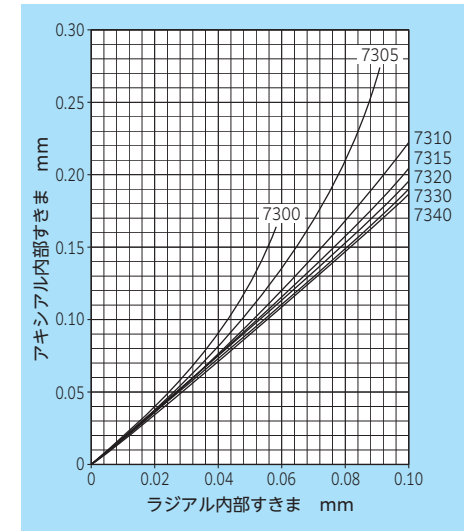


図 1.10 73 系列 (組合せ品) のすきまの関係

1.1.3 ラジアル玉軸受の角振れ

ラジアル玉軸受は内輪軌道輪、外輪軌道輪に溝が形成されているため、内部すきまは径方向（ラジアル内部すきま）や軸方向（アキシアル内部すきま）に移動するだけでなく、ミスアライメントによって傾斜方向にも移動する。この移動量を角度で表し角振れという。

1) 深溝玉軸受

深溝玉軸受の角振れ θ (図 1.11) の近似式を下式に示す。

$$\tan\theta = \frac{2\sqrt{\Delta_r(r_i + r_e - D_w)}}{D_{pw}}$$

$$= K_0 \sqrt{\Delta_r}$$

- θ : 角振れ (中心からの傾き角) (rad)
- D_{pw} : 玉ピッチ径 (mm)
- Δ_r : ラジアル内部すきま (mm)
- D_w : 玉径 (mm)
- r_i : 内輪溝半径 (mm)
- r_e : 外輪溝半径 (mm)

表 1.3 に個々の軸受によって決まる定数 (係数: K_0) を示す。

2) 複列アンギュラ玉軸受

$$\Delta_a = S \left\{ \sin\alpha + \frac{\theta R_i}{2S} - \sqrt{1 - \left(\cos\alpha + \frac{\theta L}{4S} \right)^2} \right\} \text{ (mm)}$$

ここで, $S = r_i + r_e - D_w$

- Δ_a : アキシアル内部すきま (mm)
- R_i : 軸心より内輪溝中心までの距離 (mm)
- α : 接触角 (°)
- L : 内輪溝中心間距離 (mm)

複列アンギュラ玉軸受は計算式が複雑なため、必要な場合には **NTN** にご照会ください。

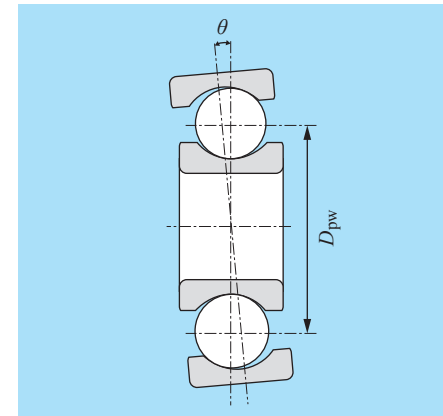


図 1.11 深溝玉軸受の角振れ

表 1.3 深溝玉軸受の角振れ係数 K_0

内径 番号	$K_0 \times 10^{-2}$				
	68系列	69系列	60系列	62系列	63系列
00	4.054	4.336	5.763	4.928	4.806
01	3.563	3.854	4.529	4.520	4.777
02	3.015	3.354	3.951	4.226	3.968
03	2.734	3.241	3.825	3.871	3.823
04	2.774	2.875	3.354	3.393	3.540
05	2.326	2.446	2.934	3.001	3.150
06	2.003	2.129	2.275	2.740	2.723
07	1.759	1.946	2.115	2.561	2.649
08	1.568	1.820	1.900	2.360	2.468
09	1.400	1.643	1.785	1.996	2.030
10	1.254	1.522	1.648	1.854	1.907
11	1.379	1.449	1.596	1.767	1.838
12	1.269	1.349	1.493	1.661	1.764
13	1.168	1.262	1.402	1.589	1.706
14	1.095	1.260	1.374	1.540	1.653
15	1.030	1.190	1.302	1.451	1.592
16	0.973	1.122	1.301	1.422	1.536
17	1.003	1.129	1.241	1.362	1.487
18	0.955	1.076	1.220	1.355	1.441
19	0.910	1.028	1.170	1.320	1.399
20	0.870	1.030	1.123	1.299	1.368
21	0.833	0.989	1.109	1.268	1.338
22	0.821	0.951	1.095	1.239	1.299
24	0.760	0.936	1.022	1.176	1.206
26	0.784	0.905	0.991	1.121	1.158
28	0.735	0.851	0.935	1.035	1.115
30	0.727	0.817	0.903	0.961	1.044

1.1.4 円すいころ軸受のすきま換算と補正

円すいころ軸受は通常 2 個の軸受を対向させて、組合せ軸受で使用するため、組立時に軸方向すきまを調整する必要がある。この時、すきまの選定は他形式の軸受同様ラジアル内部すきま基準で選定されるが、円すいころ軸受はアキシャル方向すきまが規格となっているためラジアル内部すきまとアキシャル内部すきまを換算する必要がある。

1) ラジアル内部すきまとアキシャル内部すきま

円すいころ軸受は線接触であるため、すきま換算は接触角の影響だけである。

$$\Delta_a = \Delta_r \cot \alpha \quad (\text{図 1.12 参照})$$

近似式としては

$$\Delta_a = \frac{1.5}{e} \Delta_r$$

ここで、 Δ_r : ラジアル内部すきま (mm)
 Δ_a : アキシャル内部すきま (mm)
 α : 接触角 (°)
 e : 総合力カタログ寸法表に記載の係数

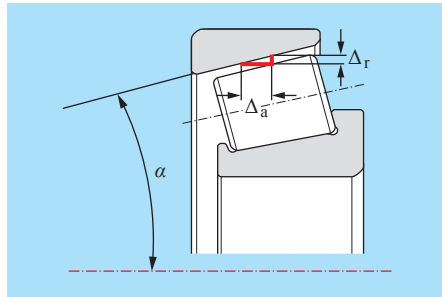


図 1.12 円すいころ軸受

2) すきまの温度補正

組付けられた 2 個の軸受間隔が長い場合には、通常の径方向のすきま変化だけでなく軸方向の熱膨張変化を考慮する必要がある。温度上昇による径方向のすきま変化 δ_r と軸、ハウジングの熱膨張差を考慮した軸方向すきまの補正量 δ_a は以下に求める。

$$\delta_{a1} = \frac{\delta_r}{2} (\cot \alpha_1 + \cot \alpha_2)$$

δ_{a1} : δ_r の軸方向すきまへの径方向の換算値 (mm)
 δ_r : 内外輪の温度差による径方向のすきま変化量 (mm)
 α_1, α_2 : 各軸受の接触角 (°)

$$\cot \alpha = \frac{1.5}{e}$$

$$\delta_{a2} = L |a_1 T_1 - a_2 T_2|$$

δ_{a2} : 軸とハウジングの温度差による軸方向補正量 (mm)
 L : 軸受間距離 (mm)
 a_1, a_2 : 軸、ハウジングの線膨張係数 (K^{-1})
 T_1, T_2 : 軸、ハウジングの温度上昇 (°C)

径方向と軸方向の影響を考慮した全体の軸方向補正量 δ_a は

$$\delta_a = \delta_{a1} \pm \delta_{a2}$$

上式の記号は、+ : 正面組合せ
 - : 背面組合せ

【計算例】接触角、アキシャル内部すきま、角振れ

(1-1) 深溝玉軸受 6205 において、ラジアル内部すきまが 0.015 mm の時の接触角、アキシャル内部すきま、角振れを求める。

①表 1.1 より読み取ると、 $S = 0.318$ のため、接触角 α_0 は

$$\alpha_0 = \cos^{-1} \left(\frac{0.318 - \frac{0.015}{2}}{0.318} \right) = 12.5^\circ$$

②アキシャル内部すきまは式 (1.4) より

$$\Delta_a = 0.015 \cot \frac{12.5^\circ}{2} = 0.137 \text{ mm}$$

表 1.2 で求めると $K_S = 1.127$ となり

$$\Delta_a = 1.171 \sqrt{0.015} = 0.138 \text{ mm}$$

③角振れは表 1.3 より $K_0 = 3.001$ となり

$$\theta = \tan^{-1} (3.001 \times 10^{-2} \sqrt{0.015}) = 0.21^\circ$$

(1-2) アンギュラ玉軸受 7210DF においてラジアル内部すきまが 0.040 mm の時のアキシャル内部すきまを求める。

図 1.9 より $\Delta_a = 0.083$ mm

(1-3) 円すいころ軸受 30305D が普通すきま、正面組合せで使用されている時のラジアル内部すきまを求める。また、幅 70 mm の間座を取り付けて、軸とハウジングの温度差が 7 °C、内外輪の温度差による径方向のすきま変化が $\delta_r = 0.005$ mm である時のすきま補正を行う。間座の線膨張係数は 12.5×10^{-6} とする。

30305D の普通すきま規格より $\Delta_a = 0.03 \sim 0.05$ mm、係数 $e = 0.83$

①ラジアル内部すきまへの換算は

$$\Delta_r = \frac{0.83}{1.5} \times (0.03 \sim 0.05) = 0.017 \sim 0.028$$

②すきま補正

$$\delta_{a1} = \frac{0.83}{1.5} \times 0.005 = 0.0028$$

$$\delta_{a2} = 70 \times 12.5 \times 10^{-6} \times 7 = 0.006$$

軸方向のすきま補正量は

$$\delta_a = \delta_{a1} + \delta_{a2} = 0.009$$

従って補正後のアキシャル内部すきまは

$$\Delta_a' = (0.03 \sim 0.05) - 0.009 = 0.021 \sim 0.041 \text{ mm}$$

1.1.5 アクシアル荷重による接触角の変化

ラジアル玉軸受にアクシアル荷重が負荷されると玉および軌道面の弾性変形により接触角が変化する。この接触角の変化量を求めることは軸受の転動体荷重や応力等の内部荷重を計算する上で非常に重要である。また、使用後の軸受を観察する際にも転走跡の妥当性について検討することができる。

初期接触角 α_0 となる玉軸受の内輪にアクシアル荷重 F_a が負荷された状態を考える。図 1.13 は外輪を固定し、内輪が軸方向に変形した時の接触角の変化を表している。(実線:荷重負荷前, 破線:荷重負荷後) 各記号は

- O_e : 外輪溝中心
- O_i : 初期の内輪溝中心
- O_i' : 変位後の内輪溝中心
- r_i : 内輪溝半径
- r_e : 外輪溝半径
- D_w : 玉径
- α_0 : 初期接触角
- α : 変化後の接触角
- δ_a : アクシアル変位

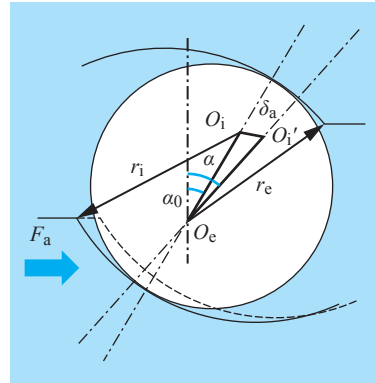


図 1.13 アクシアル荷重による接触角の変化

内輪溝中心と外輪溝中心の距離 $O_iO_e = S$ とすると

$$O_iO_e = S = r_i + r_e - D_w = D_w (f_i + f_e - 1) \dots (1.5)$$

の関係が成り立つ。

ここで、 f_i : 玉径に対する内輪溝半径比
 f_e : 玉径に対する外輪溝半径比

図 1.13 の溝中心位置だけを取り出して図 1.14 に示す。点 O_i から直線 O_eO_i と直線 O_eO_i' の中線に垂線を下ろし、直線 O_eO_i' との交点を B 点とすると

$$O_eO_i = O_eB = S \dots (1.6)$$

従って、 O_eO_i' は

$$O_eO_i' = O_eB + BO_i' \dots (1.7)$$

$BO_i' = \delta_n$ とすると δ_n は接触角方向の弾性変形量である。上記と式 (1.6) を式 (1.7) に代入すると

$$O_eO_i' = S + \delta_n$$

線分 AO_e を α_0 , α で表すと

$$AO_e = S \cos \alpha_0 = (S + \delta_n) \cos \alpha$$

$$\therefore \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} = 1 + \frac{\delta_n}{S} \dots (1.8)$$

変形量 δ_n は内輪接点での変形量 δ_i と外輪接点での変形量 δ_e の合計であるため

$$\delta_n = \delta_i + \delta_e \dots (1.9)$$

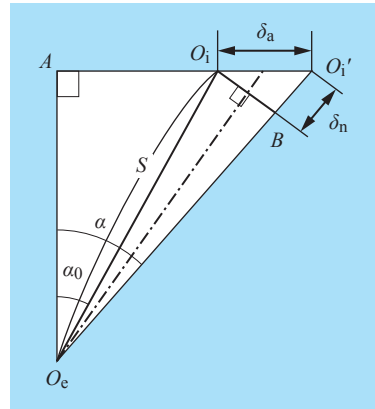


図 1.14 溝中心図

[3.3 項 接触応力と弾性変形] より

$$\delta = 0.279 \times 10^{-3} \frac{2K}{\pi\mu} \sqrt[3]{Q^2 \sum \rho} \dots (3.52)$$

- $2K/\pi\mu$: 接触状態によって決まる係数
- $\sum \rho$: 曲率総和 (mm^{-1})
- Q : 転動体荷重 (N)

ここで曲率総和は Lundberg-Palmgren が行ったように $1/\rho_{2I} \doteq 0$ の近似をする

$$\sum \rho = \frac{1}{\rho_{1I}} + \frac{1}{\rho_{1II}} + \frac{1}{\rho_{2I}} + \frac{1}{\rho_{2II}} = \frac{1}{D_w} \left(4 - \frac{1}{f_m} \right) \dots (3.47)$$

f_m : 玉径に対する内外輪平均溝半径比

式 (1.9), 式 (3.52), 式 (3.47) より

$$\delta_n = \delta_i + \delta_e = 2 \times 0.279 \times 10^{-3} \frac{2K}{\pi\mu} \frac{1}{D_w^{1/3}} \left(4 - \frac{1}{f_m} \right)^{1/3} \sqrt[3]{Q^2} \dots (1.10)$$

$$\therefore \delta_n = C \frac{Q^{2/3}}{D_w^{1/3}} \dots (1.11)$$

ここで、 $C = 2 \times 0.279 \times 10^{-3} \frac{2K}{\pi\mu} \left(4 - \frac{1}{f_m} \right)^{1/3}$

アクシアル荷重のみが負荷された場合の転動体荷重は

$$Q = \frac{F_a}{Z \sin \alpha} \dots (1.12)$$

- F_a : アクシアル荷重 (N)
- Z : 玉個数
- α : 変化後の接触角 ($^\circ$)

式 (1.5), 式 (1.11), 式 (1.12) を式 (1.8) に代入すると

$$\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} = 1 + \frac{C}{D_w (f_i + f_e - 1)} \frac{1}{D_w^{1/3}} \left(\frac{F_a}{Z \sin \alpha} \right)^{2/3}$$

従って、玉軸受におけるアクシアル荷重と接触角の関係式は次式になる。

$$\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} = 1 + K \left(\frac{F_a}{D_w^2 Z \cos \alpha} \right)^{2/3} \dots (1.13)$$

ここで、 α_0 : 初期接触角 ($^\circ$) α : 変化後の接触角 ($^\circ$)

- K : 軸受の設計で決まる定数 $K = 0.01254$
 (JIS B 1518-1992 解説参照)

$$K = \frac{C}{f_i + f_e - 1}$$

基本静定格荷重計算式より

$$C_{0r} = f_0 i Z D_w^2 \cos \alpha_0$$

C_{0r} : 基本静定格荷重 f_0 : 軸受の形状により定まる係数

i : 列数

単列軸受にアキシャル荷重が負荷されるとし、上式を整理すると

$$\frac{f_0 F_a}{C_{0r}} = \frac{F_a}{Z D_w^2 \cos \alpha_0} \dots \dots \dots (1.14)$$

式(1.14)を式(1.13)に代入し、整理する。

$$\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} = 1 + K \left(\frac{f_0 F_a}{C_{0r}} \cos \alpha_0 \right)^{2/3} \left(\frac{1}{\sin \alpha} \right)^{2/3} \dots \dots \dots (1.15)$$

軸受形式が同一であれば f_0 はほぼ一定の範囲内にあるため、 f_0 を一定値として初期接触角毎に静定格荷重比 F_a / C_{0r} から変化後の接触角 (α) の概略値を求めることができる。図 1.15 に深溝玉軸受の初期接触角 $\alpha_0 = 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ$ での F_a / C_{0r} と α の関係を示す。図 1.16 はアンギュラ玉軸受の線図である。一般的に接触角 30° 品、 40° 品は接触角の変化が少ないため線図での補正を行わず、変化後の接触角は平均接触角として下式を用いて補正することが多い。

$$\cos \alpha = 0.9724 \cos \alpha_0$$

$$\alpha_0 = 30^\circ \text{ 品} \quad \alpha = 32.6^\circ$$

$$\alpha_0 = 40^\circ \text{ 品} \quad \alpha = 41.8^\circ$$

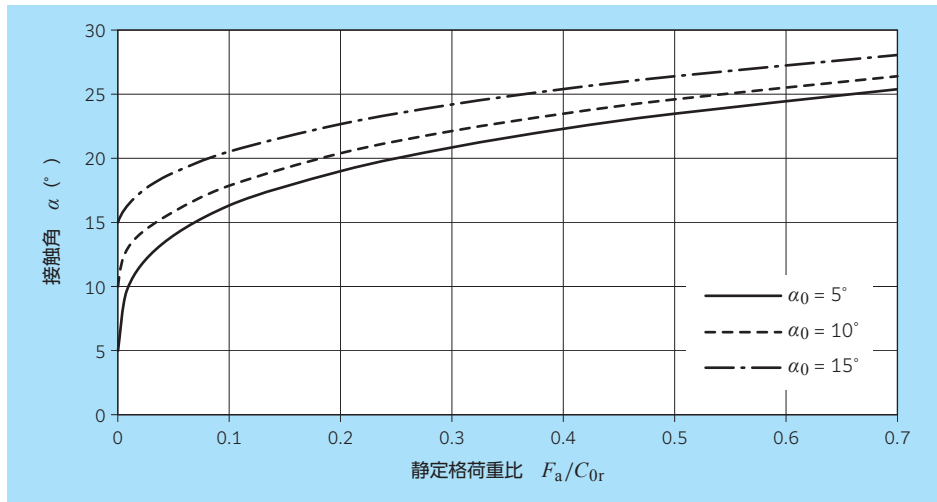


図 1.15 アキシャル荷重による接触角の変化：深溝玉軸受

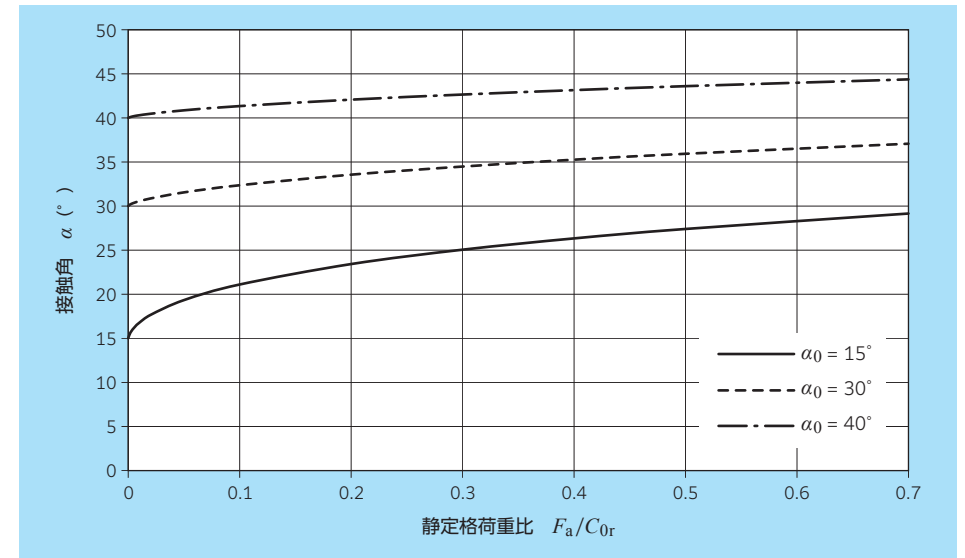


図 1.16 アキシャル荷重による接触角の変化：アンギュラ玉軸受

本図より求める場合は概略値となるため、詳細計算が必要な場合は **NTN** にご照会ください。

【計算例】接触角の変化

(1-4) 深溝玉軸受 6212 にアキシャル荷重が $F_a = 10.8 \text{ kN}$ (C_{0r} の 30%) 負荷された場合の接触角を求める。すきまは普通すきま (0.008 ~ 0.028) の中央値とすると、表 1.1 より $S = 0.476$ となるため

$$\alpha_0 = \cos^{-1} \left(\frac{0.476 - \frac{0.018}{2}}{0.476} \right) \doteq 11.2^\circ$$

$F_a / C_{0r} = 0.3$, $\alpha_0 = 11.2$ から、図 1.15 より $\alpha \doteq 23^\circ$ となる。

(1-5) アンギュラ玉軸受 7020UC にアキシャル荷重が $F_a = 16.2 \text{ kN}$ (C_{0r} の 20%) 負荷された場合の接触角を求める。

$F_a / C_{0r} = 0.2$ のため 図 1.16 より $\alpha \doteq 23^\circ$ となる。

1.2 軸受の運動

転がり軸受では2つの軌道輪（内輪と外輪）の間を転動体（玉またはころ）が転がり運動を行う。内輪または外輪が回転をする時、転動体の公転速度および自転速度は幾何学的に求めることができる。ここでは、転動体は滑りを伴わずに回転するとして計算する。また、公転によって転動体にかかる遠心力やころの軌跡についても求める。

1.2.1 転動体の公転速度と自転速度

軸受は内輪（軸）を回転させて使用する場合と、外輪（ハウジング）を回転させる場合がある。ここでは、それぞれの場合での計算式を算出する。

1) 内輪回転

外輪を固定し、内輪が角速度 ω_i (rad/s) で回転する時の軸受内部の位置関係を図 1.17 に示す。図中の記号は以下である。

- ω_c : 転動体の公転角速度 (rad/s)
- δ_i : 転動体自転角速度 (rad/s)
- R_i, R_e : 内輪, 外輪の軌道面半径 (mm)
- D_w : 転動体径 (mm)
- D_{pw} : 転動体ピッチ径 (mm)

内輪が ω_i 回転した時、内輪と転動体の転動距離（青線部）および外輪と転動体の転動距離（赤線部）は同一となる。また、内輪転走部と外輪転走部の転走距離も同一であるため以下の関係が求まる。

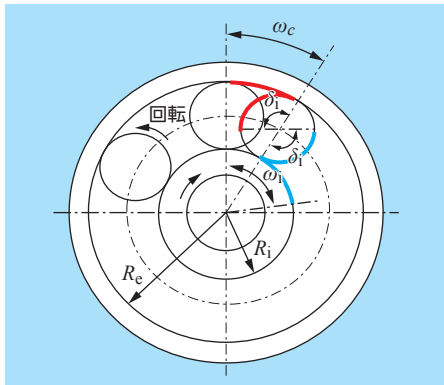


図 1.17 内輪回転の場合

$$\frac{D_w}{2} \delta_i = R_i (\omega_i - \omega_c) \dots\dots\dots (1.16)$$

$$\frac{D_w}{2} \delta_i = R_e \omega_c \dots\dots\dots (1.17)$$

式 (1.16), 式 (1.17) より

$$\omega_c = \frac{R_i}{R_i + R_e} \omega_i \quad \delta_i = \frac{2R_e}{D_w} \omega_c$$

ここで、 $R_i + R_e = D_{pw}$

$$R_i = \frac{1}{2} (D_{pw} - D_w \cos \alpha) \quad \alpha: \text{接触角 } (^\circ)$$

従って、

$$\omega_c = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{D_w \cos \alpha}{D_{pw}} \right) \omega_i \quad \delta_i = \frac{1}{2} \left(\frac{D_{pw}}{D_w} - \frac{D_w}{D_{pw}} \cos^2 \alpha \right) \omega_i$$

角速度を回転速度に置き換える

$$n_{ci} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{D_w \cos \alpha}{D_{pw}} \right) n_i \quad n_{Ri} = \frac{1}{2} \left(\frac{D_{pw}}{D_w} - \frac{D_w}{D_{pw}} \cos^2 \alpha \right) n_i$$

ここで、 n_i : 内輪回転速度 (min⁻¹)
 n_{ci} : 転動体公転速度 (min⁻¹) n_{Ri} : 転動体自転速度 (min⁻¹)

2) 外輪回転

内輪固定で、外輪が角速度 θ_e で回転した時の位置関係を図 1.18 に示す。

図 1.17 と異なる図中の記号は

- θ_c : 転動体公転角速度
- δ_e : 転動体自転角速度
- 外輪, 内輪の転走距離は

$$\frac{D_w}{2} \delta_e = R_e (\theta_e - \theta_c) \dots\dots\dots (1.18)$$

$$\frac{D_w}{2} \delta_e = R_i \theta_c \dots\dots\dots (1.19)$$

内輪回転の場合と同様に整理すると

$$n_{ce} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{D_w \cos \alpha}{D_{pw}} \right) n_e$$

$$n_{Re} = \frac{1}{2} \left(\frac{D_{pw}}{D_w} - \frac{D_w}{D_{pw}} \cos^2 \alpha \right) n_e$$

ここで、 n_e : 外輪回転速度 (min⁻¹)
 n_{ce} : 転動体公転速度 (min⁻¹) n_{Re} : 転動体自転速度 (min⁻¹)

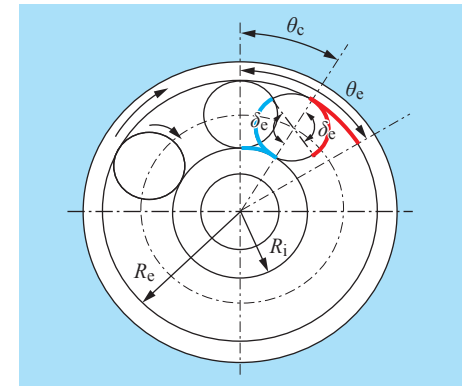


図 1.18 外輪回転の場合

3) 内外輪回転

内外輪回転の場合は 1) と 2) の合計になる。

転動体公転速度 n_c は

$$n_c = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{D_w \cos \alpha}{D_{pw}} \right) n_e + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{D_w \cos \alpha}{D_{pw}} \right) n_i \dots\dots\dots (1.20)$$

転動体の自転方向は内輪回転と外輪回転では逆になるため、回転方向を正とすれば転動体自転速度は

$$n_R = \frac{1}{2} \left(\frac{D_{pw}}{D_w} - \frac{D_w}{D_{pw}} \cos^2 \alpha \right) (n_e - n_i) \dots\dots\dots (1.21)$$

ここで、 n_c : 転動体公転速度 (min⁻¹) n_R : 転動体自転速度 (min⁻¹)
 上記計算に用いる D_w/D_{pw} は概略値として下式を使用する。

$$\begin{aligned} \frac{D_w}{D_{pw}} &= 0.6 \frac{D-d}{D+d} \quad (\text{玉軸受}) \\ &= 0.5 \frac{D-d}{D+d} \quad (\text{ころ軸受}) \end{aligned} \dots\dots\dots (1.22)$$

ここで、 d : 軸受内径 (mm) D : 軸受外径 (mm)

1.2.2 転動体の遠心力

転動体は軸受の中心周りに回転運動（公転）を行うため、転動体には遠心力が作用する。通常の場合、この遠心力は小さいため無視することができるが、高速になると寿命その他に対して影響を与える場合がある。遠心力はラジアル軸受よりもスラスト軸受の方が影響を受け易い。玉軸受ところ軸受の遠心力は次式によって計算することができる。

$$\text{遠心力基本式: } F_c = m r \omega^2 \dots\dots\dots (1.23)$$

m : 質量 r : 回転半径 ω : 角速度

$$m = \frac{\rho \pi D_w^3}{6} \quad (\text{玉軸受}) \dots\dots\dots (1.24)$$

$$= \frac{\rho \pi D_w^2 L_w}{4} \quad (\text{ころ軸受})$$

D_w : 転動体径 (mm) L_w : ころ長さ (mm)
 ρ : 転動体密度 (= 7.86×10^{-6} kg/mm³)

$$r = \frac{1}{2} D_{pw} \quad \omega = \frac{2\pi}{60} n_c \dots\dots\dots (1.25)$$

D_{pw} : 転動体ピッチ径 (mm) n_c : 転動体公転速度 (min⁻¹)

式(1.23)、式(1.24)、式(1.25)より転動体1個当たりの遠心力 F_c は以下に整理できる。

$$\text{玉軸受: } F_c = \frac{\rho \pi D_w^3}{6} \times \frac{D_{pw}}{2} \times \left(\frac{2\pi}{60} n_c \right)^2 \times \frac{1}{1000} \quad (\text{N})$$

$$= 5.64 \times 10^{-12} D_w^3 D_{pw} \left(1 \mp \frac{D_w \cos \alpha}{D_{pw}} \right)^2 n^2$$

$$= K_B n^2$$

$$\text{ころ軸受: } F_c = 8.46 \times 10^{-12} D_w^2 L_w D_{pw} \left(1 \mp \frac{D_w \cos \alpha}{D_{pw}} \right)^2 n^2 \quad (\text{N})$$

$$= K_R n^2$$

記号上段は内輪回転、下段は外輪回転である。回転速度は、それぞれに内輪回転速度、外輪回転速度を用いる。表1.5に内輪回転での遠心力を求めるための係数 K_B と K_R を示す。外輪回転で使用される場合はNTNにご照会ください。

【計算例】転動体の公転速度、自転速度、遠心力

(1-6) 深溝玉軸受 6010 が $n = 3000 \text{ min}^{-1}$ で回転している時の転動体公転速度および自転速度を求める。

6010 の計算諸元 $d = 50 \text{ mm}$, $D = 80 \text{ mm}$, $\alpha = 0^\circ$ より、

$$\frac{D_w}{D_{pw}} = 0.6 \frac{(80 - 50)}{(80 + 50)} = 0.13846$$

$$n_{ci} = \frac{1}{2} (1 - 0.13846 \times \cos 0) \times 3000$$

$$= 0.431 \times 3000 = 1293$$

$$n_{Ri} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{0.13846} - 0.13846 \times \cos^2 0 \right) \times 3000$$

$$= 3.542 \times 3000 = 10626 \quad (\text{min}^{-1})$$

但し、自転の回転方向は内輪の回転方向と逆回転である。

代表的な深溝玉軸受の内輪回転速度に対する転動体公転速度比、転動体自転速度比の計算事例を表1.4に示す。

表 1.4 深溝玉軸受 速度比

軸受内径 番号	公転速度比				自転速度比			
	69系列	60系列	62系列	63系列	69系列	60系列	62系列	63系列
05	0.423	0.408	0.395	0.372	-3.208	-2.636	-2.271	-1.832
10	0.446	0.431	0.414	0.388	-4.567	-3.542	-2.831	-2.110
20	0.450	0.440	0.414	0.390	-4.950	-4.107	-2.831	-2.173

自転速度は回転方向がマイナス方向

(1-7) 深溝玉軸受 6206 が $n = 12\,000 \text{ min}^{-1}$ で回転している時の遠心力を求める。

表 1.5 より係数 K_B は 14.3×10^{-8} となるため、転動体 1 個当たりの遠心力は
 $F_c = 14.3 \times 10^{-8} \times 12\,000^2 = 20.6 \text{ (N)}$

表 1.5 遠心力を求める係数 K_B , K_R (内輪回転) ($\times 10^{-8}$)

内径番号	深溝玉軸受		アンギュラ玉軸受		円筒ころ軸受	
	60系列	62系列	79UC系列	70UC系列	NU2E系列	NU3E系列
00	0.58	0.74	0.19	0.60	—	—
01	0.74	1.19	0.22	0.75	—	—
02	0.91	2.01	0.52	0.93	—	—
03	1.56	3.35	0.59	1.58	—	—
04	2.90	5.77	1.22	2.95	1.26	1.88
05	3.53	6.98	1.52	3.58	1.50	2.88
06	6.15	14.3	1.82	6.23	2.57	4.15
07	9.57	25.9	4.85	9.70	3.72	5.63
08	11.0	36.7	5.70	11.2	5.07	8.62
09	16.4	48.6	8.95	16.6	5.58	11.1
10	18.2	54.1	9.87	18.5	6.09	14.1
11	33.0	84.8	11.2	33.4	8.04	19.3
12	36.0	130	12.2	36.5	11.9	23.5
13	39.1	162	13.2	39.5	14.9	30.8
14	64.5	197	25.9	65.2	15.9	36.4
15	69.1	214	27.8	69.9	16.9	46.3
16	107	293	29.8	108	20.6	53.4
17	113	359	51.8	115	27.6	61.8
18	167	523	54.8	170	32.7	75.3
19	177	678	57.9	179	42.0	80.6
20	186	867	93.4	189	48.7	110
22	363	1356	103	367	64.6	140
24	397	1742	163	401	82.1	188
26	626	2204	246	632	101	226
28	674	2467	265	681	112	269
30	902	2731	444	910	138	331

1.2.3 ころ端面の軌跡

円筒ころ軸受や円すいころ軸受のようなころ軸受ではつば面ところ端面の間に異物が入り込むと接触面にスジ状の当たりが見られる事がある。この当たりの形状はころが軌道輪を転がる時のトロコイド曲線になる。ここでは、ころ外径部の軌跡であるサイクロイド曲線について検討する。

≪トロコイド曲線≫

円をある曲線に沿って滑らないように転がした時、その円の内部または外部の定点が描く軌跡である。

≪サイクロイド曲線≫

円をある曲線に沿って滑らないように転がした時、その円上の定点が描く軌跡である。従って、サイクロイド曲線はトロコイド曲線の特典条件である。

(1) エピサイクロイド曲線

図 1.19 はころ外径上の定点 $P(x, y)$ が内輪を滑らずに転がった時の軌跡を示したものである。このように内輪に外接しながら転がる場合の軌跡を外サイクロイド曲線またはエピサイクロイド曲線という。

【記号】

- A : 初期のころと内輪の接点
- B : 任意の角度位置でのころと内輪の接点
- ϕ : ころ自転角
- R_r : ころ半径
- A_1 : ころ 1 回転後のころと内輪の接点
- θ : 任意の公転角度
- η : ころ自転角と軸受中心線のなす角度
- R_i : 内輪軌道面半径

図 1.19 より、定点 P の座標は

$$x = (R_r + R_i) \cos\theta + R_i \cos\eta \dots\dots\dots (1.26)$$

$$y = (R_r + R_i) \sin\theta - R_i \sin\eta \dots\dots\dots (1.27)$$

また、 $BP = BA$ のため

$$R_r\phi = R_i\theta \quad \therefore \phi = \frac{R_i}{R_r}\theta \dots\dots\dots (1.28)$$

三角形の内角の和から

$$\eta = \pi - (\theta + \phi) \dots\dots\dots (1.29)$$

式 (1.28)、式 (1.29) を式 (1.26)、式 (1.27) に代入し整理するとエピサイクロイド曲線の方程式ができる。

$$x = (R_r + R_i) \cos\theta - R_r \cos\left(\frac{R_r + R_i}{R_r}\theta\right) \dots\dots\dots (1.30)$$

$$y = (R_r + R_i) \sin\theta - R_r \sin\left(\frac{R_r + R_i}{R_r}\theta\right) \dots\dots\dots (1.31)$$

(2) トロコイド曲線

前項と同様に、ころの中心より r_m の距離にある定点 P の軌跡は下式で表され、これがトロコイド曲線になる。

$$x = (R_r \pm r) \cos\theta - r_m \cos\left(\frac{R_r \pm r}{R_r} \theta\right)$$

$$y = (R_r \pm r) \sin\theta - r_m \sin\left(\frac{R_r \pm r}{R_r} \theta\right)$$

ここで、

- ・外トロコイド（内輪外径を転動）は符号上段、 r は内輪軌道面半径
- ・内トロコイド（外輪内径を転動）は符号下段、 r は外輪軌道面半径

また、 $r_m = R_r$ とすれば、式 (1.29)、式 (1.30) のサイクロイド曲線の式になる。

【計算例】ころ端面の軌跡

(1-8) 下記寸法の円すいころ軸受での内輪つば面のエピサイクロイド曲線を求める。

- 内輪軌道面大径 73.6 mm
- ころ大径 15.754 mm
- 内輪外径 81.5 mm

任意の定点 $P(x, y)$ の座標式を求める。

$$x = \left(\frac{15.754 + 73.6}{2}\right) \cos\theta - \frac{15.754}{2} \cos\left(\frac{15.754 + 73.6}{15.754} \theta\right)$$

$$y = \left(\frac{15.754 + 73.6}{2}\right) \sin\theta - \frac{15.754}{2} \sin\left(\frac{15.754 + 73.6}{15.754} \theta\right)$$

回転方向を横軸、つばの径方向を縦軸にグラフ化すると

回転方向: y , 径方向: $x - 73.6/2$ となり、内輪つば部での P 点の軌跡を図 1.20 に示す。表 1.6 は P 点の座標とつば高さ比を計算したものである。ころが約 12° 公転するとつばの上端部に到達する

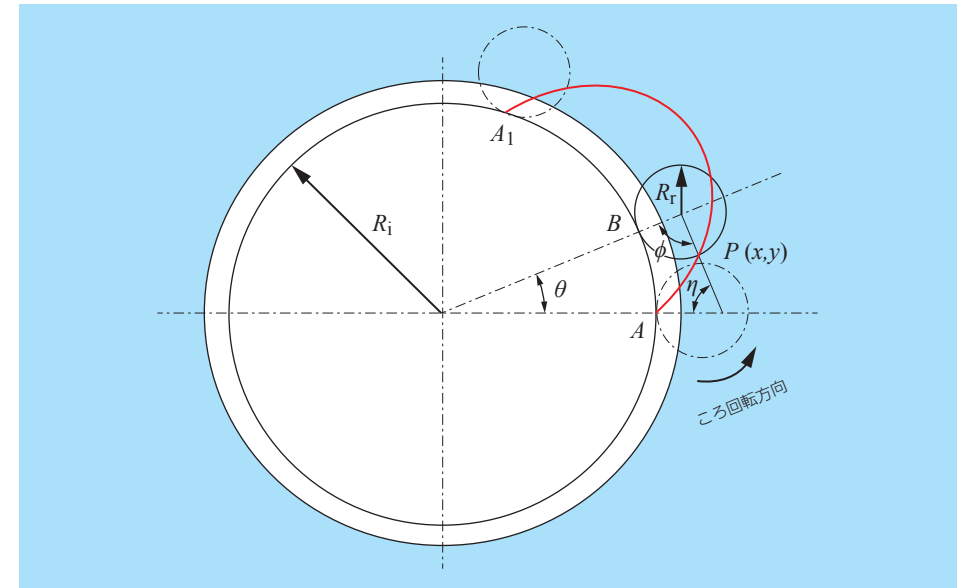


図 1.19 エピサイクロイド曲線の軌跡

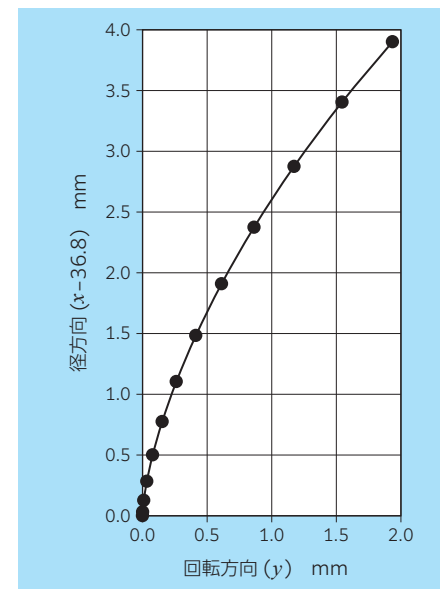


図 1.20 例題 内輪つば部の軌跡

表 1.6 P 点の座標とつば高さ比

θ°	x (mm)	y (mm)	つば高さ比
0	36.800	0.000	0.000
2	36.927	0.010	0.032
4	37.301	0.078	0.127
6	37.904	0.262	0.280
8	38.709	0.612	0.484
10	39.676	1.173	0.732
12	40.758	1.982	1.014