

転がり軸受 理論・実践ガイドブック

$$\frac{\sigma_R}{\sigma} = \frac{3}{2^{3/4}} \left(\frac{1}{K}\right)^{2/3} D_w^{1/2}$$



NTN®

NTN「転がり軸受 理論・実践ガイドブック」発行にあたって

転がり軸受は重要な機械要素として、各種機械・装置に使用されており、その要求性能は長寿命化、小形・軽量化、高速化、特殊環境への対応などますます高度化・多様化しています。特に、最近では軸受を含めた周辺技術や軸受の性能を高める適用技術が求められています。**NTN** ではこのようなニーズに対応するため、開発・改良を進め機械全体の性能向上に役立つよう努めております。

一方、転がり軸受の歴史は古く、紀元前には既に車輪が発明されている他、ころとそりを用いた重量物の運搬が行われています。それから現在まで、たゆまぬ技術開発が進められてきた結果として、現在の転がり軸受の基礎理論が確立されました。

転がり軸受は部品点数の少ない、ある意味単純な構造の機械要素であり、それゆえに基礎理論が重要な意味を持ちます。しかし転がり軸受の基礎理論は材料強度学やトライボロジーに関連するものが多く、難解な内容も少なくありません。

そこで今般、**NTN** は、転がり軸受の基礎理論について学ぶ技術者や学生の方々ために、本書「転がり軸受 理論・実践ガイドブック」を制作しました。

本書では、軸受の運動、内部すきま・予圧、荷重分布、寿命、摩擦、振動等についての各種理論や計算方法を、できるだけわかりやすく解説しています。また、読者の方が簡易的な計算を行えるよう、計算に必要な係数値も多く掲載しました。更に、CAE を活用した最新の計算事例も紹介しています。

多くの方が、本書をもとに転がり軸受の基礎理論を学び、その知識を転がり軸受の選定や設計に役立てて頂けることを願ってやみません。

なお、「**NTN** 転がり軸受 総合カタログ (CAT.No.2203/J)」にも技術解説を掲載していますので、合わせてご活用ください。

The logo for NTN, consisting of the letters 'NTN' in a bold, blue, sans-serif font.

転がり軸受 理論・実践ガイドブック

本書をご利用になる前に、本書末尾に記載する「免責事項」を必ずご確認ください。
本書をご利用のお客様には、当該「免責事項」の内容をご承諾頂いた上で本書をご利用されたものと見なしますので、予めご了承ください。

1. 軸受の形状と運動	4 ~ 25	3.3 接触応力と弾性変形	59 ~ 76	5.2.6 揺動寿命	152	6.2.2 摩擦トルクの一般式	220
1.1 軸受すきま	4 ~ 17	3.3.1 2物体の接触	59	5.2.7 高速回転での寿命	155	6.2.3 起動トルク計算式	222
1.1.1 すきまと接触角	4	3.3.2 接触応力と弾性変形	60	5.3 動等価荷重	160 ~ 172	6.2.4 回転トルク	225
1.1.2 ラジアル内部すきまとアキシャル内部すきま	6	3.3.3 応力, 接触だ円の簡易計算	64	5.3.1 動等価ラジアル荷重	160	7. 軸受の振動	230 ~ 252
1.1.3 ラジアル玉軸受の角振れ	10	3.4 玉軸受の許容アキシャル荷重	77 ~ 81	5.3.2 動等価アキシャル荷重	161	7.1 強制振動	230 ~ 234
1.1.4 円すいころ軸受のすきま換算と補正	12	3.5 最大せん断応力	82 ~ 87	5.3.3 X, Y 係数の算出 (理論)	163	7.1.1 回転による振動	230
1.1.5 アキシャル荷重による接触角の変化	14	3.5.1 動的最大せん断応力: τ_0	83	5.3.4 接触角がある軸受の等価荷重	166	7.1.2 構造による振動	231
1.2 軸受の運動	18 ~ 25	3.5.2 静的最大せん断応力: τ_{max}	85	5.3.5 4点接触玉軸受の等価荷重	168	7.1.3 軌道面の損傷による振動	232
1.2.1 転動体の公転速度と自転速度	18	3.6 軸受の永久変形量	88 ~ 94	5.4 基本静定格荷重および静等価荷重	173 ~ 182	7.1.4 形状による振動: 軌道面および転動面の形状	233
1.2.2 転動体の遠心力	20	3.6.1 点接触	88	5.4.1 基本静定格荷重	173	7.2 軸受の固有振動	235 ~ 243
1.2.3 ころ端面の軌跡	23	3.6.2 線接触	89	5.4.2 基本静定格荷重式の誘導	176	7.2.1 たわみ振動	235
2. はめあいと運転すきま	26 ~ 42	3.6.3 ころ一点接触	89	5.4.3 静等価荷重	179	7.2.2 軸受固有振動	238
2.1 はめあい	26 ~ 36	4. 荷重・予圧と変位	95 ~ 123	5.4.4 X_0, Y_0 係数の算出	180	7.3 振動波形の実効値	244 ~ 252
2.1.1 はめあいと損傷	26	4.1 軸受到作用する荷重	95 ~ 109	5.5 潤滑と寿命: EHL 理論	183 ~ 197	7.3.1 実効値とは	244
2.1.2 しめしろの減少	28	4.1.1 軸のたわみ計算	95	5.5.1 油膜厚さの計算	183	7.3.2 交流波形と実効値	244
2.1.3 はめあい面の面圧と応力	29	4.1.2 歯車の計算	98	5.5.2 油膜パラメータと寿命	191	7.3.3 波形の大きさと実効値	245
2.1.4 分布の平均値と標準偏差	34	4.2 荷重と変位	110 ~ 117	5.5.3 高速回転時の油膜補正	192	8. CAE の活用	253 ~ 264
2.2 運転すきま	37 ~ 42	4.2.1 アキシャル荷重と軸方向変位量	110	5.5.4 潤滑油不足の場合での油膜補正	192	8.1 周囲変形を考慮した転動体荷重分布計算	253 ~ 255
2.2.1 はめあいによるすきまの減少	38	4.2.2 ラジアル荷重と径方向変位量	115	5.6 ワイブル分布と軸受寿命	198 ~ 205	8.1.1 軸たわみおよび軸受剛性を考慮した軸受内荷重分布計算	253
2.2.2 残留すきま: Δ_f	40	4.3 組合せ軸受の予圧	118 ~ 123	5.6.1 寿命線図 (ワイブル線図)	198	8.1.2 外輪, ハウジングの変形を考慮した計算	254
2.2.3 温度差によるすきまの減少: δ_t	40	4.3.1 予圧線図	118	5.6.2 メディアンランクと信頼幅	201	8.2 軸受温度計算	256 ~ 259
2.2.4 有効すきま	41	4.3.2 はめあいによる接触角および平面差の変化	122	5.6.3 途中打ち切りデータの取扱い	204	8.2.1 発熱の考慮	256
3. 軸受内部の荷重	43 ~ 94	4.3.3 ナット締付けトルクと軸力	122	5.6.4 途中打ち切りデータの取扱い	204	8.2.2 放熱の考慮	256
3.1 軸受内の荷重分布	43 ~ 56	5. 定格荷重と寿命	124 ~ 205	6. 軸受の内部滑りと摩擦トルク	206 ~ 229	8.2.3 軸受内部の温度分布	258
3.1.1 複合荷重	43	5.1 基本動定格荷重	124 ~ 134	6.1 軸受各部の滑り	206 ~ 216	8.3 保持器, シールの計算	260 ~ 262
3.1.2 ラジアル荷重 (すきまの場合)	48	5.1.1 基本動定格荷重	124	6.1.1 差動滑り	206	8.3.1 保持器の遠心力による拡径	260
3.1.3 中心アキシャル荷重	50	5.1.2 基本動定格荷重式の誘導	126	6.1.2 スピン滑り	208	8.3.2 保持器の動的な応力解析	261
3.1.4 偏心アキシャル荷重	52	5.2 基本定格寿命	135 ~ 159	6.1.3 ジャイロ滑り	212	8.3.3 シール接触面圧解析	262
3.2 ミスアライメントと最大転動体荷重	57 ~ 58	5.2.1 軸受寿命計算	135	6.1.4 つば滑り	213	8.4 潤滑剤挙動計算	263 ~ 264
		5.2.2 信頼度係数	141	6.2 摩擦トルク	217 ~ 229		
		5.2.3 使用比率による寿命計算	142	6.2.1 摩擦トルクの要因	217		
		5.2.4 機械装置での総合寿命	144				
		5.2.5 すきまと寿命	146				

1. 軸受の形状と運動

1.1 軸受すきま

転がり軸受はすきまが負（マイナス）になると摩擦の増加により軸受温度が上昇したり、寿命が急激に低下するため一般的に僅かな内部すきまが残るようにして使用される。この内部すきまは内輪、外輪を相対的に移動させる方向によって、ラジアル（方向）内部すきまおよびアキシャル（方向）内部すきまと呼ばれる。また、玉軸受の場合はすきまによって接触角が決まり、内輪と外輪の傾き角（角振れ）の量も決定される。

1.1.1 すきまと接触角

深溝玉軸受の中立状態の断面図を図 1.1 に示す。中立状態とは内外輪と転動体の間にすきまを均等に配した状態のことである。

- Δ_r : ラジアル内部すきま (mm)
- r_i : 内輪溝半径 (mm)
- r_e : 外輪溝半径 (mm)
- D_w : 玉径 (mm)

この時の内輪溝中心と外輪溝中心の距離 S_0 は

$$S_0 = r_i + r_e - D_w - \Delta_r / 2$$

$$= S - \Delta_r / 2$$

ここで、 $S = r_i + r_e - D_w$

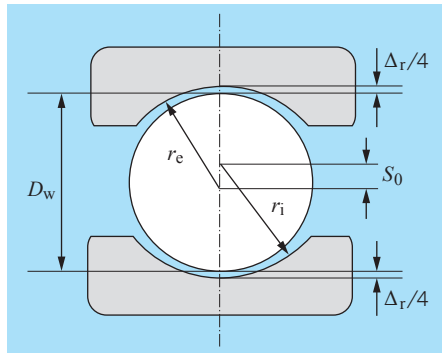


図 1.1 深溝玉軸受中立状態

中立状態の外輪を固定し内輪を軸方向に $\Delta_a / 2$ (アキシャル内部すきまの半分) 移動させると転動体と内外輪が接触し、断面の中心線となす角が接触角となる。接触角が α_0 となった時の状態を図 1.2 に示す。内輪は平行に移動しているため、内輪溝中心と外輪溝中心の鉛直方向の距離は図 1.1 の S_0 と等しくなる。

$$S \cos \alpha_0 = S - \Delta_r / 2 \dots\dots\dots (1.1)$$

$$\therefore \alpha_0 = \cos^{-1} \left(\frac{S - \frac{\Delta_r}{2}}{S} \right) (\text{°})$$

表 1.1 に深溝玉軸受の溝中心間距離 S の数値を図 1.3 にすきまと接触角の代表的な傾向を示す。

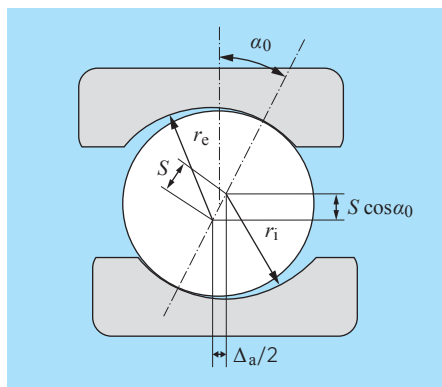


図 1.2 軸方向移動時

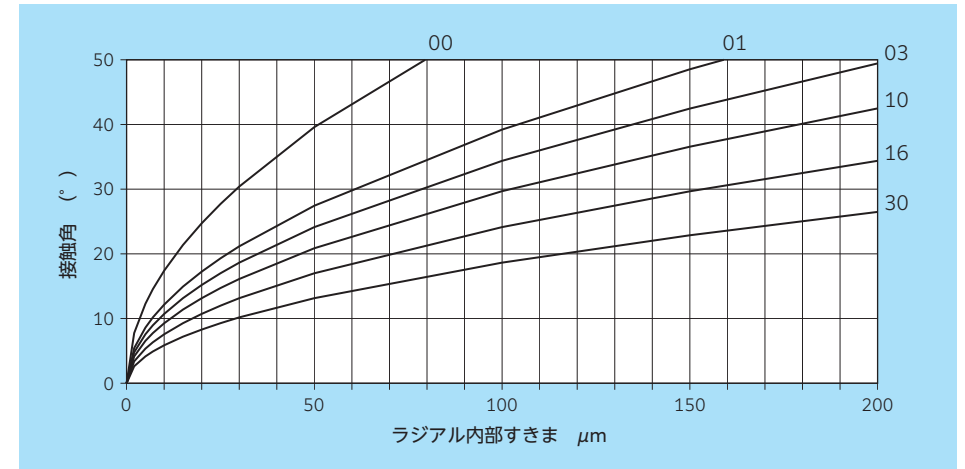


図 1.3 62 系列のすきまと接触角

表 1.1 深溝玉軸受の溝中心間距離 S (mm)

内径番号	深溝玉軸受				
	68系列	69系列	60系列	62系列	63系列
00	0.071	0.095	0.191	0.191	0.286
01	0.071	0.095	0.191	0.222	0.318
02	0.071	0.105	0.191	0.254	0.318
03	0.071	0.120	0.222	0.286	0.349
04	0.105	0.143	0.254	0.318	0.381
05	0.105	0.143	0.254	0.318	0.445
06	0.105	0.143	0.214	0.381	0.476
07	0.105	0.167	0.238	0.445	0.540
08	0.105	0.191	0.238	0.476	0.603
09	0.105	0.191	0.262	0.381	0.524
10	0.119	0.191	0.262	0.381	0.572
11	0.143	0.214	0.310	0.429	0.619
12	0.167	0.214	0.310	0.476	0.667
13	0.167	0.214	0.310	0.500	0.714
14	0.167	0.262	0.357	0.524	0.762
15	0.167	0.262	0.357	0.524	0.810
16	0.167	0.262	0.405	0.572	0.857
17	0.214	0.310	0.405	0.595	0.905
18	0.214	0.310	0.452	0.667	0.953
19	0.214	0.310	0.452	0.714	1.000
20	0.214	0.357	0.452	0.762	1.095
22	0.214	0.357	0.548	0.857	1.143
24	0.238	0.357	0.548	0.905	1.238
26	0.262	0.405	0.619	0.953	1.238
28	0.310	0.452	0.619	0.953	1.334
30	0.310	0.452	0.667	0.953	1.429

1.1.2 ラジアル内部すきまとアキシャル内部すきま

転がり軸受は軸受の形式によりラジアル内部すきままたはアキシャル内部すきまのどちらかで規定されており、それらは幾何学的に関係があるため相互に求めることができる。

1) 深溝玉軸受

深溝玉軸受は一般的にラジアル内部すきまで規定されているが、使用箇所や使用条件によってはアキシャル内部すきまが必要な場合がある。すきまの関係を図 1.1、図 1.2 から求めてみる。

式 (1.1) より

$$\Delta_r / 2 = S - S \cos \alpha_0 \dots\dots\dots (1.2)$$

図 1.2 よりアキシャル内部すきまは

$$\Delta_a / 2 = S \sin \alpha_0 \dots\dots\dots (1.3)$$

式 (1.2) ÷ 式 (1.3)

$$\frac{\Delta_r}{\Delta_a} = \frac{1 - \cos \alpha_0}{\sin \alpha_0} = \tan \frac{\alpha_0}{2}$$

$$\therefore \Delta_a = \Delta_r \cot \frac{\alpha_0}{2} \dots\dots\dots (1.4)$$

ラジアル内部すきまから求めた初期接触角により、式 (1.4) からアキシャル内部すきまを求めることができる。また、図 1.4 にラジアル内部すきまとアキシャル内部すきまの関係を示した。この図の三角形 $O_i O_e A$ の関係式は下記になる。

$$\left(\frac{\Delta_a}{2}\right)^2 = S^2 - \left(S - \frac{\Delta_r}{2}\right)^2$$

$$\Delta_a = 2\sqrt{S^2 - \left(S - \frac{\Delta_r}{2}\right)^2}$$

$$= 2\sqrt{S\Delta_r - \frac{\Delta_r^2}{4}}$$

$$\doteq 2\sqrt{S\Delta_r}$$

$2\sqrt{S} = K_s$ とおけば、 K_s によりラジアル内部すきまを簡単にアキシャル内部すきまに変換する事ができる。深溝玉軸受の K_s を表 1.2 に示す。

$$\Delta_a \doteq K_s \sqrt{\Delta_r}$$

 K_s : 軸受の設計により定まる定数

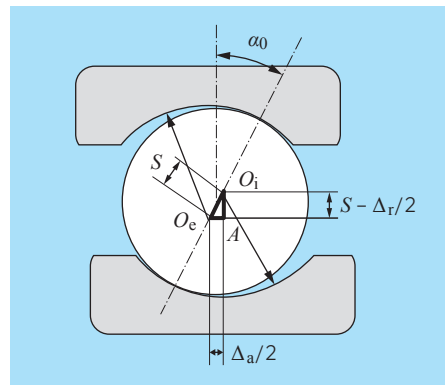


図 1.4 ラジアル内部すきまとアキシャル内部すきまの関係

図 1.5 ~ 図 1.7 に代表的系列のラジアル内部すきまとアキシャル内部すきまの関係を示す。

2) その他形式

その他形式の軸受についてはアキシャル内部すきまを求める関係式のみを記載する。

(1) 組合せアンギュラ玉軸受

$$\Delta_a = 2S \sin \alpha - 2\sqrt{S^2 - \left(S \cos \alpha + \frac{\Delta_r}{2}\right)^2} \text{ (mm)}$$

$S = r_i + r_e - D_w$
 r_i : 内輪溝半径 (mm)
 r_e : 外輪溝半径 (mm)
 α : アキシャル接触角 (°)
 軌道輪を軸方向 (アキシャル方向) に移動させたときの接触角

図 1.8 ~ 図 1.10 に組合せアンギュラ玉軸受のラジアル内部すきまとアキシャル内部すきまの関係を示す。

(2) 複列アンギュラ玉軸受 (4点接触玉軸受含む)

$$\Delta_a = 2\sqrt{S^2 - \left(S \cos \alpha_r - \frac{\Delta_r}{2}\right)^2} - 2S \sin \alpha_r \text{ (mm)}$$

α_r : ラジアル接触角 (°)
 軌道輪を径方向 (ラジアル方向) に移動させたときの接触角

(3) 自動調心ころ軸受

$$\Delta_a = 2(r_e - r_w) \sin \alpha_r - 2\sqrt{(r_e - r_w)^2 - \left((r_e - r_w) \cos \alpha_r + \frac{\Delta_r}{2}\right)^2} \text{ (mm)}$$

r_w : ころ輪郭半径 (mm)

表 1.2 深溝玉軸受 K_s

内径 番号	K_s				
	68系列	69系列	60系列	62系列	63系列
00	0.535	0.617	0.976	0.873	1.069
01	0.535	0.617	0.873	0.943	1.127
02	0.535	0.648	0.873	1.008	1.127
03	0.535	0.693	0.943	1.069	1.182
04	0.648	0.756	1.008	1.127	1.235
05	0.648	0.756	1.008	1.127	1.333
06	0.648	0.756	0.926	1.235	1.380
07	0.648	0.817	0.976	1.333	1.469
08	0.648	0.873	0.976	1.380	1.553
09	0.648	0.873	1.024	1.235	1.448
10	0.690	0.873	1.024	1.235	1.512
11	0.756	0.926	1.113	1.309	1.574
12	0.817	0.926	1.113	1.380	1.633
13	0.817	0.926	1.113	1.414	1.690
14	0.817	1.024	1.195	1.448	1.746
15	0.817	1.024	1.195	1.448	1.800
16	0.817	1.024	1.272	1.512	1.852
17	0.926	1.113	1.272	1.543	1.902
18	0.926	1.113	1.345	1.633	1.952
19	0.926	1.113	1.345	1.690	2.000
20	0.926	1.195	1.345	1.746	2.093
21	0.926	1.195	1.414	1.800	2.138
22	0.976	1.195	1.480	1.852	2.226
24	1.024	1.272	1.480	1.902	2.226
26	1.113	1.345	1.574	1.952	2.310
28	1.113	1.345	1.574	1.952	2.391
30	1.195	1.448	1.633	1.952	2.391

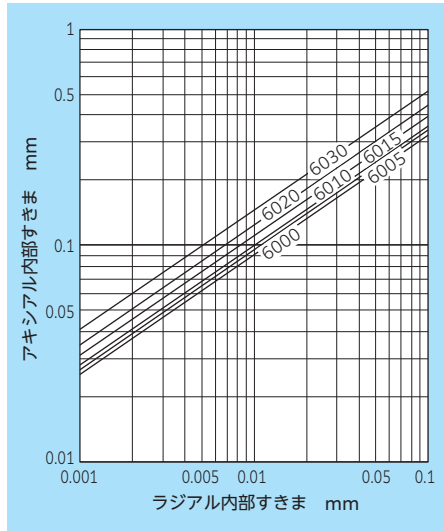


図 1.5 60 系列のすきまの関係

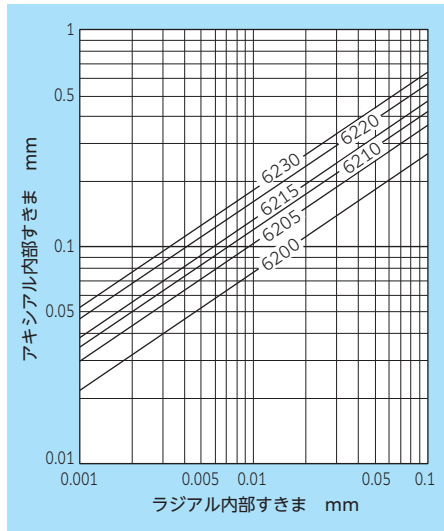


図 1.6 62 系列のすきまの関係

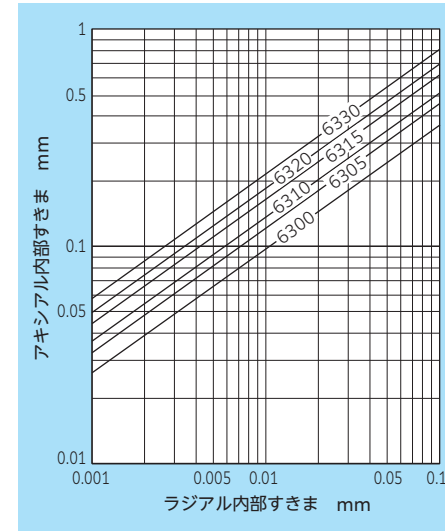


図 1.7 63 系列のすきまの関係

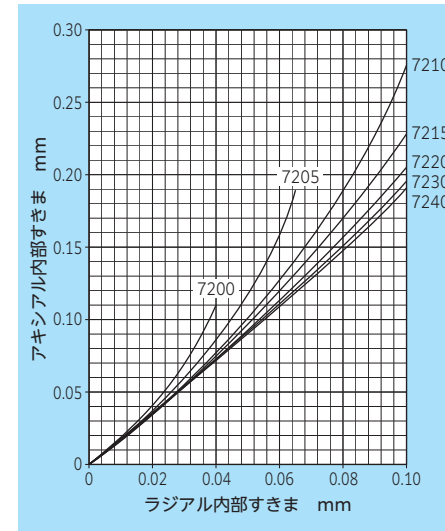


図 1.9 72 系列 (組合せ品) のすきまの関係

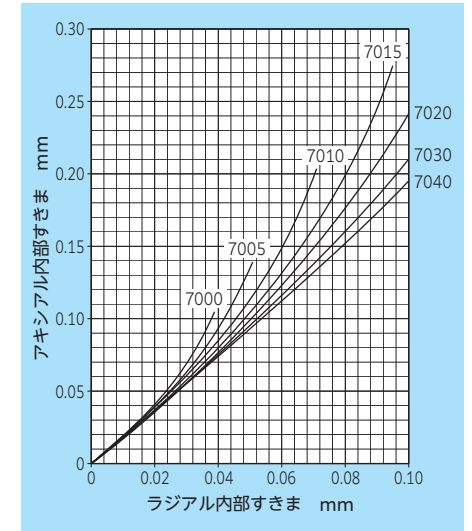


図 1.8 70 系列 (組合せ品) のすきまの関係

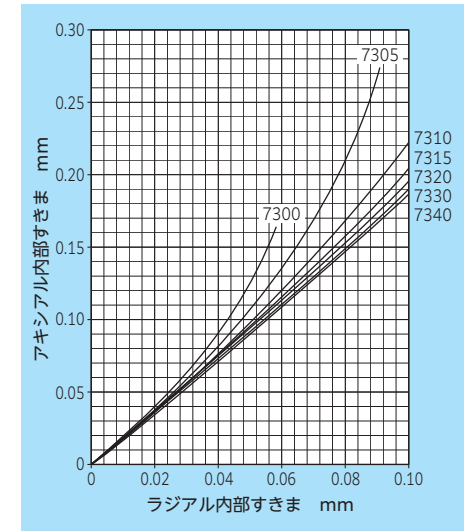


図 1.10 73 系列 (組合せ品) のすきまの関係

1.1.3 ラジアル玉軸受の角振れ

ラジアル玉軸受は内輪軌道輪、外輪軌道輪に溝が形成されているため、内部すきまは径方向（ラジアル内部すきま）や軸方向（アキシアル内部すきま）に移動するだけでなく、ミスアライメントによって傾斜方向にも移動する。この移動量を角度で表し角振れという。

1) 深溝玉軸受

深溝玉軸受の角振れ θ (図 1.11) の近似式を下式に示す。

$$\tan\theta = \frac{2\sqrt{\Delta_r(r_i + r_e - D_w)}}{D_{pw}}$$

$$= K_0 \sqrt{\Delta_r}$$

- θ : 角振れ (中心からの傾き角) (rad)
- D_{pw} : 玉ピッチ径 (mm)
- Δ_r : ラジアル内部すきま (mm)
- D_w : 玉径 (mm)
- r_i : 内輪溝半径 (mm)
- r_e : 外輪溝半径 (mm)

表 1.3 に個々の軸受によって決まる定数 (係数: K_0) を示す。

2) 複列アンギュラ玉軸受

$$\Delta_a = S \left\{ \sin\alpha + \frac{\theta R_i}{2S} - \sqrt{1 - \left(\cos\alpha + \frac{\theta L}{4S} \right)^2} \right\} \text{ (mm)}$$

ここで, $S = r_i + r_e - D_w$

- Δ_a : アキシアル内部すきま (mm)
- R_i : 軸心より内輪溝中心までの距離 (mm)
- α : 接触角 (°)
- L : 内輪溝中心間距離 (mm)

複列アンギュラ玉軸受は計算式が複雑なため、必要な場合には **NTN** にご照会ください。

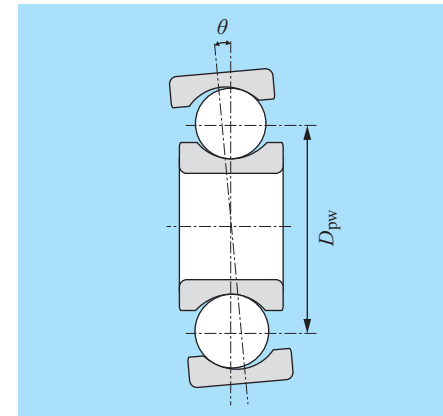


図 1.11 深溝玉軸受の角振れ

表 1.3 深溝玉軸受の角振れ係数 K_0

内径 番号	$K_0 \times 10^{-2}$				
	68系列	69系列	60系列	62系列	63系列
00	4.054	4.336	5.763	4.928	4.806
01	3.563	3.854	4.529	4.520	4.777
02	3.015	3.354	3.951	4.226	3.968
03	2.734	3.241	3.825	3.871	3.823
04	2.774	2.875	3.354	3.393	3.540
05	2.326	2.446	2.934	3.001	3.150
06	2.003	2.129	2.275	2.740	2.723
07	1.759	1.946	2.115	2.561	2.649
08	1.568	1.820	1.900	2.360	2.468
09	1.400	1.643	1.785	1.996	2.030
10	1.254	1.522	1.648	1.854	1.907
11	1.379	1.449	1.596	1.767	1.838
12	1.269	1.349	1.493	1.661	1.764
13	1.168	1.262	1.402	1.589	1.706
14	1.095	1.260	1.374	1.540	1.653
15	1.030	1.190	1.302	1.451	1.592
16	0.973	1.122	1.301	1.422	1.536
17	1.003	1.129	1.241	1.362	1.487
18	0.955	1.076	1.220	1.355	1.441
19	0.910	1.028	1.170	1.320	1.399
20	0.870	1.030	1.123	1.299	1.368
21	0.833	0.989	1.109	1.268	1.338
22	0.821	0.951	1.095	1.239	1.299
24	0.760	0.936	1.022	1.176	1.206
26	0.784	0.905	0.991	1.121	1.158
28	0.735	0.851	0.935	1.035	1.115
30	0.727	0.817	0.903	0.961	1.044

1.1.4 円すいころ軸受のすきま換算と補正

円すいころ軸受は通常 2 個の軸受を対向させて、組合せ軸受で使用するため、組立時に軸方向すきまを調整する必要がある。この時、すきまの選定は他形式の軸受同様ラジアル内部すきま基準で選定されるが、円すいころ軸受はアキシャル方向すきまが規格となっているためラジアル内部すきまとアキシャル内部すきまを換算する必要がある。

1) ラジアル内部すきまとアキシャル内部すきま

円すいころ軸受は線接触であるため、すきま換算は接触角の影響だけである。

$$\Delta_a = \Delta_r \cot \alpha \quad (\text{図 1.12 参照})$$

近似式としては

$$\Delta_a = \frac{1.5}{e} \Delta_r$$

ここで、 Δ_r : ラジアル内部すきま (mm)
 Δ_a : アキシャル内部すきま (mm)
 α : 接触角 (°)
 e : 総合力カタログ寸法表に記載の係数

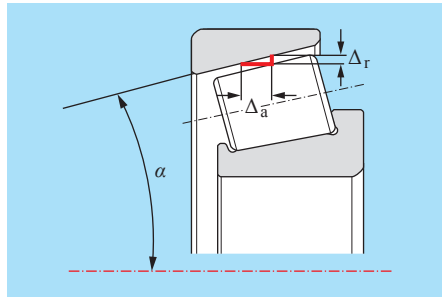


図 1.12 円すいころ軸受

2) すきまの温度補正

組付けられた 2 個の軸受間隔が長い場合には、通常の径方向のすきま変化だけでなく軸方向の熱膨張変化を考慮する必要がある。温度上昇による径方向のすきま変化 δ_r と軸、ハウジングの熱膨張差を考慮した軸方向すきまの補正量 δ_a は以下に求める。

$$\delta_{a1} = \frac{\delta_r}{2} (\cot \alpha_1 + \cot \alpha_2)$$

δ_{a1} : δ_r の軸方向すきまへの径方向の換算値 (mm)
 δ_r : 内外輪の温度差による径方向のすきま変化量 (mm)
 α_1, α_2 : 各軸受の接触角 (°)

$$\cot \alpha = \frac{1.5}{e}$$

$$\delta_{a2} = L |a_1 T_1 - a_2 T_2|$$

δ_{a2} : 軸とハウジングの温度差による軸方向補正量 (mm)
 L : 軸受間距離 (mm)
 a_1, a_2 : 軸、ハウジングの線膨張係数 (K^{-1})
 T_1, T_2 : 軸、ハウジングの温度上昇 (°C)

径方向と軸方向の影響を考慮した全体の軸方向補正量 δ_a は

$$\delta_a = \delta_{a1} \pm \delta_{a2}$$

上式の記号は、+ : 正面組合せ
 - : 背面組合せ

【計算例】接触角、アキシャル内部すきま、角振れ

(1-1) 深溝玉軸受 6205 において、ラジアル内部すきまが 0.015 mm の時の接触角、アキシャル内部すきま、角振れを求める。

①表 1.1 より読み取ると、 $S = 0.318$ のため、接触角 α_0 は

$$\alpha_0 = \cos^{-1} \left(\frac{0.318 - \frac{0.015}{2}}{0.318} \right) = 12.5^\circ$$

②アキシャル内部すきまは式 (1.4) より

$$\Delta_a = 0.015 \cot \frac{12.5^\circ}{2} = 0.137 \text{ mm}$$

表 1.2 で求めると $K_S = 1.127$ となり

$$\Delta_a = 1.171 \sqrt{0.015} = 0.138 \text{ mm}$$

③角振れは表 1.3 より $K_0 = 3.001$ となり

$$\theta = \tan^{-1} (3.001 \times 10^{-2} \sqrt{0.015}) = 0.21^\circ$$

(1-2) アンギュラ玉軸受 7210DF においてラジアル内部すきまが 0.040 mm の時のアキシャル内部すきまを求める。

図 1.9 より $\Delta_a = 0.083$ mm

(1-3) 円すいころ軸受 30305D が普通すきま、正面組合せで使用されている時のラジアル内部すきまを求める。また、幅 70 mm の間座を取り付けて、軸とハウジングの温度差が 7 °C、内外輪の温度差による径方向のすきま変化が $\delta_r = 0.005$ mm である時のすきま補正を行う。間座の線膨張係数は 12.5×10^{-6} とする。

30305D の普通すきま規格より $\Delta_a = 0.03 \sim 0.05$ mm、係数 $e = 0.83$

①ラジアル内部すきまへの換算は

$$\Delta_r = \frac{0.83}{1.5} \times (0.03 \sim 0.05) = 0.017 \sim 0.028$$

②すきま補正

$$\delta_{a1} = \frac{0.83}{1.5} \times 0.005 = 0.0028$$

$$\delta_{a2} = 70 \times 12.5 \times 10^{-6} \times 7 = 0.006$$

軸方向のすきま補正量は

$$\delta_a = \delta_{a1} + \delta_{a2} = 0.009$$

従って補正後のアキシャル内部すきまは

$$\Delta_a' = (0.03 \sim 0.05) - 0.009 = 0.021 \sim 0.041 \text{ mm}$$

1.1.5 アクシアル荷重による接触角の変化

ラジアル玉軸受にアクシアル荷重が負荷されると玉および軌道面の弾性変形により接触角が変化する。この接触角の変化量を求めることは軸受の転動体荷重や応力等の内部荷重を計算する上で非常に重要である。また、使用後の軸受を観察する際にも転走跡の妥当性について検討することができる。

初期接触角 α_0 となる玉軸受の内輪にアクシアル荷重 F_a が負荷された状態を考える。図 1.13 は外輪を固定し、内輪が軸方向に変形した時の接触角の変化を表している。(実線:荷重負荷前, 破線:荷重負荷後) 各記号は

- O_e : 外輪溝中心
- O_i : 初期の内輪溝中心
- O_i' : 変位後の内輪溝中心
- r_i : 内輪溝半径
- r_e : 外輪溝半径
- D_w : 玉径
- α_0 : 初期接触角
- α : 変化後の接触角
- δ_a : アクシアル変位

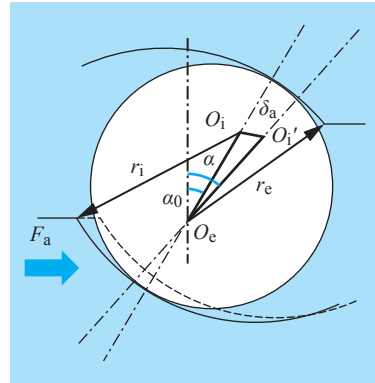


図 1.13 アクシアル荷重による接触角の変化

内輪溝中心と外輪溝中心の距離 $O_iO_e = S$ とすると

$$O_iO_e = S = r_i + r_e - D_w = D_w (f_i + f_e - 1) \dots (1.5)$$

の関係が成り立つ。

ここで、 f_i : 玉径に対する内輪溝半径比
 f_e : 玉径に対する外輪溝半径比

図 1.13 の溝中心位置だけを取り出して図 1.14 に示す。点 O_i から直線 O_eO_i と直線 O_eO_i' の中線に垂線を下ろし、直線 O_eO_i' との交点を B 点とすると

$$O_eO_i = O_eB = S \dots (1.6)$$

従って、 O_eO_i' は

$$O_eO_i' = O_eB + BO_i' \dots (1.7)$$

$BO_i' = \delta_n$ とすると δ_n は接触角方向の弾性変形量である。上記と式 (1.6) を式 (1.7) に代入すると

$$O_eO_i' = S + \delta_n$$

線分 AO_e を α_0 , α で表すと

$$AO_e = S \cos \alpha_0 = (S + \delta_n) \cos \alpha$$

$$\therefore \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} = 1 + \frac{\delta_n}{S} \dots (1.8)$$

変形量 δ_n は内輪接点での変形量 δ_i と外輪接点での変形量 δ_e の合計であるため

$$\delta_n = \delta_i + \delta_e \dots (1.9)$$

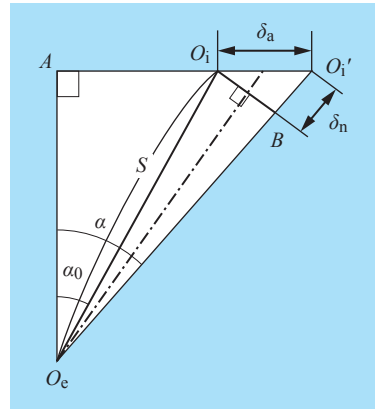


図 1.14 溝中心図

[3.3 項 接触応力と弾性変形] より

$$\delta = 0.279 \times 10^{-3} \frac{2K}{\pi\mu} \sqrt[3]{Q^2 \sum \rho} \dots (3.52)$$

- $2K/\pi\mu$: 接触状態によって決まる係数
- $\sum \rho$: 曲率総和 (mm^{-1})
- Q : 転動体荷重 (N)

ここで曲率総和は Lundberg-Palmgren が行ったように $1/\rho_{2I} \doteq 0$ の近似をする

$$\sum \rho = \frac{1}{\rho_{1I}} + \frac{1}{\rho_{1II}} + \frac{1}{\rho_{2I}} + \frac{1}{\rho_{2II}} = \frac{1}{D_w} \left(4 - \frac{1}{f_m} \right) \dots (3.47)$$

f_m : 玉径に対する内外輪平均溝半径比

式 (1.9), 式 (3.52), 式 (3.47) より

$$\delta_n = \delta_i + \delta_e = 2 \times 0.279 \times 10^{-3} \frac{2K}{\pi\mu} \frac{1}{D_w^{1/3}} \left(4 - \frac{1}{f_m} \right)^{1/3} \sqrt[3]{Q^2} \dots (1.10)$$

$$\therefore \delta_n = C \frac{Q^{2/3}}{D_w^{1/3}} \dots (1.11)$$

ここで、 $C = 2 \times 0.279 \times 10^{-3} \frac{2K}{\pi\mu} \left(4 - \frac{1}{f_m} \right)^{1/3}$

アクシアル荷重のみが負荷された場合の転動体荷重は

$$Q = \frac{F_a}{Z \sin \alpha} \dots (1.12)$$

- F_a : アクシアル荷重 (N)
- Z : 玉個数
- α : 変化後の接触角 ($^\circ$)

式 (1.5), 式 (1.11), 式 (1.12) を式 (1.8) に代入すると

$$\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} = 1 + \frac{C}{D_w (f_i + f_e - 1)} \frac{1}{D_w^{1/3}} \left(\frac{F_a}{Z \sin \alpha} \right)^{2/3}$$

従って、玉軸受におけるアクシアル荷重と接触角の関係式は次式になる。

$$\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} = 1 + K \left(\frac{F_a}{D_w^2 Z \cos \alpha} \right)^{2/3} \dots (1.13)$$

ここで、 α_0 : 初期接触角 ($^\circ$) α : 変化後の接触角 ($^\circ$)

K : 軸受の設計で決まる定数 $K = 0.01254$

(JIS B 1518-1992 解説参照)

$$K = \frac{C}{f_i + f_e - 1}$$

基本静定格荷重計算式より

$$C_{0r} = f_0 i Z D_w^2 \cos \alpha_0$$

C_{0r} : 基本静定格荷重 f_0 : 軸受の形状により定まる係数

i : 列数

単列軸受にアキシャル荷重が負荷されるとし、上式を整理すると

$$\frac{f_0 F_a}{C_{0r}} = \frac{F_a}{Z D_w^2 \cos \alpha_0} \dots \dots \dots (1.14)$$

式(1.14)を式(1.13)に代入し、整理する。

$$\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} = 1 + K \left(\frac{f_0 F_a}{C_{0r}} \cos \alpha_0 \right)^{2/3} \left(\frac{1}{\sin \alpha} \right)^{2/3} \dots \dots \dots (1.15)$$

軸受形式が同一であれば f_0 はほぼ一定の範囲内にあるため、 f_0 を一定値として初期接触角毎に静定格荷重比 F_a / C_{0r} から変化後の接触角 (α) の概略値を求めることができる。図 1.15 に深溝玉軸受の初期接触角 $\alpha_0 = 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ$ での F_a / C_{0r} と α の関係を示す。図 1.16 はアンギュラ玉軸受の線図である。一般的に接触角 30° 品、 40° 品は接触角の変化が少ないため線図での補正を行わず、変化後の接触角は平均接触角として下式を用いて補正することが多い。

$$\cos \alpha = 0.9724 \cos \alpha_0$$

$$\alpha_0 = 30^\circ \text{ 品} \quad \alpha = 32.6^\circ$$

$$\alpha_0 = 40^\circ \text{ 品} \quad \alpha = 41.8^\circ$$

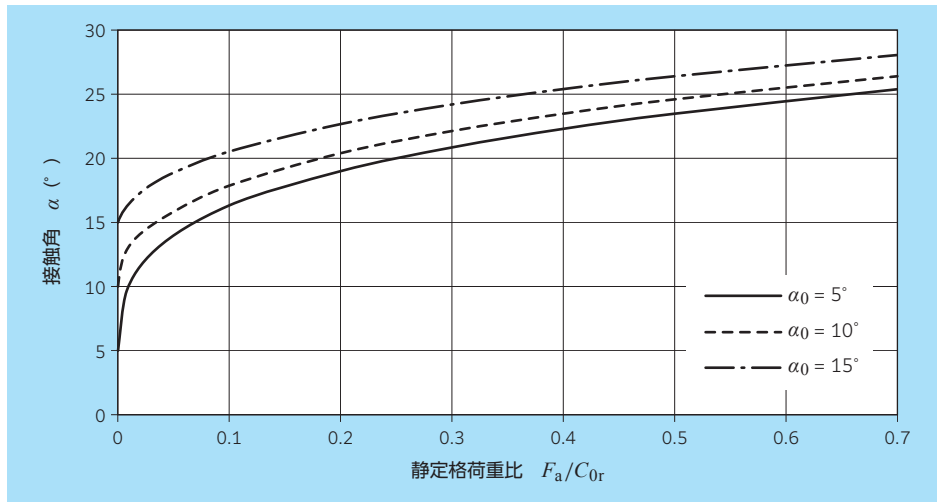


図 1.15 アキシャル荷重による接触角の変化：深溝玉軸受

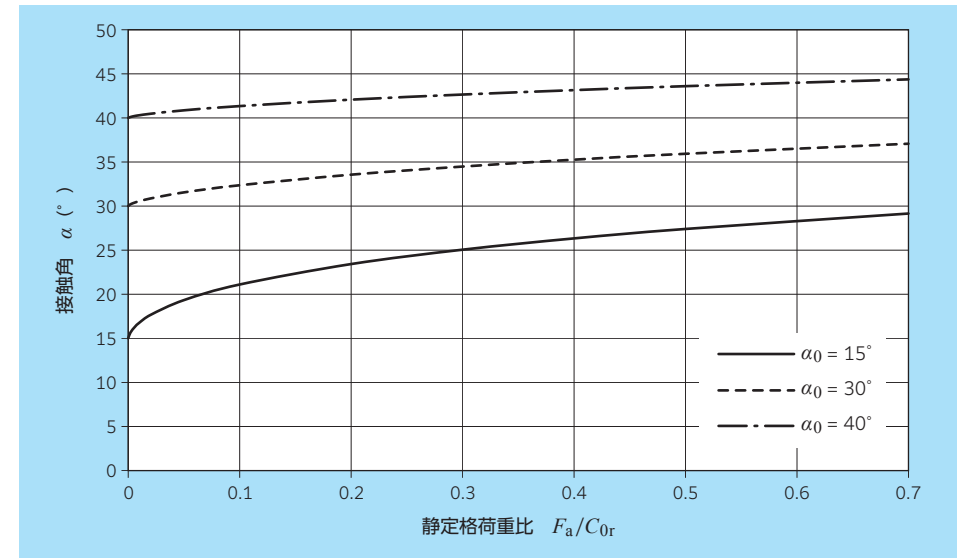


図 1.16 アキシャル荷重による接触角の変化：アンギュラ玉軸受

本図より求める場合は概略値となるため、詳細計算が必要な場合は **NTN** にご照会ください。

【計算例】接触角の変化

(1-4) 深溝玉軸受 6212 にアキシャル荷重が $F_a = 10.8 \text{ kN}$ (C_{0r} の 30%) 負荷された場合の接触角を求める。すきまは普通すきま (0.008 ~ 0.028) の中央値とすると、表 1.1 より $S = 0.476$ となるため

$$\alpha_0 = \cos^{-1} \left(\frac{0.476 - \frac{0.018}{2}}{0.476} \right) \doteq 11.2^\circ$$

$F_a / C_{0r} = 0.3$, $\alpha_0 = 11.2$ から、図 1.15 より $\alpha \doteq 23^\circ$ となる。

(1-5) アンギュラ玉軸受 7020UC にアキシャル荷重が $F_a = 16.2 \text{ kN}$ (C_{0r} の 20%) 負荷された場合の接触角を求める。

$F_a / C_{0r} = 0.2$ のため 図 1.16 より $\alpha \doteq 23^\circ$ となる。

1.2 軸受の運動

転がり軸受では2つの軌道輪（内輪と外輪）の間を転動体（玉またはころ）が転がり運動を行う。内輪または外輪が回転をする時、転動体の公転速度および自転速度は幾何学的に求めることができる。ここでは、転動体は滑りを伴わずに回転するとして計算する。また、公転によって転動体にかかる遠心力やころの軌跡についても求める。

1.2.1 転動体の公転速度と自転速度

軸受は内輪（軸）を回転させて使用する場合と、外輪（ハウジング）を回転させる場合がある。ここでは、それぞれの場合での計算式を算出する。

1) 内輪回転

外輪を固定し、内輪が角速度 ω_i (rad/s) で回転する時の軸受内部の位置関係を図 1.17 に示す。図中の記号は以下である。

- ω_c : 転動体の公転角速度 (rad/s)
- δ_i : 転動体自転角速度 (rad/s)
- R_i, R_e : 内輪, 外輪の軌道面半径 (mm)
- D_w : 転動体径 (mm)
- D_{pw} : 転動体ピッチ径 (mm)

内輪が ω_i 回転した時、内輪と転動体の転動距離（青線部）および外輪と転動体の転動距離（赤線部）は同一となる。また、内輪転走部と外輪転走部の転走距離も同一であるため以下の関係が求まる。

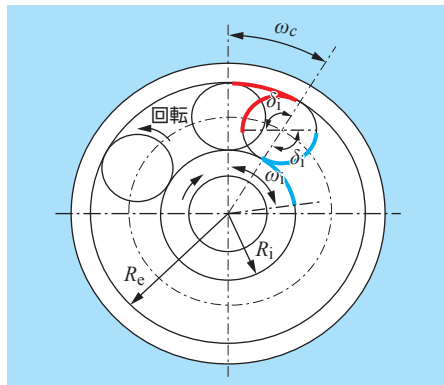


図 1.17 内輪回転の場合

$$\frac{D_w}{2} \delta_i = R_i (\omega_i - \omega_c) \dots\dots\dots (1.16)$$

$$\frac{D_w}{2} \delta_i = R_e \omega_c \dots\dots\dots (1.17)$$

式 (1.16), 式 (1.17) より

$$\omega_c = \frac{R_i}{R_i + R_e} \omega_i \quad \delta_i = \frac{2R_e}{D_w} \omega_c$$

ここで、 $R_i + R_e = D_{pw}$

$$R_i = \frac{1}{2} (D_{pw} - D_w \cos \alpha) \quad \alpha: \text{接触角 } (^\circ)$$

従って、

$$\omega_c = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{D_w \cos \alpha}{D_{pw}} \right) \omega_i \quad \delta_i = \frac{1}{2} \left(\frac{D_{pw}}{D_w} - \frac{D_w}{D_{pw}} \cos^2 \alpha \right) \omega_i$$

角速度を回転速度に置き換える

$$n_{ci} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{D_w \cos \alpha}{D_{pw}} \right) n_i \quad n_{Ri} = \frac{1}{2} \left(\frac{D_{pw}}{D_w} - \frac{D_w}{D_{pw}} \cos^2 \alpha \right) n_i$$

ここで、 n_i : 内輪回転速度 (min⁻¹)
 n_{ci} : 転動体公転速度 (min⁻¹) n_{Ri} : 転動体自転速度 (min⁻¹)

2) 外輪回転

内輪固定で、外輪が角速度 θ_e で回転した時の位置関係を図 1.18 に示す。

図 1.17 と異なる図中の記号は

- θ_c : 転動体公転角速度
- δ_e : 転動体自転角速度
- 外輪, 内輪の転走距離は

$$\frac{D_w}{2} \delta_e = R_e (\theta_e - \theta_c) \dots\dots\dots (1.18)$$

$$\frac{D_w}{2} \delta_e = R_i \theta_c \dots\dots\dots (1.19)$$

内輪回転の場合と同様に整理すると

$$n_{ce} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{D_w \cos \alpha}{D_{pw}} \right) n_e$$

$$n_{Re} = \frac{1}{2} \left(\frac{D_{pw}}{D_w} - \frac{D_w}{D_{pw}} \cos^2 \alpha \right) n_e$$

ここで、 n_e : 外輪回転速度 (min⁻¹)
 n_{ce} : 転動体公転速度 (min⁻¹) n_{Re} : 転動体自転速度 (min⁻¹)

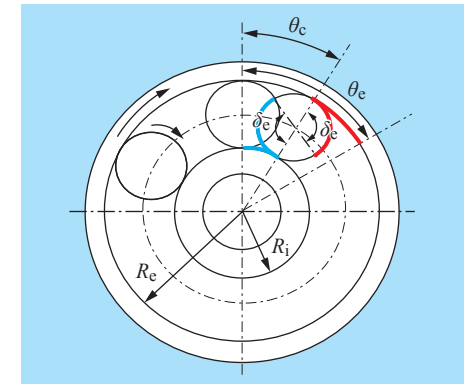


図 1.18 外輪回転の場合

3) 内外輪回転

内外輪回転の場合は 1) と 2) の合計になる。

転動体公転速度 n_c は

$$n_c = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{D_w \cos \alpha}{D_{pw}} \right) n_e + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{D_w \cos \alpha}{D_{pw}} \right) n_i \dots\dots\dots (1.20)$$

転動体の自転方向は内輪回転と外輪回転では逆になるため、回転方向を正とすれば転動体自転速度は

$$n_R = \frac{1}{2} \left(\frac{D_{pw}}{D_w} - \frac{D_w}{D_{pw}} \cos^2 \alpha \right) (n_e - n_i) \dots\dots\dots (1.21)$$

ここで、 n_c : 転動体公転速度 (min⁻¹) n_R : 転動体自転速度 (min⁻¹)
 上記計算に用いる D_w/D_{pw} は概略値として下式を使用する。

$$\begin{aligned} \frac{D_w}{D_{pw}} &= 0.6 \frac{D-d}{D+d} \quad (\text{玉軸受}) \\ &= 0.5 \frac{D-d}{D+d} \quad (\text{ころ軸受}) \end{aligned} \dots\dots\dots (1.22)$$

ここで、 d : 軸受内径 (mm) D : 軸受外径 (mm)

1.2.2 転動体の遠心力

転動体は軸受の中心周りに回転運動（公転）を行うため、転動体には遠心力が作用する。通常の場合、この遠心力は小さいため無視することができるが、高速になると寿命その他に対して影響を与える場合がある。遠心力はラジアル軸受よりもスラスト軸受の方が影響を受け易い。玉軸受ところ軸受の遠心力は次式によって計算することができる。

$$\text{遠心力基本式: } F_c = m r \omega^2 \dots\dots\dots (1.23)$$

m : 質量 r : 回転半径 ω : 角速度

$$m = \frac{\rho \pi D_w^3}{6} \quad (\text{玉軸受}) \dots\dots\dots (1.24)$$

$$= \frac{\rho \pi D_w^2 L_w}{4} \quad (\text{ころ軸受})$$

D_w : 転動体径 (mm) L_w : ころ長さ (mm)
 ρ : 転動体密度 (= 7.86×10^{-6} kg/mm³)

$$r = \frac{1}{2} D_{pw} \quad \omega = \frac{2\pi}{60} n_c \dots\dots\dots (1.25)$$

D_{pw} : 転動体ピッチ径 (mm) n_c : 転動体公転速度 (min⁻¹)

式(1.23)、式(1.24)、式(1.25)より転動体1個当たりの遠心力 F_c は以下に整理できる。

$$\text{玉軸受: } F_c = \frac{\rho \pi D_w^3}{6} \times \frac{D_{pw}}{2} \times \left(\frac{2\pi}{60} n_c \right)^2 \times \frac{1}{1000} \quad (\text{N})$$

$$= 5.64 \times 10^{-12} D_w^3 D_{pw} \left(1 \mp \frac{D_w \cos \alpha}{D_{pw}} \right)^2 n^2$$

$$= K_B n^2$$

$$\text{ころ軸受: } F_c = 8.46 \times 10^{-12} D_w^2 L_w D_{pw} \left(1 \mp \frac{D_w \cos \alpha}{D_{pw}} \right)^2 n^2 \quad (\text{N})$$

$$= K_R n^2$$

記号上段は内輪回転、下段は外輪回転である。回転速度は、それぞれに内輪回転速度、外輪回転速度を用いる。表1.5に内輪回転での遠心力を求めるための係数 K_B と K_R を示す。外輪回転で使用される場合はNTNにご照会ください。

【計算例】転動体の公転速度、自転速度、遠心力

(1-6) 深溝玉軸受 6010 が $n = 3\,000 \text{ min}^{-1}$ で回転している時の転動体公転速度および自転速度を求める。

6010 の計算諸元 $d = 50 \text{ mm}$, $D = 80 \text{ mm}$, $\alpha = 0^\circ$ より、

$$\frac{D_w}{D_{pw}} = 0.6 \frac{(80 - 50)}{(80 + 50)} = 0.13846$$

$$n_{ci} = \frac{1}{2} (1 - 0.13846 \times \cos 0) \times 3\,000$$

$$= 0.431 \times 3\,000 = 1\,293$$

$$n_{Ri} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{0.13846} - 0.13846 \times \cos^2 0 \right) \times 3\,000$$

$$= 3.542 \times 3\,000 = 10\,626 \quad (\text{min}^{-1})$$

但し、自転の回転方向は内輪の回転方向と逆回転である。

代表的な深溝玉軸受の内輪回転速度に対する転動体公転速度比、転動体自転速度比の計算事例を表1.4に示す。

表 1.4 深溝玉軸受 速度比

軸受内径 番号	公転速度比				自転速度比			
	69系列	60系列	62系列	63系列	69系列	60系列	62系列	63系列
05	0.423	0.408	0.395	0.372	-3.208	-2.636	-2.271	-1.832
10	0.446	0.431	0.414	0.388	-4.567	-3.542	-2.831	-2.110
20	0.450	0.440	0.414	0.390	-4.950	-4.107	-2.831	-2.173

自転速度は回転方向がマイナス方向

(1-7) 深溝玉軸受 6206 が $n = 12\,000 \text{ min}^{-1}$ で回転している時の遠心力を求める。

表 1.5 より係数 K_B は 14.3×10^{-8} となるため、転動体 1 個当たりの遠心力は
 $F_c = 14.3 \times 10^{-8} \times 12\,000^2 = 20.6 \text{ (N)}$

表 1.5 遠心力を求める係数 K_B , K_R (内輪回転) ($\times 10^{-8}$)

内径番号	深溝玉軸受		アンギュラ玉軸受		円筒ころ軸受	
	60系列	62系列	79UC系列	70UC系列	NU2E系列	NU3E系列
00	0.58	0.74	0.19	0.60	—	—
01	0.74	1.19	0.22	0.75	—	—
02	0.91	2.01	0.52	0.93	—	—
03	1.56	3.35	0.59	1.58	—	—
04	2.90	5.77	1.22	2.95	1.26	1.88
05	3.53	6.98	1.52	3.58	1.50	2.88
06	6.15	14.3	1.82	6.23	2.57	4.15
07	9.57	25.9	4.85	9.70	3.72	5.63
08	11.0	36.7	5.70	11.2	5.07	8.62
09	16.4	48.6	8.95	16.6	5.58	11.1
10	18.2	54.1	9.87	18.5	6.09	14.1
11	33.0	84.8	11.2	33.4	8.04	19.3
12	36.0	130	12.2	36.5	11.9	23.5
13	39.1	162	13.2	39.5	14.9	30.8
14	64.5	197	25.9	65.2	15.9	36.4
15	69.1	214	27.8	69.9	16.9	46.3
16	107	293	29.8	108	20.6	53.4
17	113	359	51.8	115	27.6	61.8
18	167	523	54.8	170	32.7	75.3
19	177	678	57.9	179	42.0	80.6
20	186	867	93.4	189	48.7	110
22	363	1356	103	367	64.6	140
24	397	1742	163	401	82.1	188
26	626	2204	246	632	101	226
28	674	2467	265	681	112	269
30	902	2731	444	910	138	331

1.2.3 ころ端面の軌跡

円筒ころ軸受や円すいころ軸受のようなころ軸受ではつば面ところ端面の間に異物が入り込むと接触面にスジ状の当たりが見られる事がある。この当たりの形状はころが軌道輪を転がる時のトロコイド曲線になる。ここでは、ころ外径部の軌跡であるサイクロイド曲線について検討する。

≪トロコイド曲線≫

円をある曲線に沿って滑らないように転がした時、その円の内部または外部の定点が描く軌跡である。

≪サイクロイド曲線≫

円をある曲線に沿って滑らないように転がした時、その円上の定点が描く軌跡である。従って、サイクロイド曲線はトロコイド曲線の特典条件である。

(1) エピサイクロイド曲線

図 1.19 はころ外径上の定点 $P(x, y)$ が内輪を滑らずに転がった時の軌跡を示したものである。このように内輪に外接しながら転がる場合の軌跡を外サイクロイド曲線またはエピサイクロイド曲線という。

【記号】

- A : 初期のころと内輪の接点
- B : 任意の角度位置でのころと内輪の接点
- ϕ : ころ自転角
- R_r : ころ半径
- A_1 : ころ 1 回転後のころと内輪の接点
- θ : 任意の公転角度
- η : ころ自転角と軸受中心線のなす角度
- R_i : 内輪軌道面半径

図 1.19 より、定点 P の座標は

$$x = (R_r + R_i) \cos\theta + R_i \cos\eta \dots\dots\dots (1.26)$$

$$y = (R_r + R_i) \sin\theta - R_i \sin\eta \dots\dots\dots (1.27)$$

また、 $BP = BA$ のため

$$R_r\phi = R_i\theta \quad \therefore \phi = \frac{R_i}{R_r} \theta \dots\dots\dots (1.28)$$

三角形の内角の和から

$$\eta = \pi - (\theta + \phi) \dots\dots\dots (1.29)$$

式 (1.28)、式 (1.29) を式 (1.26)、式 (1.27) に代入し整理するとエピサイクロイド曲線の方程式ができる。

$$x = (R_r + R_i) \cos\theta - R_r \cos\left(\frac{R_r + R_i}{R_r} \theta\right) \dots\dots\dots (1.30)$$

$$y = (R_r + R_i) \sin\theta - R_r \sin\left(\frac{R_r + R_i}{R_r} \theta\right) \dots\dots\dots (1.31)$$

(2) トロコイド曲線

前項と同様に、ころの中心より r_m の距離にある定点 P の軌跡は下式で表され、これがトロコイド曲線になる。

$$x = (R_r \pm r) \cos\theta - r_m \cos\left(\frac{R_r \pm r}{R_r} \theta\right)$$

$$y = (R_r \pm r) \sin\theta - r_m \sin\left(\frac{R_r \pm r}{R_r} \theta\right)$$

ここで、

- ・外トロコイド（内輪外径を転動）は符号上段、 r は内輪軌道面半径
- ・内トロコイド（外輪内径を転動）は符号下段、 r は外輪軌道面半径

また、 $r_m = R_r$ とすれば、式 (1.29)、式 (1.30) のサイクロイド曲線の式になる。

【計算例】ころ端面の軌跡

(1-8) 下記寸法の円すいころ軸受での内輪つば面のエピサイクロイド曲線を求める。

- 内輪軌道面大径 73.6 mm
- ころ大径 15.754 mm
- 内輪外径 81.5 mm

任意の定点 $P(x, y)$ の座標式を求める。

$$x = \left(\frac{15.754 + 73.6}{2}\right) \cos\theta - \frac{15.754}{2} \cos\left(\frac{15.754 + 73.6}{15.754} \theta\right)$$

$$y = \left(\frac{15.754 + 73.6}{2}\right) \sin\theta - \frac{15.754}{2} \sin\left(\frac{15.754 + 73.6}{15.754} \theta\right)$$

回転方向を横軸、つばの径方向を縦軸にグラフ化すると

回転方向: y , 径方向: $x - 73.6/2$ となり、内輪つば部での P 点の軌跡を図 1.20 に示す。表 1.6 は P 点の座標とつば高さ比を計算したものである。ころが約 12° 公転するとつばの上端部に到達する

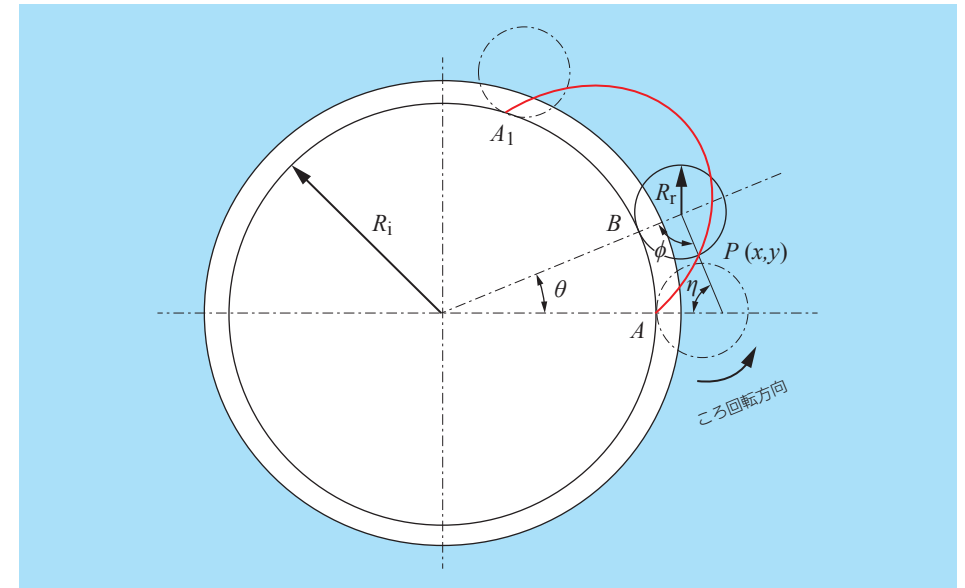


図 1.19 エピサイクロイド曲線の軌跡

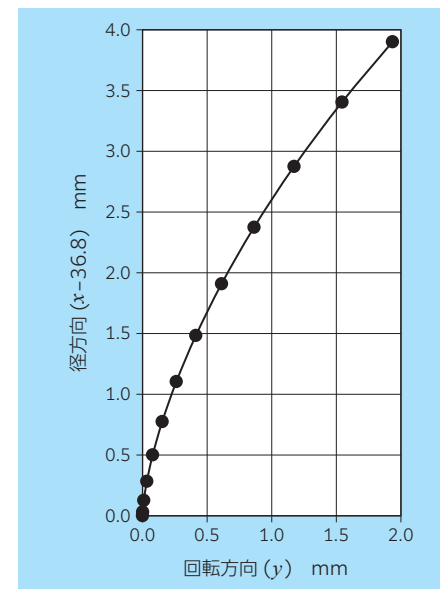


図 1.20 例題 内輪つば部の軌跡

表 1.6 P 点の座標とつば高さ比

θ°	x (mm)	y (mm)	つば高さ比
0	36.800	0.000	0.000
2	36.927	0.010	0.032
4	37.301	0.078	0.127
6	37.904	0.262	0.280
8	38.709	0.612	0.484
10	39.676	1.173	0.732
12	40.758	1.982	1.014

2. はめあいと運転すきま

軸受を選定する上で、はめあいと運転すきまの決定は非常に重要な検討項目である。はめあいが不適切であれば軸受は早期破損となり、運転すきまが不適切であれば焼付きや短寿命を発生する。ここでは軸受を適切に使用するためのはめあいと運転すきまの検討方法について述べる。なお、すきまには複数の種類があり、それぞれの定義を 2.2 項に記載している。

2.1 はめあい

軸受の内輪および外輪は回転を支えるために、軸およびハウジングと「はめあい」によって取り付けられる。はめあいには「しまりばめ」、「すきまばめ」、「中間ばめ（止まりばめ）」の 3 種類があり、使用条件によって使い分ける必要がある。はめあいが不足する場合には、はめあい面が摩耗、かじり等により著しい損傷を受ける「クリープ」という現象が発生する。

- ・しまりばめ …… はめあい部分にしめしろを持って固定される取付け
- ・すきまばめ …… はめあい部分にすきまを持った取付け
- ・中間ばめ …… はめあい部分がすきまとしめしろの両方にまたがった取付け

2.1.1 はめあいと損傷

1) クリープ現象

軸と内輪がすきまばめで取り付けられ、外輪に静止荷重としてラジアル荷重 F_r が負荷された時の状態を図 2.1 に示す。この時、内輪ははめあい部にはすきま (Δ) があるため、軸と内輪は 1 点 (B 点) で接触し、軸 (内輪) の回転と共に軸は内輪の内径を転がる。この現象をクリープといい、軸外径より軸受内径の円周が大きいため、軸が 1 回転しても内輪内径上は 1 回転せずに遅れが発生する。そのため見かけ上、内輪が軸の回転に対し遅れる方向にゆっくり滑っているように見えるが、実際には軸が内輪の内径を転がる現象である。しかし、これらはめあい部には基本的に潤滑剤はなく、無潤滑で荷重を受けながら転がるため軸および内輪に摩耗やかじりを発生する。クリープを防止するためには軸受使用時に、はめあい部がすきまにならないような選定を行わなければならない。

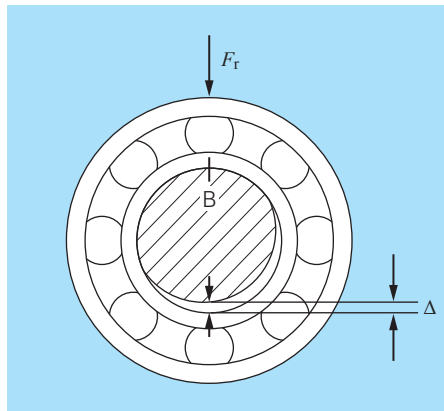


図 2.1 クリープ現象

2) 荷重の性質とはめあい

一般的に、軸受は内外輪の内、どちらか一方は固定、他方は回転で使用される。軌道輪の 1 か所に荷重がかかる場合を静止荷重、軌道面のすべての面に荷重がかかる場合を回転荷重という。図 2.1 の場合、外輪はラジアル荷重が常に 1 か所に負荷されるため外輪静止荷重となり、内輪は回転に伴い負荷する点に変化 (回転) するため内輪回転荷重となる。この場合、クリープを防止するためには内輪はめあい部をしまりばめにする必要がある。荷重の種類で分類すれば回転荷重が負荷される側をしまりばめにすればよいことになる。また、ラジアル荷重が不釣り合い荷重の場合には回転荷重側と静止荷重側が反対になる。表 2.1 に荷重、回転と一般的なはめあいの組合せを示す。

表 2.1 ラジアル荷重の性質とはめあい

図 例	回転の区分	荷重の性質	はめあい
静止荷重 	内輪回転 外輪静止	内輪回転荷重 外輪静止荷重	内輪：しまりばめ 外輪：すきまばめ
不釣り合い荷重 	内輪静止 外輪回転	内輪静止荷重 外輪回転荷重	内輪：すきまばめ 外輪：しまりばめ
静止荷重 	内輪静止 外輪回転	内輪静止荷重 外輪回転荷重	内輪：すきまばめ 外輪：しまりばめ
不釣り合い荷重 	内輪回転 外輪静止	内輪回転荷重 外輪静止荷重	内輪：しまりばめ 外輪：すきまばめ

2.1.2 しめしろの減少

クリープが発生しないようにしめしろのある状態で軸受を組み付けても、運転時には初期に設定したしめしろが変化する。これは荷重による弾性変形や温度による寸法変化によって、初期に設定したしめしろが変化するためである。従って、しめしろを設定するときにはこれらの変化量（減少量）を見込んで設定しなければならない。

1) 荷重としめしろ

転がり軸受にラジアル荷重が作用するとはめあい面に接触変形が発生し、内輪と軸のしめしろが減少する。そのため負荷されるラジアル荷重に対してしめしろの補正が必要となるが、荷重による必要しめしろは荷重範囲により以下の式を使い分ける。

・ $F_r \leq 0.3C_{0r}$ の場合：Palmgren の式

$$\Delta d_f = 0.08 \sqrt{\frac{dF_r}{B}} \dots\dots\dots (2.1)$$

・ $F_r > 0.3C_{0r}$ の場合：今井・曾田の式

$$\Delta d_f = 0.02 \frac{F_r}{B} \dots\dots\dots (2.2)$$

C_{0r} : 基本静定格荷重 (N) F_r : ラジアル荷重 (N)
 Δd_f : 荷重による必要有効しめしろ (μm) B : 軸受幅 (mm)
 d : 軸径 (中実軸) (mm)

《中空軸の場合》

中実軸として求めた必要最小しめしろから 2.1.3 項に後述するはめあい面圧（最小）を求め、中空軸の時にこの最小はめあい面圧と同等になるようなしめしろを逆算して求める。

《軸受の固定》

軸受の内輪を軸にしまりばめで取り付けていても、軸に曲げモーメントが作用すると内輪が軸方向に抜け出したり、クリープが発生することがある。しめしろによる固定は回転方向の固定を主な目的としており、軸方向の固定には内輪、外輪の端面押さえを設置するのが望ましい。

2) 温度としめしろ

一般的に、運転中の軸受は軸やハウジングより温度が高くなる。その結果、内輪と軸との間の温度差によってしめしろは減少する。軸受は軸よりも 10 ~ 15 % 昇温すると考えると、この時の減少量は下式で求めることができる。

$$\Delta d_t = 0.0015d\Delta T \dots\dots\dots (2.3)$$

Δd_t : 温度差によるしめしろの減少量 (μm)
 d : 軸径 (mm) ΔT : 軸受と周囲温度との差 ($^{\circ}\text{C}$)

3) 理論しめしろと有効しめしろ

はめあい面に実際に働く「しめしろ」すなわち有効しめしろ (Δd_{eff}) は軸や軸受内径の規格値および測定値から計算されるしめしろ Δd (理論しめしろ) より小さい。これは軸およびハウジングのはめあい面の粗さがある程度潰されるためであり、その分しめしろが小さくなる。研削軸と旋削軸の理論しめしろの補正式を下式に示す。

研削軸 $\Delta d_{\text{eff}} = \frac{d}{d+2} \Delta d$

旋削軸 $\Delta d_{\text{eff}} = \frac{d}{d+3} \Delta d$

Δd_{eff} : 有効しめしろ Δd : 理論しめしろ
 d : 軸受内径

2.1.3 はめあい面の面圧と応力

しめしろが不足すると前述したクリープが発生するため、必要しめしろはしめしろの下限値から決定されるが、しめしろが大きすぎても軌道輪が破損したり軸受寿命に影響を与える。従って、しめしろの上限に対しても最大応力を検討しなければならない。しまりばめにより内輪には引張応力が作用し、外輪には圧縮応力が生じるが、圧縮応力は疲労寿命に有利に働くため、一般的に、外輪側では応力の検討は行わず、内輪側のみで行うことが多い。

1) はめあい面圧

2 円筒のはめあいによる一般式および鋼製中実軸、鋼製中空軸を使用した場合の面圧の計算式を以下に示す。

《2 円筒の一般式》

$$P = \frac{E_1 E_2}{E_2 \left\{ \frac{d_1^2 + d_2^2}{d_1^2 - d_2^2} + \nu_1 \right\} + E_1 \left\{ \frac{d_2^2 + d_3^2}{d_2^2 - d_3^2} - \nu_2 \right\}} \frac{\Delta d_{\text{eff}}}{d_2} \dots\dots\dots (2.4)$$

Δd_{eff} : 有効しめしろ (mm) d_1 : 外円筒外径 (mm)
 d_2 : 内外円筒はめあい径 (mm) d_3 : 内円筒内径 (mm)
 P : はめあい面圧 (MPa)
 E_1 : 外円筒の縦弾性係数 E_2 : 内円筒の縦弾性係数
 ν_1 : 外円筒のポアソン比 ν_2 : 内円筒のポアソン比

《鋼製中実軸》

$$P = \frac{E}{2} \frac{\Delta d_{\text{eff}}}{d} \left\{ 1 - \left(\frac{d}{D_i} \right)^2 \right\} \text{ (MPa)} \dots\dots\dots (2.5)$$

Δd_{eff} : 有効しめしろ (mm) d : 軸受内径 (mm)
 D_i : 内輪平均軌道径 (mm) 表 2.2, 表 2.3
 E : 縦弾性係数 (2.08×10^5 MPa)

≪鋼製中空軸≫

$$P = \frac{E}{2} \frac{\Delta d_{\text{eff}}}{d} \frac{\left\{1 - \left(\frac{d}{D_i}\right)^2\right\} \left\{1 - \left(\frac{d_0}{d}\right)^2\right\}}{\left\{1 - \left(\frac{d_0}{D_i}\right)^2\right\}} \dots\dots\dots (2.6)$$

d_0 : 中空軸内径 (mm)

表 2.2 軌道径および平均軌道径 (標準シリーズ)

軸受形式		軌道径		平均軌道径		
		内輪	外輪	内輪	外輪	
深溝玉軸受	全形式	$\frac{4d+D}{5}$	$\frac{d+4D}{5}$	$1.05 \frac{4d+D}{5}$	$0.95 \frac{d+4D}{5}$	
円筒ころ軸受	標準形	N形	$\frac{3d+D}{4}$	E	$1.05 \frac{3d+D}{4}$	E
		NU形	F	$\frac{d+3D}{4}$	F	$0.98 \frac{d+3D}{4}$
自動調心ころ軸受	B形, C形 213形	$\frac{2d+D}{3}$	$\frac{d+4D}{5}$	$\frac{2d+D}{3}$	$0.97 \frac{d+4D}{5}$	
円すいころ軸受	全形式	—	—	$\frac{3d+D}{4}$	$\frac{d+3D}{4}$	

[総合カタログ寸法表記] E : ころ外接円径 F : ころ内接円径 d : 軸受内径 D : 軸受外径

表 2.3 軌道径および平均軌道径 (アルテージシリーズ)

軸受形式		軌道径		平均軌道径		
		内輪	外輪	内輪	外輪	
円筒ころ軸受	2XXEA 22XXEA	N形	$0.43 (d+D)$	E	$0.44 (d+D)$	E
		NU形	F	$0.58 (d+D)$	F	$0.57 (d+D)$
	3XXEA 23XXEA	N形	$0.41 (d+D)$	E	$0.43 (d+D)$	E
		NU形	F	$0.60 (d+D)$	F	$0.59 (d+D)$
自動調心ころ軸受	EA, EM, EMAタイプ	$\frac{3d+D}{4}$	$\frac{d+5D}{6}$	$\frac{3d+D}{4}$	$0.98 \frac{d+5D}{6}$	

2) 最大応力

はめあいにより径方向応力と円周方向応力が発生するが、径方向応力は圧縮応力となるため使用上問題とならない。軸受機能に影響する引張応力となる内輪の円周方向応力の算出式を下式に示す。

≪内輪の最大引張応力≫

円周方向の引張応力は内径面で最大になる。

$$\sigma_{\text{max}} = P_{\text{max}} \frac{1 + \left(\frac{d}{D_i}\right)^2}{1 - \left(\frac{d}{D_i}\right)^2} \dots\dots\dots (2.7)$$

最大応力は経験上、軸受鋼では 127 MPa 程度を超えないようにするのが安全である。

3) 組合せ円筒の圧力と変位

軸と内輪のしまりばめは内輪を厚肉円筒とした組合せ円筒とみなすことができる。図 2.2 のような内径 R_1 、外径 R_2 の厚肉円筒に内圧 p_1 、外圧 p_2 が作用した時に、微小体積に生じる応力を図 2.3 に示す。

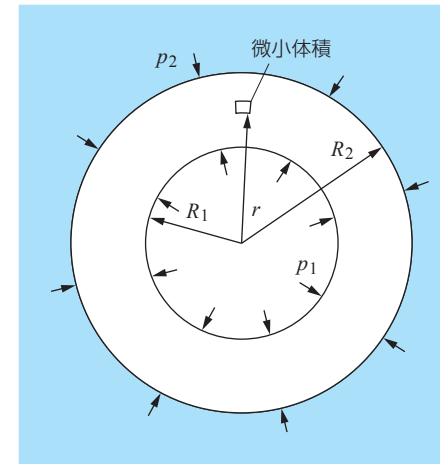


図 2.2 圧力が作用した円筒の応力

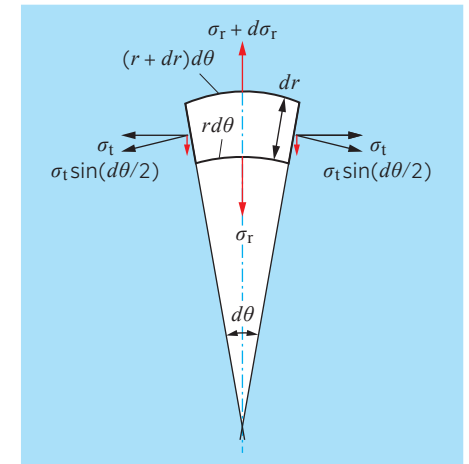


図 2.3 微小体積での応力

微小体積での力の釣り合いに関して、円周方向は応力が一様なため釣り合うが、半径方向の力(赤字)の釣り合いは次式となる。

$$\sigma_r r d\theta + 2\sigma_t dr \sin \frac{d\theta}{2} - (\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr) d\theta = 0 \dots\dots\dots (2.8)$$

σ_r : 径方向応力 σ_t : 円周方向応力 r : 微小体積までの半径

$d\theta$ は微小角のため $\sin(d\theta/2) = d\theta/2$ とし、高次の微小量を省略すると以下の応力釣り合い式が求まる。

$$\sigma_t - \sigma_r - r \frac{d\sigma_r}{dr} = 0 \dots\dots\dots (2.9)$$

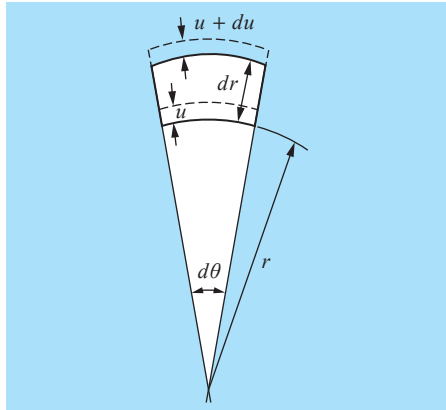


図 2.4 微小体積での変位

微小体積の変位を図 2.4 に示す。この時の半径方向のひずみ ϵ_r および円周方向のひずみ ϵ_t は

$$\epsilon_r = \frac{(u + du) - u}{dr} = \frac{du}{dr} \dots\dots (2.10)$$

$$\epsilon_t = \frac{2\pi(r + u) - 2\pi r}{2\pi r} = \frac{u}{r} \dots\dots (2.11)$$

u : 圧力による変位量

ひずみと応力の関係は、材料力学の公式より

$$\sigma_r = \frac{E}{1 - \nu^2} (\epsilon_r + \nu\epsilon_t) \dots\dots\dots (2.12)$$

$$\sigma_t = \frac{E}{1 - \nu^2} (\nu\epsilon_r + \epsilon_t) \dots\dots\dots (2.13)$$

E : 縦弾性係数 ν : ポアソン比

式 (2.10) ~ (2.13) を応力釣り合い式 (2.9) に代入して整理すると以下の変位の方程式が求まる。

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0 \dots\dots\dots (2.14)$$

この微分方程式の一般解は以下のようになる。

$$u = Ar + \frac{B}{r} \dots\dots\dots (2.15)$$

A, B : 積分定数

境界条件として図 2.2 の矢印の向きを正とすれば、内径面 ($r = R_1$) では $\sigma_t = -p_1$ 、外径面 ($r = R_2$) では $\sigma_t = -p_2$ となる。この条件から積分定数を求めると

$$A = \frac{1 - \nu}{E} \frac{R_1^2 p_1 - R_2^2 p_2}{R_2^2 - R_1^2} \dots\dots\dots (2.16)$$

$$B = \frac{1 + \nu}{E} \frac{R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} (p_1 - p_2) \dots\dots\dots (2.17)$$

式 (2.15), (2.16), (2.17) より内圧 p_1 のみを受けた時の変位量 u_1 は

$$u_1 = \frac{R_1^2 p_1}{E (R_2^2 - R_1^2)} \left\{ (1 - \nu) r + (1 + \nu) \frac{R_2^2}{r} \right\} \dots\dots\dots (2.18)$$

外圧 p_2 のみを受けた時の変位量 u_2 は

$$u_2 = \frac{R_2^2 p_2}{E (R_2^2 - R_1^2)} \left\{ (1 - \nu) r + (1 + \nu) \frac{R_1^2}{r} \right\} \dots\dots\dots (2.19)$$

従って、内圧では膨張、外圧では収縮することになる。

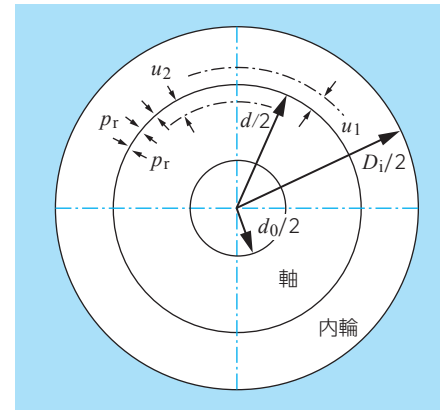


図 2.5 内輪はめあい模式図

図 2.5 に内輪はめあいの模式図を示す。はめあい部には均等な内外圧 p_r が作用しているため、内輪の膨張量 u_i と軸の収縮量 u_s は式 (2.18), (2.19) より

$$u_i = \frac{p_r d}{E_i} \left\{ -\frac{(1 - \nu_i)}{2} + \frac{D_i^2}{D_i^2 - d^2} \right\} \dots\dots (2.20)$$

$$u_s = \frac{p_r d}{E_s} \left\{ \frac{(1 - \nu_s)}{2} + \frac{d_0^2}{d^2 - d_0^2} \right\} \dots\dots (2.21)$$

d : 軸径 d_0 : 軸の中口径
 D_i : 内輪平均軌道径
 E_i, E_s : 内輪, 軸の縦弾性係数
 ν_i, ν_s : 内輪, 軸のポアソン比

このはめあい面での膨張量と収縮量の合計がしめしろである。

$$\Delta d_{\text{eff}} = 2(|u_i| + |u_s|) \dots\dots\dots (2.22)$$

式 (2.20), (2.21) を (2.22) に代入し、整理すれば 2 円筒の一般式の式 (2.4) と同じ形になる。

$$p_r = \frac{E_i E_s}{E_s \left\{ \frac{D_i^2 + d^2}{D_i^2 - d^2} + \nu_i \right\} + E_i \left\{ \frac{d^2 + d_0^2}{d^2 - d_0^2} - \nu_s \right\}} \frac{\Delta d_{\text{eff}}}{d} \dots\dots\dots (2.23)$$

軸と内輪の縦弾性係数 (E) およびポアソン比 (ν) を同一とすると上式は

$$p_r = \frac{E \Delta d_{\text{eff}}}{2d} \frac{\left\{1 - \left(\frac{d}{D_i}\right)^2\right\} \left\{1 - \left(\frac{d_0}{d}\right)^2\right\}}{\left\{1 - \left(\frac{d_0}{D_i}\right)^2\right\}} \dots (2.24)$$

この式で最大しめしろを用いて計算すれば、はめあいの最大面圧 P_{max} となり式 (2.6) が求まる。引張応力を求めるため、式 (2.10), (2.11), (2.15), (2.17), (2.18) を応力式 (2.13) に代入し、境界条件より同様に整理すると任意の直径 d_r での引張応力 σ_t が求まる。

$$\sigma_t = \frac{\left\{\left(\frac{D_i}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_r}{2}\right)^2\right\} \left(\frac{d}{2}\right)^2}{\left\{\left(\frac{D_i}{2}\right)^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2\right\} \left(\frac{d_r}{2}\right)^2} p_r$$

$$= \frac{\left(\frac{d}{d_r}\right)^2 + \left(\frac{d}{D_i}\right)^2}{1 - \left(\frac{d}{D_i}\right)^2} p_r \dots (2.25)$$

引張応力 σ_t は直径 d_r が最も小さい数値すなわち内径 ($d_r = d$) の時に最大になり、内輪軌道面での最大引張応力は式 (2.7) となる。

2.1.4 分布の平均値と標準偏差

転がり軸受のしめしろや残留すきまを検討する場合、軸受の内外径寸法、軸径寸法、ハウジング穴径寸法、初期すきまが正規分布に従うとして求めるのが一般的である。この正規分布は図 2.6 に示すように平均値 (m) と標準偏差 (σ) によって決定され、分布範囲は下式によって求めることができる。

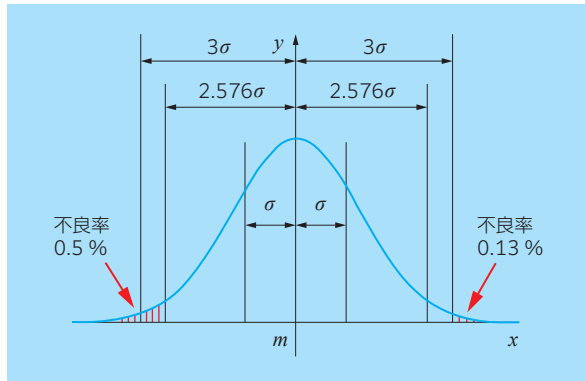


図 2.6 正規分布の標準偏差と不良率

[分布範囲] = $m \pm t\sigma$ (2.26)
 t: 不良率により決まる定数

不良率 0.26% の場合 : [分布範囲] = $m \pm 3\sigma$ (2.27)

不良率 1% の場合 : [分布範囲] = $m \pm 2.576\sigma$ (2.28)

また、正規分布の特性として、正規分布している 2 つの分布 (分布 A, 分布 B) を組み合わせた分布は正規分布するという性質がある (正規分布の加法性)。この時の平均値と標準偏差は下式により求められる。

平均値 : $m = m_A + m_B$ (2.29)

標準偏差 : $\sigma = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2}$ (2.30)

転がり軸受のしめしろは軸寸法と軸受内径寸法の組合せであり、また、残留すきまは初期すきまとすきま減少量の組合せであるため同じく正規分布の加法性に従う。内輪しまりばめの場合を考えると、

《しめしろの分布》

しめしろの平均値 : $m_{fi} = m_s + m_i$ (2.31)

しめしろの標準偏差 : $\sigma_{fi} = \sqrt{\sigma_s^2 + \sigma_i^2}$ (2.32)

m_s, m_i : 軸径の平均値, 軸受内径の平均値
 σ_s, σ_i : 軸径の標準偏差, 軸受内径の標準偏差
 * 外輪の場合 m_{fe}, σ_{fe}

[3σ の場合] $\sigma_s = \frac{R_s}{2} \times \frac{1}{3}$ $\sigma_i = \frac{R_i}{2} \times \frac{1}{3}$

[不良率 1% の場合] $\sigma_s = \frac{R_s}{2} \times \frac{1}{2.576}$ $\sigma_i = \frac{R_i}{2} \times \frac{1}{2.576}$

R_s : 軸径の規格範囲 R_i : 軸受内径の規格範囲

《残留すきまの分布》

残留すきまの平均値 : $\Delta_m = m_c - m_\delta$ (2.33)

残留すきまの標準偏差 : $\sigma_\Delta = \sqrt{\sigma_c^2 + \sigma_\delta^2}$ (2.34)

m_c, m_δ : 初期すきまの平均値, すきま減少量の平均値
 σ_c, σ_δ : 初期すきまの標準偏差, すきま減少量の標準偏差
 * 「すきま減少量 = しめしろ × 膨張率」である。

残留すきまの計算については 2.2 項で解説する。

【計算例】

円筒ころ軸受 NU 210 がラジアル荷重 $F_r = 3\,000\text{ N}$ 、回転速度 $n = 1\,800\text{ min}^{-1}$ で運転されている時の必要しめしろ、推奨軸寸法許容差、はめあい応力を求める。この時の軸は旋削軸とする。

使用軸受：NU 210 内径 $d = 50\text{ mm}$ 外径 $D = 90\text{ mm}$ 幅 $B = 20\text{ mm}$
 内径許容差 $0 \sim 0.012\text{ mm}$ $C_{0r} = 51\,000\text{ N}$

①必要しめしろ

・荷重による必要しめしろ

$$F_r = 3\,000\text{ N} < 0.3 C_{0r} = 15\,340\text{ N}$$

$$\text{式 (2.1) より } \Delta d_f = 0.08 \sqrt{\frac{50 \times 3\,000}{20}} = 6.9\ (\mu\text{m})$$

・温度による必要しめしろ

回転による温度上昇を $20\text{ }^\circ\text{C}$ とすると

$$\text{式 (2.3) より } \Delta d_f = 0.0015 \times 50 \times 20 = 1.5\ (\mu\text{m})$$

全体の必要しめしろ (理論しめしろ) : Δd は

$$\Delta d = (6.9 + 1.5) \times 53/50 = 8.9\ (\mu\text{m})$$

②推奨軸寸法許容差

内輪とのしめしろと必要しめしろを比較し、軸寸法許容差を m5 とする。

軸寸法許容差規格		内輪とのしめしろ	必要しめしろ
n5	+17 ~ +28 μm	+17 ~ +40 μm	8.9 μm
m5	+9 ~ +20 μm	+9 ~ +32 μm	
k5	+2 ~ +13 μm	+2 ~ +25 μm	

③はめあい応力

m5 の最大しめしろ (0.032 mm) での面圧および最大応力を計算する。

$$\text{式 (2.5) より } P = \frac{208\,000}{2} \times \frac{50 \times 0.032}{53} \frac{1}{50} \left\{ 1 - \left(\frac{50}{60.4} \right)^2 \right\} = 19.8\ (\text{MPa})$$

ここで、NTN 転がり軸受総合カタログ B-95 より $D_i = F_w = 60.4\text{ mm}$

$$\text{式 (2.7) より } \sigma_{\max} = 19.8 \times \frac{1 + \left(\frac{50}{60.4} \right)^2}{1 - \left(\frac{50}{60.4} \right)^2} = 106\ (\text{MPa})$$

〔選定結果〕

必要しめしろを満足する軸寸法許容差は m5 である。

その時の最大応力は $\sigma_{\max} = 106\text{ MPa}$ となり、軸受鋼 127 MPa 以下のため、使用上問題ない。

2.2 運転すきま

軸受のすきまは組立や使用時の温度上昇等により初期の内部すきまから変化する。そのため各々の状態毎のすきまは区別されており、JIS B 0104 に於いて下記のように定義されている。

①(軸受) 内部すきま : Δ_0

軸受単体でのすきまであり、一般的に、初期すきまともいう。

すきま規格の数値がこのすきまである。

②残留すきま : Δ_f

軸受を取付けた時のすきまであり、内部すきまからはめあいによるすきまの減少を考慮したものである。

$$\Delta_f = \Delta_0 - [\text{はめあいによるすきまの減少量}]$$

③有効すきま : Δ_e

残留すきまに軸受の運転により上昇した温度によるすきま減少を考慮したものである。

$$\Delta_e = \Delta_f - [\text{運転時の温度上昇によるすきま減少量}]$$

④運転すきま

有効すきまに軸受荷重による弾性変形を考慮したものである。

$$[\text{運転すきま}] = \Delta_e + [\text{弾性変形量}]$$

ここで用いる軸受荷重は使用条件における最小荷重である。一般的に、試運転等で無負荷条件がある場合が多いため、荷重 : $F_r = 0$ とし有効すきまと同じ扱いにすることが多い。

2.2.1 はめあいによるすきまの減少

軸受を軸またはハウジングにしまりばめで取り付けると、しめしろによって内輪および外輪の軌道面が膨張または収縮し、軸受の内部すきまが減少する。

1) 膨張率： λ_i ，収縮率： λ_e

内輪にはしめしろによって内圧がかかり、その内圧によって内輪が変形（膨張）させられる。膨張率はしめしろと圧力の関係および圧力と変形の関係より求めることができる。

内圧を受けた時の変形の一般式 (2.18) の記号を下記の軸受記号で整理する。

$$R_1 = \frac{d}{2}, R_2 = r = \frac{D_i}{2}$$

ここで、 d ：内輪内径 D_i ：内輪平均軌道径
内輪外径での変形量が必要なため、任意の半径 r は $D_i/2$ となる。

$$u_i = \frac{d^2 D_i p_i}{E (D_i^2 - d^2)} \dots\dots\dots (2.35)$$

u_i は半径での変形量のため直径の変形量 δ_{fi} とし、上式に式 (2.24) を代入すると

$$\delta_{fi} = 2u_i = \frac{d}{D_i} \frac{1 - \left(\frac{d_0}{d}\right)^2}{1 - \left(\frac{d_0}{D_i}\right)^2} \Delta d_{effi}$$

d_0 ：中空軸内径

$$\therefore \delta_{fi} = \lambda_i \Delta d_{effi} \dots\dots\dots (2.36)$$

$$\text{ここで、} \lambda_i = \frac{d}{D_i} \frac{1 - \left(\frac{d_0}{d}\right)^2}{1 - \left(\frac{d_0}{D_i}\right)^2} \dots\dots\dots (2.37)$$

Δd_{effi} ：内輪有効しめしろ

従って、 λ_i はしめしろに対する膨張率になり、 δ_{fi} はすきまの減少量になる。

外輪の場合、変形量 δ_{fe} および収縮率 λ_e は下式のように求められる。

$$\delta_{fe} = \lambda_e \Delta d_{effe} \dots\dots\dots (2.38)$$

$$\lambda_e = \frac{D_e}{D} \frac{1 - \left(\frac{D}{D_H}\right)^2}{1 - \left(\frac{D_e}{D_H}\right)^2} \dots\dots\dots (2.39)$$

ここで、 D_e ：外輪平均軌道径 D_H ：ハウジング外径 D ：外輪外径またはハウジング内径
 Δd_{effe} ：外輪有効しめしろ

2) すきまの減少： δ_f

はめあいによるすきま減少量はしめしろと膨張率 (λ_i) または収縮率 (λ_e) との積になり、膨張量と収縮量の和が軸受全体のすきま減少量となる。

[すきま減少量] = [膨張率] × [内輪有効しめしろ] + [収縮率] × [外輪有効しめしろ]

$$\delta_f = \lambda_i \Delta d_{effi} + \lambda_e \Delta d_{effe}$$

しまりばめの場合のすきま減少量の分布は、正規分布の加法性より 3σ の分布で計算すると以下のようなになる。すきまの減少量はしまりばめの個所のみ適用し、すきまばめの個所には適用しない。

$$\delta_f = m_\delta \pm 3\sigma_\delta = \lambda_i m_{fi} + \lambda_e m_{fe} \pm 3\sqrt{\lambda_i^2 \sigma_{fi}^2 + \lambda_e^2 \sigma_{fe}^2} \dots\dots\dots (2.40)$$

$$\begin{aligned} \text{すきま減少量の平均値} \quad m_\delta &= m_{\delta i} + m_{\delta e} \\ &= \lambda_i m_{fi} + \lambda_e m_{fe} \dots\dots\dots (2.41) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{すきま減少量の標準偏差} \quad \sigma_\delta &= \sqrt{\sigma_{\delta i}^2 + \sigma_{\delta e}^2} \\ &= \sqrt{\lambda_i^2 \sigma_{fi}^2 + \lambda_e^2 \sigma_{fe}^2} \dots\dots\dots (2.42) \end{aligned}$$

$m_\delta, m_{\delta i}, m_{\delta e}$ ：すきま減少量の平均値 (全体, 内輪, 外輪)
 $\sigma_\delta, \sigma_{\delta i}, \sigma_{\delta e}$ ：すきま減少量の標準偏差 (全体, 内輪, 外輪)
 m_{fi}, m_{fe} ：しめしろの平均値 (内輪, 外輪)

$$m_{fi} = m_s - m_i, \quad m_{fe} = m_e - m_H \dots\dots\dots (2.43)$$

m_i ：軸受内径の平均値 m_e ：軸受外径の平均値
 m_s ：軸径の平均値 m_H ：ハウジング内径の平均値

σ_{fi}, σ_{fe} ：しめしろの標準偏差 (内輪, 外輪)

$$\sigma_{fi} = \sqrt{\sigma_i^2 + \sigma_s^2} \quad \sigma_{fe} = \sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_H^2} \dots\dots\dots (2.44)$$

$$\sigma_s = \frac{R_s}{2} \times \frac{1}{3}, \quad \sigma_i = \frac{R_i}{2} \times \frac{1}{3}, \quad \sigma_e = \frac{R_e}{2} \times \frac{1}{3}, \quad \sigma_H = \frac{R_H}{2} \times \frac{1}{3} \dots\dots (2.45)$$

R_s, R_i, R_e, R_H ：軸径, 軸受内径, 軸受外径, 軸箱内径の規格範囲
 λ_i ：膨張率 λ_e ：収縮率

2.2.2 残留すきま： Δ_f

残留すきまは軸受内部すきま（初期すきま）からはめあいによるすきま減少量を引いたものであり、正規分布の加法性よりすきま範囲は以下で表される。

〔残留すきま〕 = 〔軸受内部すきま〕 - 〔はめあいによるすきま減少量〕

$$\Delta_f = m_{\Delta f} \pm 3\sigma_{\Delta f}$$

残留すきまの平均値 : $m_{\Delta f} = m_c - m_{\delta}$
 $= m_c - (\lambda_i m_{fi} + \lambda_e m_{fe})$ (2.46)

残留すきまの標準偏差 : $\sigma_{\Delta f} = \sqrt{\sigma_c^2 + \sigma_{\delta}^2}$
 $= \sqrt{\sigma_c^2 + \lambda_i^2 \sigma_{fi}^2 + \lambda_e^2 \sigma_{fe}^2}$ (2.47)

ここで、 m_c : 軸受内部すきまの平均値
 σ_c : 軸受内部すきまの標準偏差

$$\sigma_c = \frac{R_c}{2} \times \frac{1}{3} \dots\dots\dots (2.48)$$

R_c : すきまの規格範囲

2.2.3 温度差によるすきまの減少： δ_t

軸受は荷重を受けて運転されると軸受の温度が上昇する。一般的に、内輪、転動体の温度が外輪の温度より5～10℃程度高くなるが、これはハウジングの放熱が軸からの放熱より大きいためである。この内外輪の温度差により軸受内部すきまは減少する。すきまの減少量と各部品の膨張量には以下の関係がある。

〔温度差によるすきまの減少量〕 = 〔外輪との温度差による内輪の膨張量〕
 + 〔外輪との温度差による転動体の膨張量〕

記号で表すと

$$\delta_t = \alpha \times d_i \times \Delta_t + \alpha \times 2D_w \times \Delta_t' \dots\dots\dots (2.49)$$

δ_t : 温度差によるすきま減少量 α : 線膨張係数 12.5×10^{-6}
 d_i : 内輪軌道径 D_w : 転動体径
 Δ_t : 内輪と外輪の温度差 Δ_t' : 転動体と外輪の温度差

一般的に $\Delta_t = \Delta_t'$ となるため
 $\delta_t = \alpha \times (D_i + 2D_w) \times \Delta_t$

外輪軌道径 $d_e \doteq d_i + 2D_w$ となるため、

《内外輪温度差によるすきま減少量》

$$\delta_t = \alpha \times D_e \times \Delta_t \dots\dots\dots (2.50)$$

2.2.4 有効すきま

有効すきまは残留すきまから内外輪温度差によるすきま減少量を引いたものである。内外輪温度差によるすきま減少量は分布量ではないため平均値の修正のみで、標準偏差は残留すきまと同じになる。

〔有効すきま〕 = 〔残留すきま〕 - 〔内外輪温度差によるすきま減少量〕

有効すきまの平均値 : $m_{\Delta f} = m_c - (\lambda_i m_{fi} + \lambda_e m_{fe}) - \delta_t$ (2.51)

有効すきまの標準偏差 : $\sigma_{\Delta f} = \sqrt{\sigma_c^2 + \lambda_i^2 \sigma_{fi}^2 + \lambda_e^2 \sigma_{fe}^2}$ (2.52)

ここで、 m_c , m_{fi} , m_{fe} : 軸受内部すきまおよびしめしろの平均値
 σ_c , σ_{fi} , σ_{fe} : 軸受内部すきまおよびしめしろの標準偏差

有効すきまから荷重によるすきまの増加を考慮したものが運転すきまであるが、荷重の影響は不明確なため、一般的な軸受選定では安全側として有効すきまを選定を行う。

【計算例】

深溝玉軸受 6310 が軸 : k5, ハウジング : H7 で組み付けられている。
 軸受初期すきまを C3 とした時、はめあい後の残留すきまを求める。

はめあい条件より内輪しまりばめ、外輪すきまばめの条件であることから、すきまに影響するのは内輪側のみである。従って、はめあいによるすきま減少は内輪側のみの検討をすればよい。

① 計算数値の抽出

検討に必要な数値を抽出する。

(mm)

項目	基準値	許容差
軸受内径	φ50	0 ~ -0.012
軸受外径	φ110	0 ~ -0.015
軸受すきま	C3	0.018 ~ 0.038
軸径許容差	k5	+0.002 ~ +0.013
軸箱内径許容差	H7	0 ~ +0.035

② 膨張率の計算

$$\text{内輪平均軌道径} : D_i = 1.05 \times \frac{4 \times 50 + 110}{5} = 65.1$$

式 (2.37) より

$$\lambda_i = \frac{50}{65.1} = 0.77$$

③分布計算に必要な数値の算出 (3σ で計算, 単位: μm)

$$m_s = \frac{+2+13}{2} = +7.5 \quad m_i = \frac{0-12}{2} = -6 \quad m_c = \frac{+18+36}{2} = +27$$

$$\sigma_s = \frac{13-2}{2 \times 3} = 1.83 \quad \sigma_i = \frac{0-(-12)}{2 \times 3} = 2.00 \quad \sigma_c = \frac{36-18}{2 \times 3} = 3.00$$

$$m_{fi} = +7.5 - (-6) = 13.5 \quad \sigma_{fi} = \sqrt{1.83^2 + 2.00^2} = 2.71$$

④残留すきま: Δ_f

$$\text{残留すきまの平均値} : m\Delta_f = 27 - \frac{50}{50+3} \times 0.77 \times 13.5 = 17.2$$

$$\text{残留すきまの標準偏差} : \sigma\Delta_f = \sqrt{3.0^2 + \left(\frac{50 \times 0.77}{50+3}\right)^2 \times 2.71^2} = 3.6$$

$$\Delta_f = 17.2 \pm 3 \times 3.6 = 6.4 \sim 28.0 \quad (\mu\text{m})$$

3. 軸受内部の荷重

軸受は軸またはハウジングを通して荷重を支えている。負荷された荷重は転動体を介して一方の軌道輪から他方の軌道輪に伝わるが、ここでは、軸受内部でどのような荷重が発生し、転動体にどのように荷重が作用するのかを求める。

3.1 軸受内の荷重分布

3.1.1 複合荷重

接触角 α のラジアル玉軸受がラジアル荷重 F_r、アキシャル荷重 F_a の複合荷重を受ける場合、軸受中心はラジアル方向に δ_r、アキシャル方向に δ_a それぞれ移動する。図 3.1、図 3.2 に、この時の状態を示す。どちらの状態図も外輪は固定されているものとする。

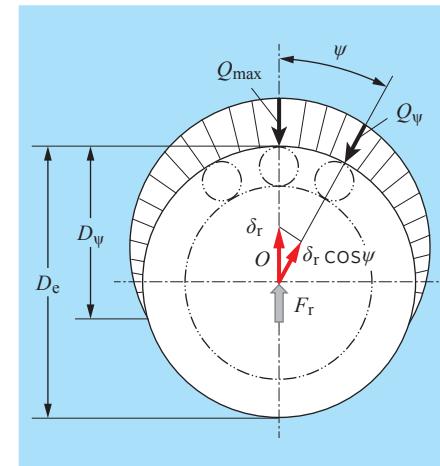


図 3.1 荷重負荷状態図 (径方向)

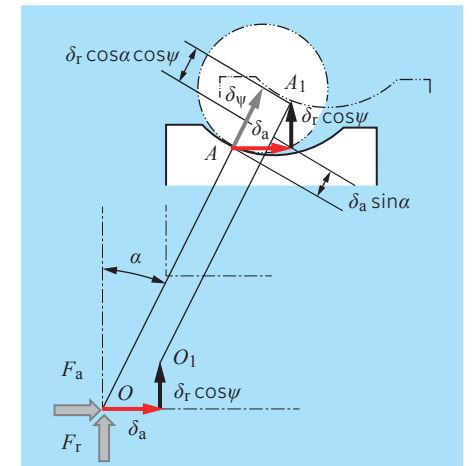


図 3.2 荷重負荷状態図 (軸方向)

径方向の状態図 (図 3.1) では下から上方向にラジアル荷重が負荷されており、荷重の負荷方向の転動体に最大の荷重 (最大転動体荷重 Q_{max}) が負荷される。その時の弾性変形量を δ_r とする。この時、任意の角度 ψ での転動体荷重を Q_ψ とすると、その方向の弾性変形量は δ_r cos ψ となる。また、この時の負荷の状態をラジアル方向の負荷範囲と直径の比率 (D_ψ/D_e) で表し、これを負荷率 (ε) という。

1) 軌道輪の接近量

軸方向の状態図 (図 3.2) は任意の角度位置 ψ での軸方向の状態を示したものであり、軸受中心にラジアル荷重 F_r とアキシャル荷重 F_a が負荷されている (ここでは荷重を受ける荷重中心を軸受中心とする)。初期の軸受中心を O、転動体と内輪の接点を A とすると、軸受中心 O と接点 A はアキシャル荷重により δ_a、ラジアル荷重により δ_r cos ψ だけ変位し、O₁、A₁ に移動する。従って、弾性変形による内輪と外輪の接近量 δ_ψ は AA₁ の接触角方向成分となり、下式で表される。

$$\text{軌道輪の接近量} : \delta_\psi = \delta_a \sin \alpha + \delta_r \cos \alpha \cos \psi \dots\dots\dots (3.1)$$

2) 負荷率：ε

負荷率は軸受内部の荷重分布を考えるうえで非常に重要な因子である。図 3.3 に負荷率と負荷範囲（荷重を受ける角度の 1/2：ψ₁）の関係を示す。本図では基準円直径 = 1 として表している。

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \textcircled{1} + \textcircled{2} \\ &= 0.5 - 0.5\cos\psi_1 \\ &= \frac{1}{2}(1 - \cos\psi_1) \dots\dots\dots (3.2) \end{aligned}$$

ψ₁ での変形量は 0 であるため、式 (3.1) より

$$\begin{aligned} \delta_{\psi_1} &= \delta_a \sin\alpha + \delta_r \cos\alpha \cos\psi_1 = 0 \\ \therefore \cos\psi_1 &= -\frac{\delta_a \sin\alpha}{\delta_r \cos\alpha} = -\frac{\delta_a \tan\alpha}{\delta_r} \end{aligned}$$

式 (3.2) より負荷率は下式で表される。

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(1 - \cos\psi_1) = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\delta_a \tan\alpha}{\delta_r}\right) \dots\dots\dots (3.3)$$

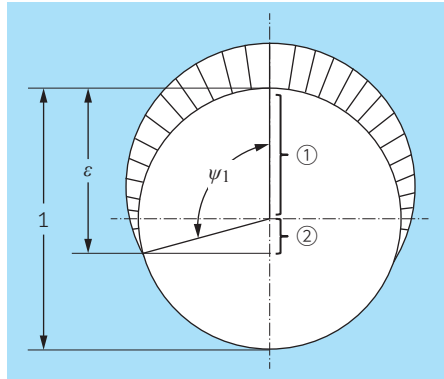


図 3.3 負荷率と負荷範囲

3) 転動体荷重

Hertz 理論によれば荷重 Q と変形 δ の間には下式の関係が得られている。

$$Q = K\delta^n \dots\dots\dots (3.4)$$

K : 接触状態で決まる定数

点接触：n = 1.5 線接触：n = 1.11

この関係は任意の位置 ψ の転動体荷重でも最大転動体荷重でも成り立つため以下の式が求まる。

$$Q_\psi = K\delta_\psi^n, \quad Q_{\max} = K\delta_{\max}^n \dots\dots\dots (3.5)$$

δ_{max} は ψ = 0 の時であるため、式 (3.1) より

$$\delta_{\max} = \delta_a \sin\alpha + \delta_r \cos\alpha \dots\dots\dots (3.6)$$

式 (3.1) ÷ 式 (3.6)

$$\begin{aligned} \frac{\delta_\psi}{\delta_{\max}} &= \frac{\delta_a \sin\alpha + \delta_r \cos\alpha \cos\psi}{\delta_a \sin\alpha + \delta_r \cos\alpha} \\ \delta_\psi &= \delta_{\max} \left\{ \frac{\delta_a \sin\alpha + \delta_r \cos\alpha \cos\psi}{\delta_a \sin\alpha + \delta_r \cos\alpha} \right\} \\ &= \delta_{\max} \left\{ 1 - \frac{\delta_r \cos\alpha (1 - \cos\psi)}{\delta_a \sin\alpha + \delta_r \cos\alpha} \right\} \\ &= \delta_{\max} \left\{ 1 - \frac{(1 - \cos\psi)}{\frac{\delta_a \tan\alpha}{\delta_r} + 1} \right\} \dots\dots\dots (3.7) \end{aligned}$$

式 (3.3) を式 (3.7) に代入する。

$$\delta_\psi = \delta_{\max} \left\{ 1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos\psi) \right\} \dots\dots\dots (3.8)$$

式 (3.8) に式 (3.5) を代入し、整理すると転動体荷重と最大転動体荷重の関係式が求まる。

$$Q_\psi = Q_{\max} \left\{ 1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos\psi) \right\}^n \dots\dots\dots (3.9)$$

点接触：n = 1.5, 線接触：n = 1.11

4) 軸受荷重と転動体荷重

軸受に荷重された荷重は一方の軌道輪から転動体を介して他方の軌道輪に伝達される。前項で転動体荷重と最大転動体荷重の関係を求めたが、ここでは、外部荷重（ラジアル荷重およびアキシャル荷重）と転動体荷重の関係を求める。

図 3.4 にラジアル荷重と転動体荷重、図 3.5 にアキシャル荷重と転動体荷重の関係を図示する。各方向の転動体に作用する力と外部荷重は釣り合うため、以下の式が成り立つ。

$$F_r = \sum_{\psi=-\psi_1}^{+\psi_1} Q_\psi \cos\alpha \cos\psi \dots\dots\dots (3.10)$$

$$F_a = \sum_{\psi=-\psi_1}^{+\psi_1} Q_\psi \sin\alpha \dots\dots\dots (3.11)$$

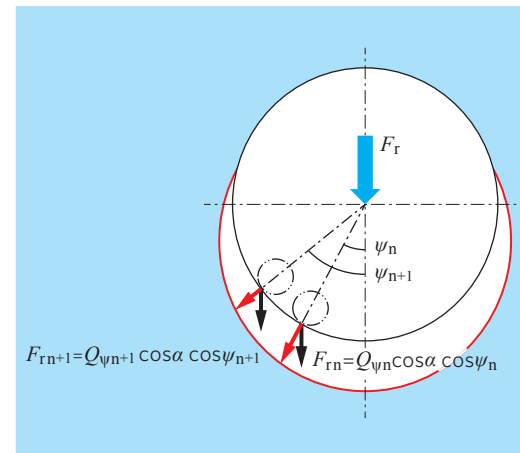


図 3.4 ラジアル荷重と転動体荷重

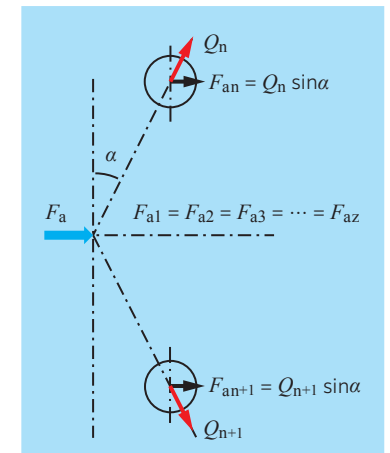


図 3.5 アキシャル荷重と転動体荷重

式 (3.10), (3.11) はベクトルの和であり不連続な形のため、一般化して連続の形に置き換える。式 (3.9) を代入して整理すると、

$$F_r = ZQ_{\max} J_r(\epsilon) \cos\alpha \dots\dots\dots (3.12)$$

$$J_r(\epsilon) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\psi_1}^{+\psi_1} \left\{ 1 - \frac{1}{2\epsilon} (1 - \cos\psi) \right\}^n \cos\psi \, d\psi \dots\dots\dots (3.13)$$

$$F_a = ZQ_{\max} J_a(\epsilon) \sin\alpha \dots\dots\dots (3.14)$$

$$J_a(\epsilon) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\psi_1}^{+\psi_1} \left\{ 1 - \frac{1}{2\epsilon} (1 - \cos\psi) \right\}^n \, d\psi \dots\dots\dots (3.15)$$

点接触： $n = 1.5$ ，線接触： $n = 1.11$

式 (3.12), (3.14) を整理すると以下のように、最大転動体荷重を算出する式が求まる。

$$Q_{\max} = \frac{F_r}{ZJ_r(\epsilon) \cos\alpha} \dots\dots\dots (3.16)$$

$$Q_{\max} = \frac{F_a}{ZJ_a(\epsilon) \sin\alpha} \dots\dots\dots (3.17)$$

Z：転動体個数 α ：接触角

ここで定義された J_r はラジアル積分、 J_a はアキシャル積分といい、Sjoväll によって導入された関数であり、軸受内の荷重分布を求める上で重要な数値である。 J_r および J_a は負荷率 ϵ が決まれば負荷範囲の ψ_1 が求まり、式 (3.13), 式 (3.15) から算出することができるが、計算は非常に煩雑である。そのため、表 3.1 のように、負荷率 ϵ に応じたラジアル積分およびアキシャル積分の表が用意されているので、通常はこの表を使って J_r , J_a を求める。

表 3.1 単列軸受のラジアル積分, アキシャル積分

ϵ	点接触			線接触		
	$\frac{F_r \tan \alpha}{F_a}$	$J_r(\epsilon)$	$J_a(\epsilon)$	$\frac{F_r \tan \alpha}{F_a}$	$J_r(\epsilon)$	$J_a(\epsilon)$
0	1	1/z	1/z	1	1/z	1/z
0.1	0.9663	0.1156	0.1196	0.9613	0.1268	0.1319
0.2	0.9318	0.1590	0.1707	0.9215	0.1737	0.1885
0.3	0.8964	0.1892	0.2110	0.8805	0.2055	0.2334
0.4	0.8601	0.2117	0.2462	0.8380	0.2286	0.2728
0.5	0.8225	0.2288	0.2782	0.7939	0.2453	0.3090
0.6	0.7835	0.2416	0.3084	0.7480	0.2568	0.3433
0.7	0.7427	0.2505	0.3374	0.6999	0.2636	0.3766
0.8	0.6995	0.2559	0.3658	0.6486	0.2658	0.4098
0.9	0.6529	0.2576	0.3945	0.5920	0.2628	0.4439
1.0	0.6000	0.2546	0.4244	0.5238	0.2523	0.4817
1.25	0.4338	0.2289	0.5044	0.3598	0.2078	0.5775
1.67	0.3088	0.1871	0.6060	0.2340	0.1589	0.6790
2.5	0.1850	0.1339	0.7240	0.1372	0.1075	0.7837
5	0.0831	0.0711	0.8558	0.0611	0.0544	0.8909
∞	0	0	1	0	0	1

≪表中の荷重パラメータ： $\frac{F_r \tan \alpha}{F_a}$ について≫

前述のように負荷率 ϵ が求まれば J_r , J_a が求まるが、使用条件からは ϵ を求めることができない。従って、使用条件と ϵ または J_r , J_a の間に何らかの関係を求め、表の中に入れてなければならない。式 (3.12) ÷ 式 (3.14) とすると

$$\frac{F_r}{F_a} = \frac{J_r(\epsilon) \cos\alpha}{J_a(\epsilon) \sin\alpha} \quad \therefore \quad \frac{F_r \tan \alpha}{F_a} = \frac{J_r(\epsilon)}{J_a(\epsilon)}$$

この荷重パラメータ： $\frac{F_r \tan \alpha}{F_a}$ は使用条件から求まる数値であるため、使用条件（ラジアル荷重、アキシャル荷重、接触角）から ϵ , J_r , J_a を求めることができる。

≪接触角 α ≫

玉軸受にアキシャル荷重が負荷されると弾性変形により接触角が変化する。ここで示す接触角 α は初期接触角 α_0 ではなく、荷重によって変化した後の接触角である。(1.1.5 項を参照のこと)

5) 最大転動体荷重の簡易計算

JIS, ISO では基本動定格荷重は、軸受すきま $\Delta = 0$ を基準としている。純ラジアル荷重で $\Delta = 0$ の時は $\epsilon = 0.5$ となるため、表 3.1 より、 $J_r(0.5) = 0.2288$ (点接触), $J_r(0.5) = 0.2453$ (線接触) となり、最大転動体荷重の簡易式は下式となる。

$$Q_{\max} = \frac{4.37F_r}{Z\cos\alpha} \quad (\text{点接触}) \quad Q_{\max} = \frac{4.08F_r}{Z\cos\alpha} \quad (\text{線接触}) \dots\dots\dots (3.18)$$

一般的に、転がり軸受は僅かなすきまで使用されるため最大転動体荷重は若干大きくなり、実用的には下式が用いられることが多い。

$$Q_{\max} = \frac{5F_r}{Z\cos\alpha} \quad (\text{点接触}) \quad Q_{\max} = \frac{4.6F_r}{Z\cos\alpha} \quad (\text{線接触}) \dots\dots\dots (3.19)$$

また、純アキシャル荷重で使用された場合には $F_r = 0$ であり、 $\epsilon = \infty$, $J_a = 1$ となるため全ての転動体は均等な転動体荷重を受ける。

$$Q_{\max} = \frac{F_a}{Z\sin\alpha} \dots\dots\dots (3.20)$$

6) 転動体荷重分布

算出された負荷率 ϵ および最大転動体荷重 Q_{\max} より転がり軸受の荷重分布を求める。式 (3.3) より負荷範囲 ψ_1 および転動体ピッチ間隔 $\Delta\psi$ を求める。

$$\psi_1 = \cos^{-1}(1 - 2\epsilon)$$

$$\Delta\psi = \frac{360}{Z} \dots\dots\dots (3.21)$$

負荷範囲 ψ_1 および転動体ピッチ間隔 $\Delta\psi$ より荷重を受ける転動体個数 $1 \sim j$ を求め、式 (3.9) より各転動体荷重 $Q_{\psi 1} \sim Q_{\psi j}$ を求める。

$$Q_{\psi 1 \sim j} = Q_{\max} \left\{ 1 - \frac{1}{2\epsilon} (1 - \cos\psi_{1 \sim j}) \right\}^n \dots\dots\dots (3.22)$$

3.1.2 ラジアル荷重（すきまの場合）

外部荷重としてアキシャル荷重が負荷されない場合には荷重パラメータの分母が0になり、前項（複合荷重の場合）のラジアル積分表ではεおよび $J_r(\epsilon)$ を算出できない。ラジアル荷重のみが負荷された場合はラジアル内部すきまと負荷率の関係からεと $J_r(\epsilon)$ を求め、各転動体荷重を求める。

ラジアル荷重のみが負荷された場合の変位については、中立状態からの変位量を求めなければならない。中立状態とは内外輪の軸中心および転動体ピッチ径の軸中心が一致した図3.6の状態をいう。この時、軸受のラジアル内部すきま Δ_r は転動体（直径 D_w ）と内輪軌道径 d_i および外輪軌道径 d_e の間に均等に配置されている。

中立状態の軸受にラジアル荷重が負荷された時の模式図を図3.7に示す。図の外側の円は外輪軌道径 d_e 、内側の円は外接円径（ $d_i + 2D_w$ ）を表している。軸受にラジアル荷重が負荷されると中立状態からラジアル内部すきまの半分 $\Delta_r/2$ だけ移動し、転動体と内外輪が接触する。さらにラジアル荷重により弾性変形 δ_{max} が発生するため、中立位置からの変位量 δ_r' は $\Delta_r/2 + \delta_{max}$ となる。角度 ψ は任意の位置を示し、 δ_ψ はその方向の弾性変形量である。弾性変形量は小さいため便宜上、矢印で表している。

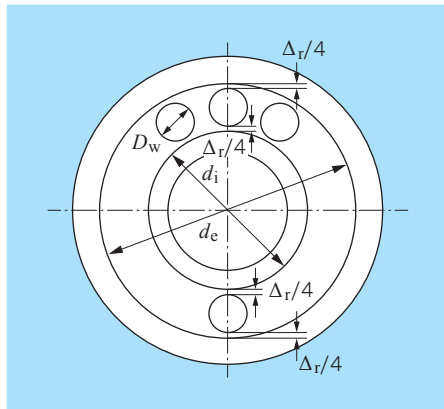


図 3.6 中立位置

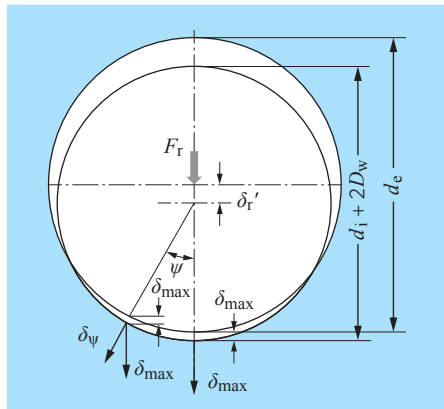


図 3.7 ラジアル荷重負荷時の変位

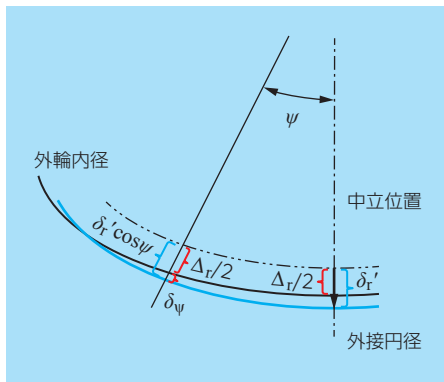


図 3.8 接触部拡大図

変形部の拡大図を図3.8に示す。中立位置からラジアル荷重方向に δ_r' 変位するということは、任意の位置 ψ でも最大転動体位置と同様にラジアル荷重方向に δ_r' の変位をする。従って、 ψ 方向の変位量は $\delta_r' \cos \psi$ となる。また、 ψ 方向の移動量は（ ψ 方向の弾性変形量： δ_ψ ）+（ラジアル内部すきまの半分： $\Delta_r/2$ ）となる。

従って、 ψ 方向の弾性変形量 δ_ψ は

$$\delta_\psi = \delta_r' \cos \psi - \Delta_r / 2 \dots\dots\dots (3.23)$$

負荷位置 $\psi = 0$ の時に変位量は最大になる。

$$\delta_{max} = \delta_r' - \Delta_r / 2 \dots\dots\dots (3.24)$$

ψ_1 （限界角）の時、変位量 δ_{ψ_1} は0になるため

$$\delta_{\psi_1} = \delta_r' \cos \psi_1 - \Delta_r / 2 = 0$$

$$\therefore \cos \psi_1 = \frac{\Delta_r}{2\delta_r'}$$

負荷率εをすきまと変位量で表せば

$$\epsilon = \frac{1}{2} (1 - \cos \psi_1) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\Delta_r}{2\delta_r'} \right) \dots\dots\dots (3.25)$$

ラジアル転がり軸受の最大弾性変形量 δ_{max} は下式で示される。

$$\text{玉軸受} : \delta_{max} = \frac{0.00044}{\cos \alpha} \sqrt[3]{\frac{Q_{max}^2}{D_w}} \dots\dots\dots (3.26)$$

$$\text{ころ軸受} : \delta_{max} = \frac{0.000077}{\cos \alpha} \frac{Q_{max}^{0.9}}{L_{we}^{0.8}} \dots\dots\dots (3.27)$$

D_w : 転動体径 L_{we} : ころ有効長さ
 $L_{we} = (\text{ころ長さ}) - 2 \times (\text{ころ面取り})$
 * 弾性変形については4章を参照のこと。

最大転動体荷重は式(3.16)より

$$Q_{max} = \frac{F_r}{Z J_r(\epsilon) \cos \alpha} \dots\dots\dots (3.16)$$

式(3.16), (3.24), (3.25), (3.26), (3.27)より負荷率とラジアル積分の関係式が求まる。

$$\text{玉軸受} : \frac{\epsilon}{1 - 2\epsilon} J_r^{2/3} = \frac{0.00044 F_r^{2/3}}{\Delta_r D_w^{1/3} Z^{2/3} \cos^{5/3} \alpha} \dots\dots\dots (3.28)$$

$$\frac{\epsilon}{1 - 2\epsilon} J_r^{2/3} = K_B \frac{F_r^{2/3}}{\Delta_r} \dots\dots\dots (3.29)$$

ここで, $K_B = \frac{0.00044}{D_w^{1/3} Z^{2/3} \cos^{5/3} \alpha}$

ころ軸受: $\frac{\varepsilon}{1-2\varepsilon} J_r^{1/1.1} = \frac{0.000077 F_r^{0.9}}{\Delta_r L_{we}^{0.8} Z^{0.9} \cos^{1.9} \alpha} \dots\dots\dots (3.30)$

$\frac{\varepsilon}{1-2\varepsilon} J_r^{1/1.1} = K_R \frac{F_r^{0.9}}{\Delta_r} \dots\dots\dots (3.31)$

ここで, $K_R = \frac{0.000077}{L_{we}^{0.8} Z^{0.9} \cos^{1.9} \alpha}$

F_r : ラジアル荷重 (N) Δ_r : ラジアル内部すきま (mm)
 K_B, K_R : 内部諸元によって決まる係数

ラジアル積分は負荷率によって定まる関数であるため表 3.1 より ε と $J_r(\varepsilon)$ を読み取り, 使用軸受, 使用条件から上式の左辺と右辺が一致するように繰り返し計算することによって, $\varepsilon, J_r(\varepsilon)$ を求める。軸受型番ごとの係数 K_B, K_R を表 3.2 に示す。

求められた $J_r(\varepsilon)$ より, 3.1.1 項同様に最大転動体荷重および転動体荷重分布を算出することができる。また, すきまと負荷率の関係を求めることにより, すきまと最大転動体荷重の関係を求めることができる。

3.1.3 中心アキシアル荷重

アキシアル荷重が中心に負荷された場合の最大転動体荷重は式 (3.17) より下式となる。

$Q_{max} = \frac{F_a}{Z J_a(\varepsilon) \sin \alpha} \dots\dots\dots (3.17)$

アキシアル積分表 (表 3.1) からアキシアル荷重のみが負荷された場合には負荷率 ε は ∞ となり, $J_a(\varepsilon) = 1$ となる。従って, 転動体荷重は

転動体荷重: $Q = \frac{F_a}{Z \sin \alpha}$

F_a : 中心アキシアル荷重
 Z : 転動体個数
 α : 接触角 (荷重負荷後の接触角*)
 * 1.1.5 項を参照のこと

接触角を持ったラジアル軸受やスラスト軸受のような転がり軸受に中心アキシアル荷重が負荷された場合には, すべての転動体が均等な荷重を受ける。

表 3.2 ε, J_r の係数 K_B, K_R (× 10⁻⁵)

内径 番号	深溝玉軸受: K_B			円筒ころ軸受: K_R	
	60系列	62系列	63系列	NU2E系列	NU3E系列
00	7.15	6.54	6.92	—	—
01	6.54	6.79	6.68	—	—
02	6.04	6.49	6.03	—	—
03	6.21	6.24	5.84	—	—
04	5.49	5.51	5.67	1.69	1.67
05	5.12	5.10	5.39	1.45	1.41
06	4.62	4.80	4.82	1.32	1.21
07	4.46	4.56	4.62	1.13	0.984
08	4.21	4.45	4.45	1.13	0.996
09	3.86	4.36	4.24	0.988	0.906
10	3.68	4.06	4.12	0.933	0.859
11	3.66	3.91	2.53	0.816	0.779
12	3.48	3.77	3.91	0.816	0.758
13	3.32	3.71	3.03	0.796	0.697
14	3.32	3.65	3.74	0.712	0.646
15	3.17	3.43	3.67	0.641	0.602
16	3.18	3.55	3.60	0.641	0.590
17	3.04	3.29	3.53	0.612	0.535
18	3.07	3.37	3.47	0.595	0.539
19	2.93	3.29	3.42	0.547	0.504
20	2.93	3.22	3.32	0.507	0.518
22	2.88	3.10	3.27	0.473	0.459
24	2.75	3.05	3.18	0.449	0.445
26	2.64	2.99	3.18	0.449	0.398
28	2.53	2.99	3.11	0.406	0.390
30	2.46	2.81	3.03	0.383	0.367

3.1.4 偏心アキシャル荷重

前項でアキシャル荷重が中心軸に負荷された場合について述べたが、この項では偏心アキシャル荷重を受けた場合を考える。図 3.9 に偏心アキシャル荷重 F_a を負荷された時の単式スラスト玉軸受を示す。軸受中心より一定の離れた位置（距離 e ）にアキシャル荷重 (F_a) が負荷された時、軌道輪は θ だけ傾き、軸受中心で δ_a 、最大転動体荷重 (Q_{max}) 位置で δ_{max} 変形する。

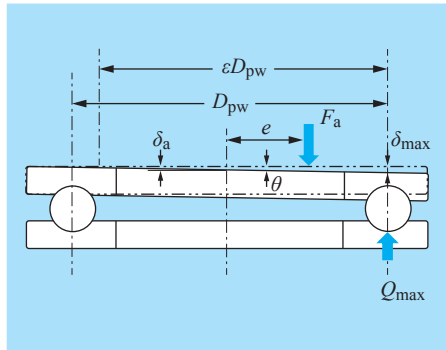


図 3.9 偏心アキシャル荷重負荷のスラスト軸受

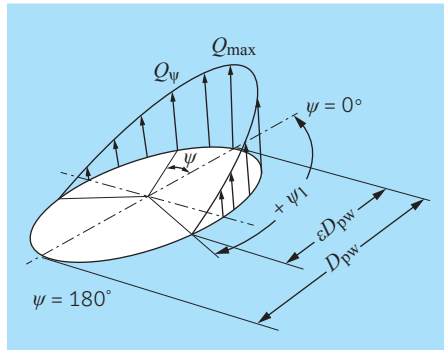


図 3.10 偏心荷重の分布

図 3.10 に偏心アキシャル荷重によって発生する荷重の分布を示す。この荷重によって転動体は $-\psi_1 \sim +\psi_1$ の範囲で負荷を受け、その時の負荷率は ε となる。 Q_ψ は任意の位置 ψ での転動体荷重である。図 3.9 より最大転動体位置での変形量は

$$\delta_{max} = \delta_a + \frac{D_{pw}}{2} \tan \theta \dots\dots\dots (3.32)$$

任意の位置 ψ での変形量は

$$\delta_\psi = \delta_a + \frac{D_{pw}}{2} \tan \theta \cos \psi \dots\dots\dots (3.33)$$

式 (3.32), (3.33) より

$$\delta_\psi = \delta_{max} \left\{ 1 - \frac{D_{pw} \tan \theta}{2\delta_{max}} (1 - \cos \psi) \right\} \dots\dots\dots (3.34)$$

式 (3.34) に式 (3.32) を代入して整理する。

$$\delta_\psi = \delta_{max} \left\{ 1 - \frac{1}{2 \times \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\delta_a}{D_{pw} \tan \theta} \right)} (1 - \cos \psi) \right\} \dots\dots\dots (3.35)$$

複合荷重の場合と同様、負荷限界角 ψ_1 では変形量は 0 となるため

$$\delta_{\psi_1} = \delta_a + \frac{D_{pw}}{2} \tan \theta \cos \psi_1 = 0$$

$$\therefore \cos \psi_1 = \frac{-2\delta_a}{D_{pw} \tan \theta}$$

負荷率の式 (3.3) より

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (1 - \cos \psi_1) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\delta_a}{D_{pw} \tan \theta} \right) \dots\dots\dots (3.36)$$

式 (3.36) を式 (3.35) に代入すると

$$\delta_\psi = \delta_{max} \left\{ 1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos \psi) \right\}$$

複合荷重の場合と同様、転動体荷重は

$$Q_\psi = Q_{max} \left\{ 1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos \psi) \right\}^n \dots\dots\dots (3.9)$$

点接触 : $n = 1.5$, 線接触 : $n = 1.11$

アキシャル荷重 F_a とモーメント荷重 M の釣合い条件により

$$F_a = \sum_{\psi=0}^{\psi=\pm\pi} Q_\psi \sin \alpha$$

$$M = eF_a = \sum_{\psi=0}^{\psi=\pm\pi} \frac{1}{2} Q_\psi D_{pw} \sin \alpha \cos \psi$$

アキシャル積分とモーメント積分に置き換えると

$$F_a = ZQ_{max} J_a(\varepsilon) \sin \alpha \dots\dots\dots (3.37)$$

$$J_a(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\psi_1}^{+\psi_1} \left\{ 1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos \psi) \right\}^n d\psi$$

$$M = \frac{1}{2} ZQ_{max} D_{pw} J_m(\varepsilon) \sin \alpha \dots\dots\dots (3.38)$$

$$J_m(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\psi_1}^{+\psi_1} \left\{ 1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos \psi) \right\}^n \cos \psi d\psi$$

式 (3.37), (3.38) を整理するとスラスト軸受のアキシャル荷重 F_a 、モーメント荷重 M から最大転動体荷重を求める式が得られる。

$$Q_{max} = \frac{F_a}{ZJ_a(\varepsilon) \sin \alpha} \dots\dots\dots (3.39)$$

$$Q_{max} = \frac{2M}{ZD_p J_m(\varepsilon) \sin \alpha} \dots\dots\dots (3.40)$$

ここで示された $J_a(\varepsilon)$, $J_m(\varepsilon)$ はスラスト軸受のアクシアル積分, モーメント積分であり, ε により決定されるが, 使用条件からは ε を求めることはできない。ラジアル軸受の時と同様に, 使用条件との関係を求める。式 (3.38) ÷ 式 (3.37) とすると,

$$\frac{M}{F_a} = \frac{eF_a}{F_a} = \frac{1}{2} \frac{ZQ_{\max} D_{pw} J_m(\varepsilon) \sin\alpha}{ZQ_{\max} J_a(\varepsilon) \sin\alpha} \quad \therefore \frac{2e}{D_{pw}} = \frac{J_m(\varepsilon)}{J_a(\varepsilon)}$$

ここで, $2e/D_{pw}$ は使用条件から求まる数値であり, 表 3.3 に ε と $J_a(\varepsilon)$, $J_m(\varepsilon)$ および $2e/D_{pw}$ の関係を示す。この表を用いて, $2e/D_{pw}$ から ε と $J_a(\varepsilon)$, $J_m(\varepsilon)$ を求めることができる。

表 3.3 単列スラスト軸受のアクシアル積分, モーメント積分

ε	点接触			線接触		
	$\frac{2e}{D_{pw}}$	$J_m(\varepsilon)$	$J_a(\varepsilon)$	$\frac{2e}{D_{pw}}$	$J_m(\varepsilon)$	$J_a(\varepsilon)$
0	1	1/2	1/2	1	1/2	1/2
0.1	0.9666	0.1156	0.1196	0.9613	0.1268	0.1319
0.2	0.9315	0.1590	0.1707	0.9215	0.1737	0.1885
0.3	0.8967	0.1892	0.2110	0.8805	0.2055	0.2334
0.4	0.8599	0.2117	0.2462	0.8380	0.2286	0.2728
0.5	0.8224	0.2288	0.2782	0.7939	0.2453	0.3090
0.6	0.7834	0.2416	0.3084	0.7480	0.2568	0.3433
0.7	0.7424	0.2505	0.3374	0.6999	0.2636	0.3766
0.8	0.6996	0.2559	0.3658	0.6486	0.2658	0.4098
0.9	0.6530	0.2576	0.3945	0.5920	0.2628	0.4439
1.0	0.5999	0.2546	0.4244	0.5238	0.2523	0.4817
1.25	0.4538	0.2289	0.5044	0.3598	0.2078	0.5775
1.67	0.3987	0.1871	0.6060	0.2340	0.1589	0.6790
2.5	0.1849	0.1339	0.7240	0.1372	0.1074	0.7837
5	0.0831	0.0711	0.8558	0.0611	0.0544	0.8909
∞	0	0	1	0	0	1

偏心アクシアル荷重としてここでは単式スラスト玉軸受で説明したが, 接触角を持つ軸受であれば同様に求めることができる。

【計算例】

(3-1) 荷重分布 (複合荷重)

深溝玉軸受 6208 がラジアル荷重 $F_r = 3\,000\text{ N}$, アクシアル荷重 $F_a = 1\,200\text{ N}$ の荷重を受けています。ラジアル内部すきま $\Delta_r = 0.015\text{ mm}$ の時の最大転動体荷重を, 簡易計算法とラジアル積分を用いた計算の 2 通りで計算する。さらに各転動体荷重を求める。

玉数は $Z = 9$ とする。

①簡易計算

$$Q_{\max} = \frac{5 \times 3\,000}{9} = 1\,667 \text{ (N)}$$

② J_r から算出

$$\text{初期接触角: } \alpha_0 = \cos^{-1}\left(\frac{S - \frac{\Delta_r}{2}}{S}\right) = 10.2^\circ \quad \text{表 1.1 より } S = 0.476$$

深溝玉軸受にアクシアル荷重が負荷されると接触角が変化するため図 1.15 の $\alpha_0 = 10^\circ$ の線図より読み取ると $\alpha \doteq 16.5^\circ$

$$\frac{F_r \tan\alpha}{F_a} = \frac{3\,000 \times \tan 16.5^\circ}{1\,200} = 0.7405$$

表 3.1 より比例補間を行うと

$$\varepsilon = 0.705, \quad J_r = 0.2508$$

式 (3.16) より

$$Q_{\max} = \frac{3\,000}{9 \times 0.2508 \times \cos 16.5^\circ} = 1\,386 \text{ (N)}$$

③各転動体荷重

$$\text{転動体のピッチ角度: } \Delta\psi = 360^\circ / 9 = 40^\circ$$

$$\text{負荷範囲: } \psi_1 = \cos^{-1}(1 - 2 \times 0.705) = 114.2^\circ$$

従って, 最下点から 3 個目までが負荷を受ける。

$$\text{各転動体荷重: } Q_\psi = 1\,386 \times \left\{ 1 - \frac{(1 - \cos\psi)}{2 \times 0.705} \right\}$$

$\psi = 0^\circ, 40^\circ, 80^\circ$ を代入して計算すると右表のようになる。

ψ ($^\circ$)	Q_ψ (N)
0	1 386
± 40	1 155
± 80	570
± 120	0
± 160	0

(3-2) 荷重分布 (ラジアル荷重)

深溝玉軸受 6010 がラジアル荷重 $F_r = 15\ 000\ \text{N}$ の荷重を受けている。ラジアル内部すきま $\Delta_r = 0.04\ \text{mm}$ の時の負荷率と最大転動体荷重を求める。

玉数は $Z = 14$ とする。

表 3.2 より 6010 の係数は $K_B = 3.68$

式 (3.29) に必要項目を入れると

$$\frac{\varepsilon}{1-2\varepsilon} J_r^{2/3} = 3.68 \times 10^{-5} \times \frac{15\ 000^{2/3}}{0.04}$$

ラジアル積分表 (表 3.1) より ε と J_r で上式が釣り合うまで繰り返し計算を行う。

ε	$J_r(\varepsilon)$	左辺	右辺	差
0.3	0.1892	0.2472	0.5596	-0.3124
0.35	0.2005	0.3996	0.5596	-0.1600
0.38	0.2072	0.5544	0.5596	-0.0052
0.4	0.2117	0.7104	0.5596	0.1508

繰り返し計算の結果, $\varepsilon = 0.38$, $J_r = 0.2072$ となる。

$$Q_{\max} = \frac{15\ 000}{14 \times 0.2072} = 5\ 170\ (\text{N})$$

(3-3) 荷重分布 (中心アキシャル荷重)

アンギュラ玉軸受 7216 の軸受中心に $F_a = 10\ \text{kN}$ のアキシャル荷重が負荷されている時の最大転動体荷重を求める。玉数は $Z = 15$ とする。

初期接触角 $\alpha_0 = 30^\circ$ のため, 荷重負荷時の接触角は 1.1.5 項より $\alpha = 32.6$ とする。

$$Q_{\max} = \frac{10\ 000}{15 \times \sin 32.6^\circ} = 1\ 237\ (\text{N})$$

(3-4) 荷重分布 (偏心アキシャル荷重)

単式スラスト玉軸受 51110 が軸受中心より 25 mm の位置に $F_a = 3\ 000\ \text{N}$ のアキシャル荷重を受けている。この軸受の最大転動体荷重と負荷範囲を求める。

51110 計算諸元: $D_{pw} = 60\ \text{mm}$, 接触角 $\alpha = 90^\circ$, 玉数は $Z = 24$ とする。

パラメータを算出する。

$$2e/D_{pw} = 2 \times 25/60 = 0.833$$

表 3.3 に比例補間を行うと, 以下を得られる。

$$\varepsilon = 0.4709$$

$$J_a = 0.2689$$

$$Q_{\max} = \frac{3\ 000}{24 \times 0.2689} = 465\ (\text{N})$$

式 (3.36) より

$$\psi_1 = \cos^{-1}(1 - 2 \times 0.4709) = 86.66^\circ$$

従って, $\pm 86.66^\circ$ の範囲で負荷を受ける。

3.2 ミスアライメントと最大転動体荷重

深溝玉軸受は軸の傾きや取付誤差等のミスアライメントによってモーメント荷重が負荷される場合がある。深溝玉軸受にモーメント荷重が負荷された場合はそれぞれの転動体で異なる接触角をもち非常に複雑な計算になるため, ここでは最大転動体荷重位置での計算を行う。

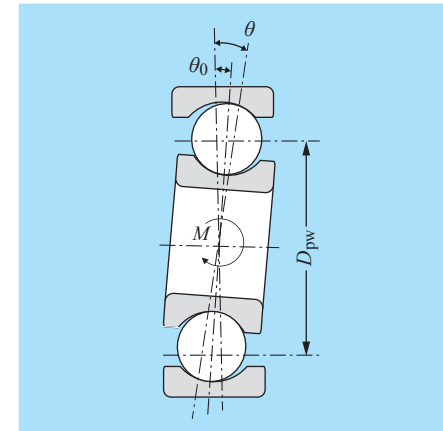


図 3.11 モーメント荷重負荷時

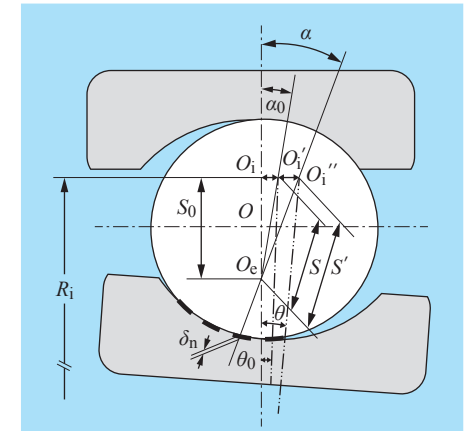


図 3.12 モーメント荷重負荷時の詳細図

図 3.11 はラジアル内部すきまによる角振れ θ_0 が発生した深溝玉軸受にモーメント荷重 M が負荷された時, ミスアライメントが θ となった状態図である。図 3.12 は中立状態の内輪溝中心 O_i が角振れにより O_i' まで移動し, モーメント荷重により O_i'' まで移動した時の詳細図である。図中の記号を下記に示す。

- O, O_i, O_e : 中立位置での玉中心, 内輪溝中心, 外輪溝中心
- O_i' : 角振れにより移動した内輪溝中心
- O_i'' : モーメント荷重により移動した内輪溝中心
- R_i : 軸受中心から内輪溝中心までの距離 (半径) (mm)
- θ_0 : 角振れ (rad)
- θ : モーメント荷重によるミスアライメント (rad)
- δ_n : 最大転動体荷重位置での変形量 (mm)
- S_0 : 中立位置での内輪溝中心と外輪溝中心の距離 (mm)
 $S_0 = S - \Delta_r/2$ Δ_r : ラジアル内部すきま (mm)
- S : 初期接触 (角振れ) 位置での内輪溝中心と外輪溝中心の距離 (mm)
 $S = D_w (f_i + f_e - 1) \dots \dots \dots (3.41)$
 f_i : 内輪溝半径比 (r_i/D_w) f_e : 外輪溝半径比 (r_e/D_w)
 D_w : 転動体径 (mm)
- S' : モーメント荷重位置での内輪溝中心と外輪溝中心の距離 (mm)
 $S' = S + \delta_n \dots \dots \dots (3.42)$

図 3.12 においてミスアライメント θ_0 、 θ は非常に小さいため内輪溝中心は軸受中心軸に平行に移動したものと近似すると、 $O_e O_1 O_1''$ は直角三角形となり

$$S' = \sqrt{(R_1 \theta)^2 + S_0^2}$$

式 (3.42) より

$$\delta_n = \sqrt{(R_1 \theta)^2 + S_0^2} - S \dots\dots\dots (3.43)$$

式 (3.26) より

$$\begin{aligned} \delta_{\max} &= 0.00044 \sqrt[3]{\frac{Q_{\max}^2}{D_w}} \\ \therefore Q_{\max} &= D_w^{1/2} \left(\frac{\delta}{0.00044} \right)^{3/2} \dots\dots\dots (3.44) \end{aligned}$$

式 (3.41)、式 (3.43)、式 (3.44) より整理すると最大転動体荷重は

$$Q_{\max} = K_M D_w^2 \left\{ \sqrt{\left(\frac{R_1 \theta}{S} \right)^2 + \left(\frac{S_0}{S} \right)^2} - 1 \right\}^{3/2} \text{ (N)} \dots\dots\dots (3.45)$$

ここで、 $K_M = 719$

概略計算するために、下記の置き換えにより式 (3.45) を整理する (第 1 章参照)。

$$\begin{aligned} D_w &\doteq 0.3(D - d) \\ R_1 &\doteq (D + d)/4 \end{aligned}$$

ここで、 D : 軸受外径、 d : 軸受内径

$$Q_{\max} = 64.7(D - d)^2 \left[\sqrt{\left(\frac{\theta(D + d)}{4S} \right)^2 + \left(1 - \frac{\Delta_r}{2S} \right)^2} - 1 \right]^{3/2} \dots\dots\dots (3.46)$$

θ : モーメント荷重によるミスアライメント (rad)

S : 深溝玉軸受の溝中心間距離 [1.1 項軸受すきま 表 1.1] より求める

本計算は概算値のため詳細計算が必要な場合は NTN にご照会ください。

【計算例】

(3-5) ミスアライメントと最大転動体荷重

深溝玉軸受 6206 がミスアライメント 0.007 で組付けられている。ラジアル内部すきま 0 ~ 0.05 mm の間で発生する最大転動体荷重を求める。

6206 計算諸元 : 内径 $d = 30$ mm、外径 $D = 62$ mm、係数 $S = 0.381$

式 (3.46) より $\Delta_r = 0.01$ mm の場合

$$Q_{\max} = 64.7(62 - 30)^2 \left[\sqrt{\left(\frac{0.007(62 - 30)}{4 \times 0.381} \right)^2 + \left(1 - \frac{0.01}{2 \times 0.381} \right)^2} - 1 \right]^{3/2} = 1320 \text{ N}$$

ラジアル内部すきま 0 ~ 0.05 mm で同様の計算すると

ラジアル内部すきま (mm)	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
最大転動体荷重 (N)	1660	1320	1010	730	480	270

3.3 接触応力と弾性変形

接触した 2 つの物体に荷重が負荷された場合、接触部では弾性変形を起こして面積を持つ。この状態を弾性接触といい、弾性接触理論は Hertz により 19 世紀に確立された。転がり軸受における転動体と軌道輪の接触も通常、弾性領域で行われるため、弾性接触理論が適用される。転がり軸受の線接触については、Palmgren の実験によってさらに使いやすい形に整理された。

3.3.1 2 物体の接触

転がり軸受を想定した 2 物体の接触状態の模式図を図 3.13 および図 3.14 に示す。図 3.13 は物体 1 (転動体) と、物体 2 (内輪) が点接触している図であるが、転がり軸受の場合、主曲率は回転方向の平面 I と軸方向の平面 II となる。図中の記号は主平面での半径を表したもので、前の添字記号が物体 (1 または 2) の記号を、後ろの添付記号が平面 (平面 I または平面 II) を表す。曲率 ρ と半径 r は逆数の関係にあり、曲率は凸が "+", 凹が "-" になる。

$$\begin{aligned} \rho_{1I} &= \frac{1}{r_{1I}} : \text{物体 1 の平面 I の曲率} \\ \rho_{1II} &= \frac{1}{r_{1II}} : \text{物体 1 の平面 II の曲率} \\ \rho_{2I} &= \frac{1}{r_{2I}} : \text{物体 2 の平面 I の曲率} \\ \rho_{2II} &= \frac{1}{r_{2II}} : \text{物体 2 の平面 II の曲率} \end{aligned}$$

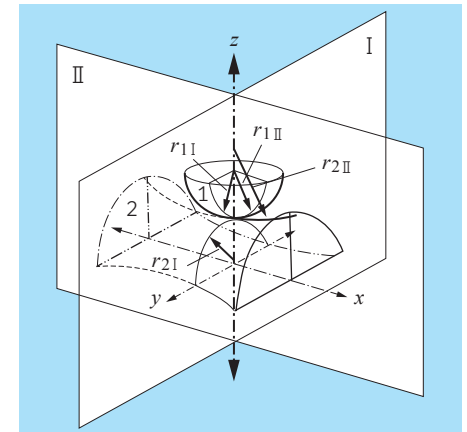


図 3.13 2 物体の接触 (点接触)

図 3.14 は線接触の状態を表している。線接触では軸方向は直線で接触するため、回転方向だけが曲率を持っており、主曲率は下記になる。

$$\begin{aligned} \rho_{1I} &= \frac{1}{r_{1I}} : \text{物体 1 の回転方向の曲率} \\ \rho_{2I} &= \frac{1}{r_{2I}} : \text{物体 2 の回転方向の曲率} \\ \rho_{1II} &= \rho_{2II} = 0 \end{aligned}$$

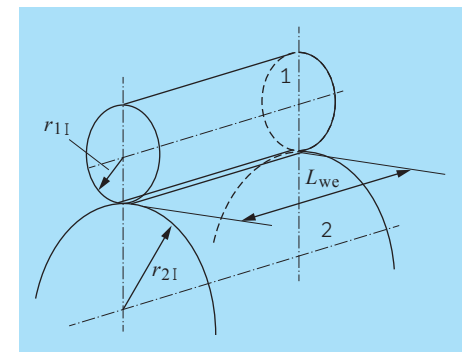


図 3.14 2 物体の接触 (線接触)

深溝玉軸受の例を図 3.15 に示す。図中の赤字は外輪の場合である。

$$\begin{aligned} \text{転動体} : \rho_{1I} &= \frac{1}{r_{1I}}, \quad \rho_{1II} = \frac{1}{r_{1II}} \\ \text{内輪} : \rho_{2I} &= \frac{1}{r_{2I}} = \frac{2}{D_{pw} - D_w} \\ &\rho_{2II} = -\frac{1}{r_{2II}} \\ \text{外輪} : \rho_{2I} &= -\frac{1}{r_{2I}} = -\frac{2}{D_{pw} + D_w} \\ &\rho_{2II} = -\frac{1}{r_{2II}} \end{aligned}$$

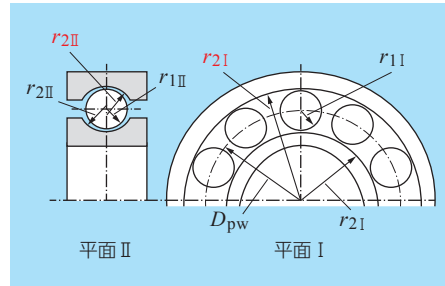


図 3.15 深溝玉軸受の接触半径

3.3.2 接触応力と弾性変形

弾性接触をする時の接触応力と接触面の形状を求めるには Hertz 理論に基づいた計算を行うが、これらを計算するためには主曲率の総和； $\sum\rho$ と補助変数 $\cos\tau$ が必要になる。

1) 曲率総和と補助変数

$$\text{曲率総和} : \sum\rho = \rho_{1I} + \rho_{1II} + \rho_{2I} + \rho_{2II} \dots\dots\dots (3.47)$$

曲率は凸面が “+”, 凹面が “-”

$$\text{補助変数} : \cos\tau = \frac{|(\rho_{1I} - \rho_{1II}) + (\rho_{2I} - \rho_{2II})|}{\sum\rho} \dots\dots\dots (3.48)$$

2) 点接触

玉軸受では転がり方向の曲率と軸方向の曲率が異なるため接触面はだ円形状となる。これを接触だ円といい、図 3.16 にその応力分布図を示す。応力は接触域の中央部で最大応力 σ_{max} となり、接触だ円の長軸 (x 軸) は軸方向、短軸 (y 軸) は転がり方向である。玉と軌道輪がともに鋼の場合、縦弾性係数 2.07×10^5 MPa、ポアソン比 0.3 とすると、最大接触応力、長軸半径 a 、短軸半径 b および弾性接近量 δ は下式により求めることができる。

$$\sigma_{max} = 855 \frac{\sqrt[3]{Q(\sum\rho)^2}}{\mu\nu} \dots\dots (3.49)$$

$$a = 23.6 \times 10^{-3} \mu \sqrt[3]{\frac{Q}{\sum\rho}} \dots\dots (3.50)$$

$$b = 23.6 \times 10^{-3} \nu \sqrt[3]{\frac{Q}{\sum\rho}} \dots\dots (3.51)$$

$$\delta = 0.279 \times 10^{-3} \frac{2K}{\pi\mu} \sqrt[3]{\sum\rho Q^2} \dots\dots\dots (3.52)$$

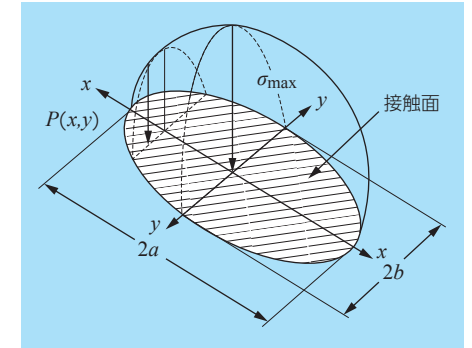


図 3.16 接触面と応力分布 (点接触)

- σ_{max} : 最大接触応力 (MPa)
- a : 接触だ円長軸半径 (mm) b : 接触だ円短軸半径 (mm)
- δ : 接触部の弾性変位量 (mm)
- $\mu, \nu, 2K/\pi\mu$: 補助変数 $\cos\tau$ によって決まる係数 (表 3.4, 表 3.5)
- $\sum\rho$: 曲率総和 (mm^{-1})
- Q : 転動体荷重 (N) 通常は最大転動体荷重で計算する
[3.1 項軸受内の荷重分布] より Q_{max} を求める

表 3.4 接触係数表 I

$\cos\tau$	μ	ν	$2K/\pi\mu$	$\cos\tau$	μ	ν	$2K/\pi\mu$
0.9995	23.95	0.163	0.171	0.9825	6.26	0.319	0.444
0.999	18.53	0.185	0.207	0.982	6.19	0.321	0.447
0.9985	15.77	0.201	0.23	0.9815	6.12	0.323	0.45
0.998	14.25	0.212	0.249	0.981	6.06	0.325	0.453
0.9975	13.15	0.22	0.266	0.9805	6	0.327	0.456
0.997	12.26	0.228	0.279	0.98	5.94	0.328	0.459
0.9965	11.58	0.235	0.291	0.9795	5.89	0.33	0.462
0.996	11.02	0.241	0.302	0.979	5.83	0.332	0.465
0.9955	10.53	0.246	0.311	0.9785	5.78	0.333	0.468
0.995	10.15	0.251	0.32	0.978	5.72	0.335	0.47
0.9945	9.77	0.256	0.328	0.9775	5.67	0.336	0.473
0.994	9.46	0.26	0.336	0.977	5.63	0.338	0.476
0.9935	9.17	0.264	0.343	0.9765	5.58	0.339	0.478
0.993	8.92	0.268	0.35	0.976	5.53	0.34	0.481
0.9925	8.68	0.271	0.356	0.9755	5.49	0.342	0.483
0.992	8.47	0.275	0.362	0.975	5.44	0.343	0.486
0.9915	8.27	0.278	0.368	0.9745	5.39	0.345	0.489
0.991	8.1	0.281	0.373	0.974	5.35	0.346	0.491
0.9905	7.93	0.284	0.379	0.9735	5.32	0.347	0.493
0.99	7.76	0.287	0.384	0.973	5.28	0.349	0.495
0.9895	7.62	0.289	0.388	0.9725	5.24	0.35	0.498
0.989	7.49	0.292	0.393	0.972	5.2	0.351	0.5
0.9885	7.37	0.294	0.398	0.9715	5.16	0.353	0.502
0.988	7.25	0.297	0.402	0.971	5.13	0.354	0.505
0.9875	7.13	0.299	0.407	0.9705	5.09	0.355	0.507
0.987	7.02	0.301	0.411	0.97	5.05	0.357	0.509
0.9865	6.93	0.303	0.416	0.969	4.98	0.359	0.513
0.986	6.84	0.305	0.42	0.968	4.92	0.361	0.518
0.9855	6.74	0.307	0.423	0.967	4.86	0.363	0.522
0.985	6.64	0.31	0.427	0.966	4.81	0.365	0.526
0.9845	6.55	0.312	0.43	0.965	4.76	0.367	0.53
0.984	6.47	0.314	0.433	0.964	4.7	0.369	0.533
0.9835	6.4	0.316	0.437	0.963	4.65	0.371	0.536
0.983	6.33	0.317	0.44	0.962	4.61	0.374	0.54

表 3.5 接触係数表 II

$\cos\tau$	μ	ν	$2K/\pi\mu$	$\cos\tau$	μ	ν	$2K/\pi\mu$
0.961	4.56	0.376	0.543	0.904	3.15	0.456	0.674
0.96	4.51	0.378	0.546	0.902	3.12	0.459	0.677
0.959	4.47	0.38	0.55	0.9	3.09	0.461	0.68
0.958	4.42	0.382	0.553	0.895	3.03	0.466	0.688
0.957	4.38	0.384	0.556	0.89	2.97	0.471	0.695
0.956	4.34	0.386	0.559	0.885	2.92	0.476	0.702
0.955	4.3	0.388	0.562	0.88	2.86	0.481	0.709
0.954	4.26	0.39	0.565	0.875	2.82	0.485	0.715
0.953	4.22	0.391	0.568	0.87	2.77	0.49	0.721
0.952	4.19	0.393	0.571	0.865	2.72	0.494	0.727
0.951	4.15	0.394	0.574	0.86	2.68	0.498	0.733
0.95	4.12	0.396	0.577	0.855	2.64	0.502	0.739
0.948	4.05	0.399	0.583	0.85	2.6	0.507	0.745
0.946	3.99	0.403	0.588	0.84	2.53	0.515	0.755
0.944	3.94	0.406	0.593	0.83	2.46	0.523	0.765
0.942	3.88	0.409	0.598	0.82	2.4	0.53	0.774
0.94	3.83	0.412	0.603	0.81	2.35	0.537	0.783
0.938	3.78	0.415	0.608	0.8	2.3	0.544	0.792
0.936	3.73	0.418	0.613	0.75	2.07	0.577	0.829
0.934	3.68	0.42	0.618	0.7	1.91	0.607	0.859
0.932	3.63	0.423	0.622	0.65	1.77	0.637	0.884
0.93	3.59	0.426	0.626	0.6	1.66	0.664	0.904
0.928	3.55	0.428	0.63	0.55	1.57	0.69	0.92
0.926	3.51	0.431	0.634	0.5	1.48	0.718	0.938
0.924	3.47	0.433	0.638	0.45	1.41	0.745	0.951
0.922	3.43	0.436	0.642	0.4	1.35	0.771	0.962
0.92	3.4	0.438	0.646	0.35	1.29	0.796	0.971
0.918	3.36	0.441	0.65	0.3	1.24	0.824	0.979
0.916	3.33	0.443	0.653	0.25	1.19	0.85	0.986
0.914	3.3	0.445	0.657	0.2	1.15	0.879	0.991
0.912	3.27	0.448	0.66	0.15	1.11	0.908	0.994
0.91	3.23	0.45	0.664	0.1	1.07	0.938	0.997
0.908	3.2	0.452	0.667	0.05	1.03	0.969	0.999
0.906	3.17	0.455	0.671				

3) 線接触

2つの円筒が接触する線接触での応力分布を図3.17に示す。接触面は矩形断面になり、接触長さは円筒の長さになるが、円筒がともに鋼の場合には最大接触応力、接触幅2bおよび弾性接近平量δは下式により求めることができる。

$$\sigma_{\max} = 190 \sqrt{\frac{Q \sum \rho}{L_{we}}} \dots\dots\dots (3.53)$$

$$2b = 6.7 \times 10^{-3} \sqrt{\frac{Q}{L_{we} \sum \rho}} \dots\dots\dots (3.54)$$

$$\delta = 3.84 \times 10^{-5} \frac{Q^{0.9}}{L_{we}^{0.8}} \dots\dots\dots (3.55)$$

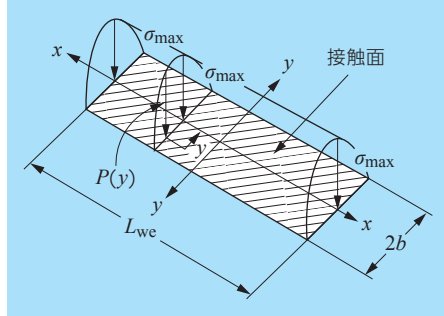


図 3.17 接触面と応力分布 (線接触)

- σ_{max} : 最大接触応力 (MPa)
- 2b : 接触幅 (mm)
- L_{we} : ころ有効長さ (mm)
L_{we} = (ころ長さ) - 2 × (ころ面取り幅)
- δ : 接触部の弾性変位量 (mm)
- ∑ρ : 曲率総和 (mm⁻¹)
- Q : 転動体荷重 (N) 通常は最大転動体荷重で計算する
[3.1 項軸受内の荷重分布] より Q_{max} を求める

3.3.3 応力、接触だ円の簡易計算

接触応力や接触面積等を計算するには最大転動体荷重、曲率総和、接触係数を算出する必要があるため非常に複雑な計算になる。ここでは純ラジアル荷重を負荷された場合の最大転動体荷重に式(3.19)の簡易式を用いることによって式(3.49)～式(3.55)を簡素化するとともに、軸受型番ごとの係数(K_p, K_a, K_b, K_δ)を設定した。また、この係数を用いて、純アキシャル荷重および複合荷重での簡易計算式を求めた。

1) 純ラジアル荷重の場合

$$Q_{\max} = \frac{5F_r}{Z \cos \alpha} \text{ (点接触)} \quad Q_{\max} = \frac{4.6F_r}{Z \cos \alpha} \text{ (線接触)} \dots\dots\dots (3.19)$$

①点接触

上式を式(3.49)～式(3.52)に代入して整理する。

$$\sigma_{\max} = \frac{855}{\mu \nu} \sqrt[3]{\frac{5F_r}{Z \cos \alpha} (\sum \rho)^2} = K_p F_r^{1/3} \dots\dots\dots (3.56)$$

ここで、 $K_p = \frac{855}{\mu \nu} \sqrt[3]{\frac{5}{Z \cos \alpha} (\sum \rho)^2}$

$$2a = 2 \times 23.6 \times 10^{-3} \mu \sqrt[3]{\frac{5F_r}{Z \cos \alpha \sum \rho}} = K_a F_r^{1/3} \dots\dots\dots (3.57)$$

ここで、 $K_a = 2 \times 23.6 \times 10^{-3} \mu \sqrt[3]{\frac{5}{Z \cos \alpha \sum \rho}}$

$$2b = 2 \times 23.6 \times 10^{-3} \nu \sqrt[3]{\frac{5F_r}{Z \cos \alpha \sum \rho}} = K_b F_r^{1/3} \dots\dots\dots (3.58)$$

ここで、 $K_b = 2 \times 23.6 \times 10^{-3} \nu \sqrt[3]{\frac{5}{Z \cos \alpha \sum \rho}}$

$$\delta = 0.279 \times 10^{-3} \frac{2K}{\pi \mu} \sqrt[3]{\sum \rho \left(\frac{5F_r}{Z \cos \alpha}\right)^2} = K_\delta F_r^{2/3} \dots\dots\dots (3.59)$$

ここで、 $K_\delta = 0.279 \times 10^{-3} \frac{2K}{\pi \mu} \sqrt[3]{\sum \rho \left(\frac{5}{Z \cos \alpha}\right)^2}$

これらの式の係数 K_p ~ K_δ は軸受の設計によって定まる数値である。玉軸受では最大接触応力や接触だ円の長軸半径は内輪側の方が大きいいため、表 3.6、表 3.7 に深溝玉軸受の内輪接触での係数を示す。

②線接触

点接触と同様に式(3.53)～式(3.55)を係数化して整理する。

$$\sigma_{\max} = 190 \sqrt{\frac{4.6F_r \sum \rho}{L_{we} Z \cos \alpha}} = K_p F_r^{1/2} \dots\dots\dots (3.60)$$

$$2b = 6.7 \times 10^{-3} \sqrt{\frac{4.6F_r}{L_{we} \sum \rho Z \cos \alpha}} = K_b F_r^{1/2} \dots\dots\dots (3.61)$$

$$\delta = 3.84 \times 10^{-5} \frac{(4.6F_r)^{0.9}}{L_{we}^{0.8} (Z \cos \alpha)^{0.9}} = K_\delta F_r^{0.9} \dots\dots\dots (3.62)$$

ここで、 $K_p = 190 \sqrt{\frac{4.6 \sum \rho}{L_{we} Z \cos \alpha}}$

$$K_b = 6.7 \times 10^{-3} \sqrt{\frac{4.6}{L_{we} \sum \rho Z \cos \alpha}}$$

$$K_\delta = 3.84 \times 10^{-5} \frac{4.6^{0.9}}{L_{we}^{0.8} (Z \cos \alpha)^{0.9}}$$

円筒ころ軸受、円すいころ軸受の内輪での K_p, K_b, K_δ を表 3.8 ~ 表 3.11 に示す。

2) 純アキシャル荷重での簡易計算

前項の係数を利用して、純アキシャル荷重が作用した場合での最大接触応力、接触だ円および弾性変形量の簡易式を求める。

$$Q_{\max} = \frac{F_a}{Z \sin \alpha'} \dots\dots\dots (3.20)$$

α' : アキシャル荷重による変化後の接触角

①点接触

純アキシャル荷重での式(3.20)による最大接触応力は以下となる。

$$\sigma_{\max} = \frac{855}{\mu\nu} \sqrt[3]{\frac{F_a}{Z \sin \alpha'} (\sum \rho)^2} \dots\dots\dots (3.63)$$

式(3.63)を変形する。

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= \frac{855}{\mu\nu} \sqrt[3]{\frac{F_a}{Z \sin \alpha'} \frac{Z \cos \alpha}{5} \frac{5}{Z \cos \alpha} (\sum \rho)^2} \\ &= \sqrt[3]{\frac{\cos \alpha}{5 \sin \alpha'} \frac{855}{\mu\nu}} \sqrt[3]{\frac{5}{Z \cos \alpha} (\sum \rho)^2} F_a^{1/3} \end{aligned}$$

上式に K_p を代入する。

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{855}{\mu\nu} \sqrt[3]{\frac{5}{Z \cos \alpha} (\sum \rho)^2} \\ \sigma_{\max} &= \sqrt[3]{\frac{\cos \alpha}{5 \sin \alpha'}} K_p F_a^{1/3} \dots\dots\dots (3.64) \end{aligned}$$

同様に接触だ円、弾性変形量は以下ようになる。

$$2a = \sqrt[3]{\frac{\cos \alpha}{5 \sin \alpha'}} K_a F_a^{1/3} \dots\dots\dots (3.65)$$

$$2b = \sqrt[3]{\frac{\cos \alpha}{5 \sin \alpha'}} K_b F_a^{1/3} \dots\dots\dots (3.66)$$

$$\delta = \sqrt[3]{\frac{\cos \alpha}{5 \sin \alpha'}} K_\delta F_a^{2/3} \dots\dots\dots (3.67)$$

深溝玉軸受は初期接触角 $\alpha = 0$ としているため $\cos \alpha = 1$ となる。

②線接触

点接触と同様に整理すると、(但し、ころ軸受では $\alpha \neq 0$)

$$\sigma_{\max} = \sqrt{\frac{1}{4.6 \tan \alpha}} K_p F_a^{1/2} \dots\dots\dots (3.68)$$

$$2b = \sqrt{\frac{1}{4.6 \tan \alpha}} K_b F_a^{1/2} \dots\dots\dots (3.69)$$

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{4.6 \tan \alpha}} K_\delta F_a^{0.9} \dots\dots\dots (3.70)$$

線接触では、アキシャル荷重により接触角は変化しないとする。

3) 複合荷重での簡易計算

複合荷重の作用により負荷率を考慮した最大転動体荷重から最大接触応力、接触だ円および弾性変形量を求める。

①点接触

負荷率を考慮した最大転動体荷重から最大接触応力を求める式は

$$\sigma_{\max} = \frac{855}{\mu\nu} \sqrt[3]{\frac{F_r}{Z J_r(\epsilon) \cos \alpha'} (\sum \rho)^2} \dots\dots\dots (3.71)$$

前項同様に整理すると、負荷率考慮の最大接触応力式は

$$\sigma_{\max} = \sqrt[3]{\frac{\cos \alpha}{5 J_r(\epsilon) \cos \alpha'}} K_p F_r^{1/3} \dots\dots\dots (3.72)$$

同様に接触だ円、弾性変形量についても整理する。

$$2a = \sqrt[3]{\frac{\cos \alpha}{5 J_r(\epsilon) \cos \alpha'}} K_a F_r^{1/3} \dots\dots\dots (3.73)$$

$$2b = \sqrt[3]{\frac{\cos \alpha}{5 J_r(\epsilon) \cos \alpha'}} K_b F_r^{1/3} \dots\dots\dots (3.74)$$

$$\delta = \left(\frac{\cos \alpha}{5 J_r(\epsilon) \cos \alpha'} \right)^{2/3} K_\delta F_r^{2/3} \dots\dots\dots (3.75)$$

ここで、 α : 初期接触角 (深溝玉軸受は $\alpha = 0$)

α' : 荷重による変化後の接触角 (第1章参照)

$J_r(\epsilon)$: ラジアル積分 (第1章参照)

②線接触

接触角は変化しないため以下の簡易式となる。

$$\sigma_{\max} = \sqrt{\frac{1}{4.6 J_r(\epsilon)}} K_p F_r^{1/2} \dots\dots\dots (3.76)$$

$$2b = \sqrt{\frac{1}{4.6 J_r(\epsilon)}} K_b F_r^{1/2} \dots\dots\dots (3.77)$$

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{4.6 J_r(\epsilon)}} K_\delta F_r^{0.9} \dots\dots\dots (3.78)$$

これらの係数を使用することにより最大接触応力や接触だ円等を簡便に求めることができるが、詳細な最大転動体荷重や応力等を求める必要がある場合は **NTN** にご照会ください。

表 3.6 深溝玉軸受 応力, 接触だ円, 変形を求める係数 K_p, K_a, K_b, K_δ
(60 系列, 62 系列内輪)

内径 番号	60系列				62系列			
	K_p	K_a	K_b ($\times 10^{-2}$)	K_δ ($\times 10^{-5}$)	K_p	K_a	K_b ($\times 10^{-2}$)	K_δ ($\times 10^{-5}$)
00	292	0.262	1.78	9.35	273	0.249	1.75	8.52
01	273	0.249	1.75	8.52	261	0.275	1.89	8.87
02	258	0.239	1.71	7.85	239	0.288	1.98	8.48
03	244	0.262	1.86	8.08	220	0.299	2.07	8.15
04	213	0.263	1.89	7.13	194	0.296	2.07	7.18
05	202	0.254	1.85	6.63	183	0.284	2.03	6.62
06	180	0.255	1.88	5.98	162	0.302	2.15	6.23
07	168	0.265	1.95	5.77	147	0.318	2.26	5.92
08	161	0.257	1.91	5.44	139	0.325	2.33	5.78
09	147	0.258	1.92	4.99	133	0.332	2.39	5.66
10	143	0.251	1.89	4.75	128	0.320	2.32	5.27
11	131	0.273	2.04	4.72	118	0.333	2.41	5.07
12	128	0.266	2.00	4.49	110	0.345	2.50	4.89
13	124	0.260	1.96	4.28	106	0.350	2.55	4.81
14	116	0.279	2.10	4.28	103	0.356	2.59	4.74
15	113	0.272	2.06	4.08	99.6	0.344	2.52	4.44
16	107	0.291	2.19	4.10	97.3	0.366	2.67	4.60
17	104	0.284	2.15	3.92	91.5	0.359	2.64	4.25
18	99.3	0.302	2.27	3.95	88.0	0.385	2.81	4.37
19	96.8	0.295	2.23	3.77	84.2	0.394	2.87	4.27
20	96.5	0.295	2.23	3.77	80.7	0.403	2.93	4.18
22	87.4	0.321	2.42	3.71	74.7	0.419	3.04	4.02
24	85.0	0.314	2.38	3.54	71.9	0.427	3.10	3.95
26	78.5	0.327	2.47	3.40	69.4	0.434	3.16	3.88
28	76.6	0.320	2.43	3.25	68.8	0.433	3.19	3.87
30	72.9	0.328	2.49	3.18	66.3	0.420	3.12	3.63

表 3.7 深溝玉軸受 応力, 接触だ円, 変形を求める係数 K_p, K_a, K_b, K_δ (63 系列内輪)

内径 番号	63系列			
	K_p	K_a	K_b ($\times 10^{-2}$)	K_δ ($\times 10^{-5}$)
00	241	0.316	2.08	9.09
01	227	0.328	2.13	8.80
02	208	0.310	2.11	7.89
03	195	0.320	2.17	7.64
04	183	0.330	2.25	7.42
05	164	0.347	2.38	7.04
06	148	0.338	2.37	6.28
07	136	0.353	2.47	6.02
08	126	0.366	2.56	5.80
09	115	0.385	2.68	5.53
10	108	0.396	2.77	5.37
11	102	0.407	2.85	5.23
12	97.8	0.417	2.92	5.10
13	69.7	0.549	3.11	4.07
14	89.5	0.436	3.05	4.88
15	85.9	0.445	3.12	4.78
16	82.6	0.453	3.18	4.69
17	79.6	0.461	3.24	4.60
18	76.9	0.469	3.30	4.52
19	74.4	0.477	3.35	4.45
20	70.3	0.492	3.44	4.32
22	64.9	0.513	3.58	4.15
24	64.2	0.512	3.62	4.14
26	61.1	0.525	3.71	4.04
28	58.4	0.537	3.80	3.95
30	55.6	0.516	3.69	3.64

表 3.8 円筒ころ軸受 応力, 接触だ円, 変形を求める係数 K_p, K_b, K_δ (N2E 系列, N3E 系列, N22E 系列内輪)

内径 番号	N2E系列			N3E系列			N22E系列		
	K_p	K_b ($\times 10^{-3}$)	K_δ ($\times 10^{-7}$)	K_p	K_b ($\times 10^{-3}$)	K_δ ($\times 10^{-7}$)	K_p	K_b ($\times 10^{-3}$)	K_δ ($\times 10^{-7}$)
04	25.41	2.62	33.2	23.3	2.79	32.9	22.7	2.34	27.8
05	22.96	2.45	28.6	19.8	2.69	27.8	20.5	2.19	23.9
06	19.78	2.53	26.0	17.1	2.60	23.8	17.1	2.19	20.6
07	17.06	2.45	22.4	14.4	2.41	19.4	15.0	2.15	18.1
08	16.24	2.58	22.4	13.4	2.60	19.6	13.7	2.18	17.1
09	14.83	2.39	19.5	12.2	2.57	17.8	13.1	2.12	16.0
10	14.26	2.33	18.4	11.4	2.57	16.9	12.6	2.07	15.1
11	12.54	2.25	16.1	10.1	2.56	15.3	11.3	2.02	13.6
12	11.67	2.41	16.1	9.65	2.59	14.9	9.65	2.00	11.9
13	11.09	2.46	15.7	8.74	2.58	13.7	8.99	2.00	11.2
14	10.33	2.32	14.0	8.11	2.52	12.7	8.68	1.95	10.6
15	9.67	2.19	12.6	7.45	2.52	11.9	8.40	1.90	10.1
16	9.35	2.26	12.6	7.20	2.54	11.6	7.75	1.87	9.35
17	8.58	2.31	12.0	6.65	2.46	10.5	7.24	1.95	9.19
18	8.20	2.33	11.7	6.42	2.54	10.6	6.82	1.94	8.74
19	7.43	2.32	10.8	6.15	2.47	9.92	6.28	1.96	8.24
20	6.92	2.26	9.99	5.87	2.65	10.2	5.73	1.88	7.40
22	6.33	2.27	9.32	5.28	2.56	9.04	5.32	1.91	7.05
24	5.89	2.29	8.85	4.89	2.63	8.77	4.86	1.89	6.51
26	5.68	2.37	8.85	4.46	2.54	7.85	4.45	1.86	6.00
28	5.33	2.26	8.00	4.28	2.57	7.68	4.18	1.77	5.43
30	4.96	2.25	7.54	3.98	2.56	7.23	3.86	1.75	5.04

表 3.9 ころ軸受 応力, 接触だ円, 変形を求める係数 K_p , K_b , K_δ
(円筒ころ軸受 N23E 系列, 円すいころ軸受 302 系列, 303 系列内輪)

内径 番号	N23E系列			302系列			303系列		
	K_p	K_b ($\times 10^{-2}$)	K_δ ($\times 10^{-5}$)	K_p	K_b ($\times 10^{-2}$)	K_δ ($\times 10^{-5}$)	K_p	K_b ($\times 10^{-2}$)	K_δ ($\times 10^{-5}$)
04	19.4	2.32	24.5	22.3	2.02	23.6	—	—	—
05	16.1	2.20	20.1	20.5	1.94	21.2	17.4	2.30	21.7
06	13.7	2.09	16.8	17.3	1.96	18.5	15.3	2.26	19.2
07	11.6	1.94	13.7	15.3	2.02	17.2	13.6	2.27	17.5
08	10.9	2.13	14.2	14.5	2.14	17.4	11.8	2.06	14.4
09	9.77	2.06	12.5	13.5	2.02	15.5	10.7	2.08	13.3
10	8.85	2.00	11.3	12.4	1.93	13.9	9.72	2.10	12.5
11	7.92	2.00	10.4	11.3	2.02	13.5	8.95	2.11	11.7
12	7.48	2.01	9.92	10.7	2.07	13.1	8.28	2.12	11.0
13	7.13	2.11	9.92	9.83	2.11	12.4	7.76	2.15	10.6
14	6.73	2.09	9.42	9.38	2.04	11.6	7.26	2.16	10.1
15	6.09	2.06	8.57	9.03	2.00	11.0	6.88	2.18	9.75
16	5.82	2.06	8.28	8.47	2.06	10.8	6.40	2.17	9.16
17	5.49	2.03	7.75	7.87	2.04	10.1	6.29	2.24	9.33
18	5.23	2.07	7.64	7.32	2.03	9.45	5.96	2.24	8.93
19	5.01	2.01	7.15	7.02	2.06	9.27	5.69	2.24	8.59
20	4.51	2.04	6.70	6.52	2.03	8.61	5.38	2.27	8.31
22	4.08	1.97	5.98	6.15	2.02	8.19	5.83	2.56	9.89
24	3.77	2.03	5.78	5.76	1.99	7.69	5.56	2.60	9.64
26	3.44	1.96	5.19	5.53	2.01	7.49	4.55	2.31	7.36
28	3.25	1.95	4.94	5.34	2.09	7.53	4.17	2.25	6.69
30	3.03	1.95	4.66	5.45	2.30	8.34	4.29	2.50	7.55

表 3.10 円すいころ軸受 応力, 接触だ円, 変形を求める係数 K_p , K_b , K_δ
(320 系列, 322 系列, 323 系列内輪)

内径 番号	320系列			322系列			323系列		
	K_p	K_b ($\times 10^{-2}$)	K_δ ($\times 10^{-5}$)	K_p	K_b ($\times 10^{-2}$)	K_δ ($\times 10^{-5}$)	K_p	K_b ($\times 10^{-2}$)	K_δ ($\times 10^{-5}$)
05	20.7	1.57	17.7	17.5	1.73	17.1	14.9	1.94	16.8
06	17.6	1.57	15.6	15.0	1.69	14.7	12.8	1.53	12.0
07	16.5	1.61	15.1	12.9	1.69	13.0	12.6	1.84	14.0
08	14.8	1.57	13.4	12.4	1.83	13.4	11.2	1.83	12.6
09	13.7	1.56	12.6	11.9	1.80	12.8	9.80	1.67	10.5
10	12.8	1.47	11.2	11.4	1.78	12.2	8.68	1.67	9.47
11	11.1	1.41	9.64	10.3	1.83	11.5	7.89	1.68	8.80
12	10.8	1.40	9.34	9.34	1.81	10.5	7.25	1.68	8.23
13	10.6	1.38	9.07	8.36	1.78	9.54	6.78	1.70	7.90
14	9.48	1.40	8.39	8.09	1.76	9.13	6.41	1.75	7.71
15	9.30	1.38	8.16	8.02	1.78	9.15	5.98	1.74	7.28
16	8.15	1.41	7.48	7.38	1.80	8.65	5.56	1.73	6.83
17	8.00	1.39	7.26	6.90	1.80	8.19	5.25	1.74	6.56
18	7.29	1.37	6.67	6.32	1.75	7.47	5.25	1.84	6.89
19	7.16	1.36	6.48	5.88	1.72	6.97	4.94	1.82	6.51
20	7.15	1.36	6.50	5.58	1.73	6.70	4.65	1.81	6.18
22	6.57	1.37	6.11	5.16	1.68	6.16	4.33	1.81	5.84
24	6.08	1.38	5.81	4.89	1.68	5.89	4.18	1.83	5.71
26	5.86	1.34	5.47	4.61	1.65	5.55	4.18	1.90	5.94
28	5.16	1.37	5.04	4.21	1.57	4.96	3.57	1.79	4.96
30	4.98	1.33	4.75	3.97	1.67	4.98	3.42	1.86	4.93

表 3.11 円すいころ軸受 応力, 接触だ円, 変形を求める係数
 K_p, K_b, K_δ (330 系列, 330D 系列内輪)

内径 番号	330系列			303D系列		
	K_p	K_b ($\times 10^{-2}$)	K_δ ($\times 10^{-5}$)	K_p	K_b ($\times 10^{-2}$)	K_δ ($\times 10^{-5}$)
05	18.9	1.45	15.4	18.2	2.09	20.7
06	16.3	1.47	13.9	16.7	2.25	20.6
07	14.7	1.44	12.5	14.3	2.17	17.7
08	13.2	1.37	10.9	13.0	2.24	16.7
09	12.4	1.37	10.4	11.5	2.21	15.0
10	11.8	1.32	9.63	10.5	2.21	14.0
11	10.2	1.30	8.45	9.71	2.22	13.1
12	10.0	1.28	8.17	9.06	2.25	12.6
13	9.60	1.24	7.66	8.41	2.26	11.9
14	8.42	1.25	6.95	7.95	2.28	11.5
15	8.80	1.21	7.00	7.52	2.31	11.1
16	7.12	1.22	5.98	7.15	2.34	10.7
17	6.97	1.20	5.79	7.04	2.44	11.0
18	6.34	1.23	5.48	6.72	2.46	10.7
19	6.21	1.21	5.30	6.39	2.45	10.2
20	6.09	1.19	5.14	—	—	—
22	5.87	1.24	5.17	—	—	—
24	5.37	1.21	4.74	—	—	—
26	5.26	1.20	4.59	—	—	—
28	4.68	1.24	4.33	—	—	—
30	4.50	1.20	4.06	—	—	—

【計算例】 接触応力, 変形

(3-6) 深溝玉軸受 6012 が $F_r = 5$ kN のラジアル荷重を受けた時, 内輪での最大転動体荷重, 接触だ円, 弾性変形量を求める。

$$Q_{\max} = \frac{5 \times 5\,000}{14} = 1\,786 \text{ (N)}$$

表 3.6 より

$$K_p = 128, K_a = 0.266, K_b = 0.0200, K_\delta = 4.49 \times 10^{-5}$$

$$\sigma_{\max} = 128 \times 5\,000^{2/3} = 2\,189 \text{ (MPa)}$$

$$2a = 0.266 \times 5\,000^{1/3} = 4.55 \text{ (mm)}$$

$$2b = 0.0200 \times 5\,000^{1/3} = 0.342 \text{ (mm)}$$

$$\delta = 4.49 \times 10^{-5} \times 5\,000^{2/3} = 0.013 \text{ (mm)}$$

(3-7) 深溝玉軸受 6012 がラジアル荷重を $F_r = 5$ kN, アキシャル荷重を $F_a = 3$ kN 受けた時, 内輪での最大転動体荷重, 接触だ円, 弾性変形量を求める。このときのラジアル内部すきまは $\Delta_r = 0.010$ mm とする。

6012 計算諸元: 玉数 $Z = 14$ 個, $C_{0r} = 23\,200$ (N)

①初期接触角

表 1.1 より $s = 0.310$

$$\alpha_0 = \cos^{-1} \left(\frac{0.310 - \frac{0.010}{2}}{0.310} \right) = 10.3^\circ$$

②接触角の変化

$F_a / C_{0r} = 0.13$ から図 1.15 より

$$\alpha = 18^\circ$$

③荷重パラメータ, 負荷率 ε , ラジアル積分 J_r

$$\frac{F_r \tan \alpha}{F_a} = \frac{5\,000 \times \tan 18^\circ}{3\,000} = 0.5415$$

ラジアル積分表 (表 3.1) より

$$\varepsilon = 1.0 + (1.25 - 1) \times \frac{0.6000 - 0.5415}{0.6000 - 0.4338} = 1.09$$

$$J_r = 0.2546 + (0.2289 - 0.2546) \times \frac{0.6000 - 0.5415}{0.6000 - 0.4338} = 0.2456$$

④最大転動体荷重 Q_{\max}

$$Q_{\max} = \frac{5\,000}{14 \times 0.2456 \times \cos 18^\circ} = 1\,529 \text{ (N)}$$

⑤接触応力, 接触だ円, 弾性変形量

$$\sigma_{\max} = \sqrt[3]{\frac{1}{5 \times 0.2456 \times \cos 18^\circ}} \times 128 \times 5\,000^{1/3} = 2\,078 \text{ (MPa)}$$

同様に接触だ円, 弾性変形量は

$$2a = \sqrt[3]{\frac{1}{5 \times 0.2456 \times \cos 18^\circ}} \times 0.266 \times 5\,000^{1/3} = 4.32 \text{ (mm)}$$

$$2b = \sqrt[3]{\frac{1}{5 \times 0.2456 \times \cos 18^\circ}} \times 0.0200 \times 5\,000^{1/3} = 0.325 \text{ (mm)}$$

$$\delta = \left(\frac{1}{5 \times 0.2456 \times \cos 18^\circ} \right)^{2/3} \times 4.49 \times 10^{-5} \times 5\,000^{2/3} = 0.012 \text{ (mm)}$$

(3-8) 円筒ころ軸受 NU208E において $F_r = 25 \text{ kN}$ のラジアル荷重が負荷されている時, 内輪での最大転動体荷重, 接触幅, 弾性変形量を求める。最大転動体荷重は簡易式で計算する。

NU208E 計算諸元: 玉数 $Z = 14$ 個

①最大転動体荷重

$$Q_{\max} = \frac{4.6 \times 25\,000}{14} = 8\,214 \text{ (N)}$$

②最大転動体荷重, 接触幅, 弾性変形量

表 3.8 より $K_p = 16.24$, $K_b = 2.58 \times 10^{-3}$, $K_\delta = 22.4 \times 10^{-7}$,
式 (3.60), 式 (3.61), 式 (3.62) より

$$\sigma_{\max} = 16.24 \times 25\,000^{1/2} = 2\,568 \text{ (MPa)}$$

$$2b = 2.58 \times 10^{-3} \times 25\,000^{1/2} = 0.408 \text{ (mm)}$$

$$\delta = 22.4 \times 10^{-7} \times 25\,000^{0.9} = 0.020 \text{ (mm)}$$

3.4 玉軸受の許容アキシャル荷重

ラジアル転がり軸受では負荷されるラジアル荷重の限界値として基本静定格荷重 (C_{0r}) が設定されているが, 深溝玉軸受やアンギュラ玉軸受のようなラジアル玉軸受は軌道溝で荷重を負荷するため, 許容されるアキシャル荷重も制約される。アキシャル荷重の限界値としては以下の荷重が考えられる。

- ①負荷される荷重から計算した静等価荷重 P_{0r} が基本静定格荷重 C_{0r} 以下となるアキシャル荷重
 - ②荷重によって生じた接触だ円が軌道溝を乗り越えないアキシャル荷重
- 一般的に, ②の条件の方が小さいため, これを「許容アキシャル荷重」と定義している。

1) 限界溝角度: θ_i, θ_e

転動体が乗り上げる時の内輪および外輪の限界角度は軌道輪の形状で決定される。

図 3.18 は深溝玉軸受の限界溝角度を示す状態図である。図中の記号は

θ_i : 内輪限界溝角度 (rad)

θ_e : 外輪限界溝角度 (rad)

r_i, r_e : 内輪および外輪溝半径 (mm)

d_i : 内輪軌道径 (mm)

d_e : 外輪軌道径 (mm)

dl_i : 内輪外径 (内輪溝肩径) (mm)

dl_e : 外輪内径 (外輪溝肩径) (mm)

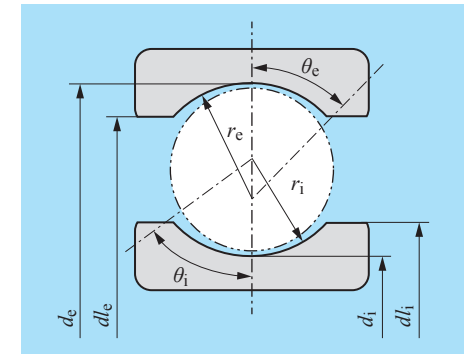


図 3.18 限界溝角度

内輪限界溝角度は

$$\cos \theta_i = \frac{r_i - (0.5dl_i - 0.5d_i)}{r_i}$$

$$\therefore \theta_i = \cos^{-1} \left\{ \frac{r_i - (0.5dl_i - 0.5d_i)}{r_i} \right\} \dots \dots \dots (3.79)$$

同様に外輪限界溝角度は

$$\theta_e = \cos^{-1} \left\{ \frac{r_i - (0.5d_e - 0.5dl_e)}{r_e} \right\} \dots \dots \dots (3.80)$$

2) 許容接触角

接触だ円の長軸端が限界溝角度と接した時の接触角を許容接触角 α_a とする。(内輪には添字 i , 外輪には添字 e をつける)

図 3.19 に内輪接触だ円が内輪溝に乗り上げた時の状態図を示す。図 3.18 以外の図中の記号は

- a_a : 乗り上げ時の接触だ円長軸半径 (mm)
- α_a : 許容接触角 (rad)
- ϕ : 長軸半径 a_a を内輪溝中心からの角度に置き換えたもの (rad)

図より接触だ円中心より長軸端までの角度は

$$\phi_i = \tan^{-1} \frac{a_{ai}}{r_i} \doteq \frac{a_{ai}}{r_i} \dots\dots\dots (3.81)$$

接触だ円長軸の端が溝底に乗り上げる時がアキシャル荷重の限界となるため、以下の関係が成り立つ。

[限界溝角度] = [接触だ円長軸端までの角度]

式 (3.79), 式 (3.81) との関係から

$$\theta_i = \cos^{-1} \left\{ \frac{r_i - (0.5d_{li} - 0.5d_i)}{r_i} \right\} = \alpha_{ai} + \frac{a_{ai}}{r_i} \quad (\text{rad}) \dots\dots\dots (3.82)$$

$$\theta_i - \alpha_{ai} = \frac{a_{ai}}{r_i}$$

$$\sin(\theta_i - \alpha_{ai}) = \sin\left(\frac{a_{ai}}{r_i}\right) \doteq \frac{a_{ai}}{r_i} \quad (\text{rad}) \dots\dots\dots (3.83)$$

Hertz の接触だ円の式より

$$a = 23.6 \times 10^{-3} \mu \sqrt[3]{\frac{Q}{\sum \rho}} \dots\dots\dots (3.50)$$

式 (3.83), 式 (3.50) より

$$\sin(\theta_i - \alpha_{ai}) = \frac{1}{r_i} \times 23.6 \times 10^{-3} \times \mu_i \frac{\sqrt[3]{Q}}{\sqrt[3]{\sum \rho_i}} \dots\dots\dots (3.84)$$

外輪も同様に

$$\sin(\theta_e - \alpha_{ae}) = \frac{1}{r_e} \times 23.6 \times 10^{-3} \times \mu_e \frac{\sqrt[3]{Q}}{\sqrt[3]{\sum \rho_e}} \dots\dots\dots (3.85)$$

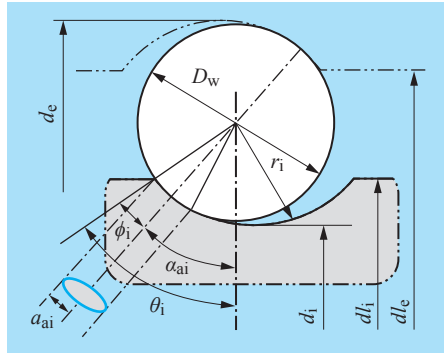


図 3.19 許容接触角

アキシャル荷重が負荷され、接触角が変化した時の状態を図 3.20 に示す。実線が初期接触角 α_0 の時、破線がアキシャル荷重 F_a が負荷された時に接触角が α に変化した時の図である。荷重による内輪側変位量を δ_i , 外輪側変位量を δ_e , 軸受全体の変位量を δ_n とすると、

$$\delta_n = \delta_i + \delta_e \dots\dots\dots (3.86)$$

α_0 と α の関係から

$$S \cos \alpha_0 = (S + \delta_n) \cos \alpha$$

$$\therefore \delta_n = S \left(\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} - 1 \right) \dots\dots\dots (3.87)$$

Hertz の弾性変形量の式より

$$\delta = 0.279 \times 10^{-3} \frac{2K}{\pi\mu} \sqrt[3]{\sum \rho Q^2} \dots\dots\dots (3.52)$$

式 (3.52), 式 (3.86) より

$$\delta_n = \delta_i + \delta_e = 0.279 \times 10^{-3} \times \left\{ \frac{2K_i}{\pi\mu_i} \sqrt[3]{\sum \rho_i} + \frac{2K_e}{\pi\mu_e} \sqrt[3]{\sum \rho_e} \right\} Q^{2/3} \dots\dots\dots (3.88)$$

式 (3.87), 式 (3.88) より

$$S \left(\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} - 1 \right) = 0.279 \times 10^{-3} \times \left\{ \frac{2K_i}{\pi\mu_i} \sqrt[3]{\sum \rho_i} + \frac{2K_e}{\pi\mu_e} \sqrt[3]{\sum \rho_e} \right\} Q^{2/3}$$

$$\therefore Q = \frac{\left[S \left(\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} - 1 \right) \right]^{3/2}}{\left[0.279 \times 10^{-3} \times \left\{ \frac{2K_i}{\pi\mu_i} \sqrt[3]{\sum \rho_i} + \frac{2K_e}{\pi\mu_e} \sqrt[3]{\sum \rho_e} \right\} \right]^{3/2}} \dots\dots\dots (3.89)$$

式 (3.89) は接触角が許容接触角 α_a の時、限界転動体荷重 Q_a となる。

式 (3.89) を式 (3.84) に代入すると、内輪側の許容接触角は

$$\sin(\theta_i - \alpha_{ai}) = \frac{\frac{1}{r_i} \times 23.6 \times 10^{-3} \times \mu_i \left[S \left(\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} - 1 \right) \right]^{1/2}}{\left[0.279 \times 10^{-3} \times \left\{ \frac{2K_i}{\pi\mu_i} \sqrt[3]{\sum \rho_i} + \frac{2K_e}{\pi\mu_e} \sqrt[3]{\sum \rho_e} \right\} \right]^{1/2} \sqrt[3]{\sum \rho_i}} \dots\dots (3.90)$$

同様に外輪側は

$$\sin(\theta_e - \alpha_{ae}) = \frac{\frac{1}{r_e} \times 23.6 \times 10^{-3} \times \mu_e \left[S \left(\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} - 1 \right) \right]^{1/2}}{\left[0.279 \times 10^{-3} \times \left\{ \frac{2K_i}{\pi\mu_i} \sqrt[3]{\sum \rho_i} + \frac{2K_e}{\pi\mu_e} \sqrt[3]{\sum \rho_e} \right\} \right]^{1/2} \sqrt[3]{\sum \rho_e}} \dots\dots (3.91)$$

式 (3.90), 式 (3.91) を繰り返し計算することにより許容接触角 α_{ai} , α_{ae} を求めることができる。

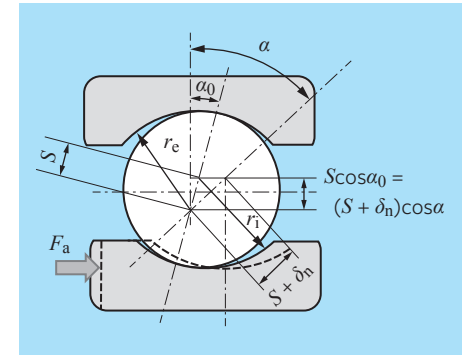


図 3.20 接触角の変化

3) 許容アキシャル荷重: F_{aa}

純アキシャル荷重が負荷された場合、各転動体が受ける荷重は等しくなるため下式により計算される。

$$Q = \frac{F_a}{Z \sin \alpha}$$

従って、許容アキシャル荷重が負荷された場合は下式で計算できる。

$$F_{aa} = Q_a Z \sin \alpha_a \dots\dots\dots (3.92)$$

ここで、 F_{aa} : 許容アキシャル荷重 (N)

Q_a : 許容アキシャル荷重が負荷された時の転動体荷重 (N)

α_a : 前項で計算された許容接触角 (°)

Q_a は式 (3.83)、式 (3.50) より下式となる。

$$Q_a = \left[\frac{r \sin(\theta - \alpha_a)}{23.6 \times 10^{-3} \mu} \right] \sum \rho \dots\dots\dots (3.93)$$

図 3.21 ~ 図 3.23 に深溝玉軸受のすきまと許容アキシャル荷重の関係、図 3.24 にアンギュラ玉軸受の許容アキシャル荷重について示す。

【計算例】 許容アキシャル荷重

(3-9) 深溝玉軸受 6206 がラジアル内部すきま 0.015 mm で使用されるとき、内輪での許容アキシャル荷重を求めよ。

図 3.22 より読み取ると、 $F_{aai} = 7\,000$ (N)

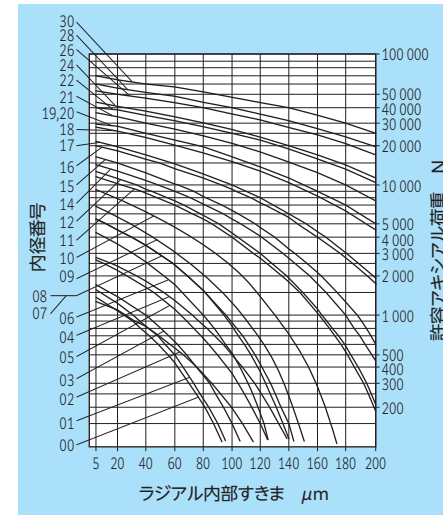


図 3.21 許容アキシャル荷重 (60 系列)

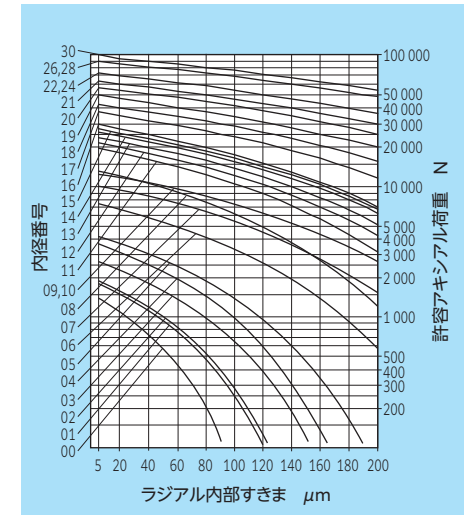


図 3.22 許容アキシャル荷重 (62 系列)

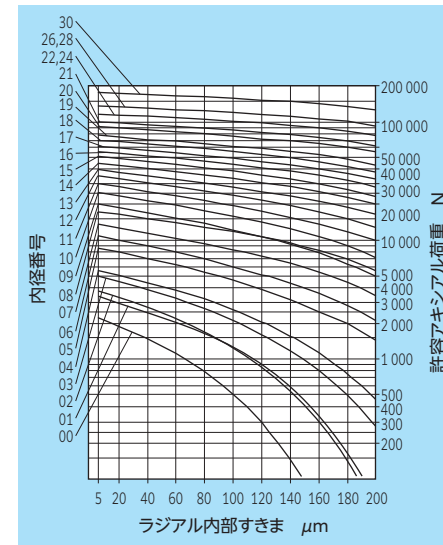


図 3.23 許容アキシャル荷重 (63 系列)

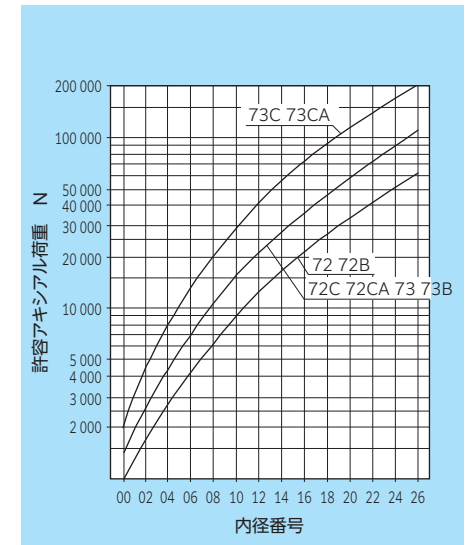


図 3.24 アンギュラ玉軸受の許容アキシャル荷重

3.5 最大せん断応力

2物体の接触による表面の応力解析は Hertz により確立されたが、転がり軸受の破損は転がり表面に近い内部の点から発生していることが知られている。図 3.25 は接触だ円と表面下のせん断応力を示したものである。静荷重が負荷されると接触点中心位置の表面からある深さでせん断応力は最大になりこれを静的最大せん断応力 τ_{max} という。またこのせん断応力は 45° 方向に作用するため、 τ_{45° ともいわれる。Lundberg-Palmgren は軌道面と平行に働くせん断応力 τ_0 が τ_{max} より応力振幅が大きく、また転動疲労後の破面観察からも軌道面に平行な亀裂が存在することにより、せん断応力 τ_0 が転がり疲労を支配する応力として軸受寿命理論を構築した。 τ_0 は接触点の前方と後方ではせん断の方向が変わるため動的せん断応力と呼ばれている。図 3.26 に動的せん断応力 τ_0 と静的せん断応力 τ_{max} の比較図を示した。静的最大せん断応力は動的せん断応力よりも大きい。応力振幅としては動的せん断応力の方が大きい。記号で表せば以下の通りである：

$$\tau_0 < \tau_{max} < 2\tau_0$$

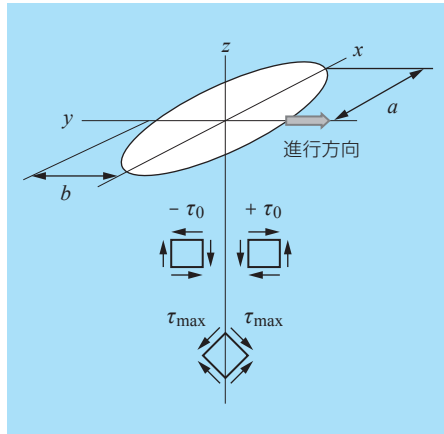


図 3.25 表面下のせん断応力

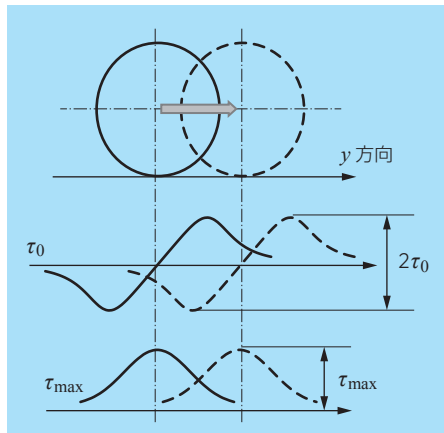


図 3.26 せん断応力の比較

表面下のせん断応力の模式図を図 3.27、動的せん断応力 τ_0 および静的せん断応力 τ_{max} の応力分布図を図 3.28、図 3.29 に示す。これらの図で分かるように静的せん断応力は中心線上の一定の深さで最大となり、動的せん断応力は接触だ円短軸 (b) の端より少し内側の位置で最大となる。この章ではある荷重が負荷された時の接触だ円の大きさから静的最大せん断応力 τ_{max} および動的せん断応力 τ_0 と発生する深さ Z_{st} 、 Z_0 を求める。これらの結果から、使用後の軸受を調査することによって応力深さ Z_{st} 、 Z_0 を求め、負荷された荷重を推定することができる。応力深さ Z_{st} は残留応力の測定から、 Z_0 は破損部位の測定により求めることができる。

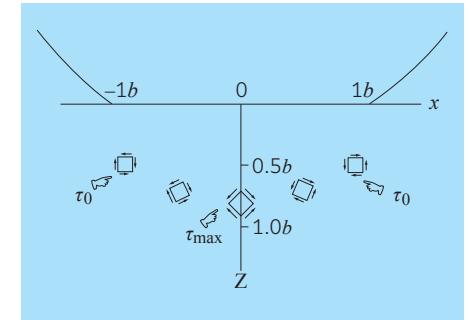


図 3.27 接触面下のせん断応力

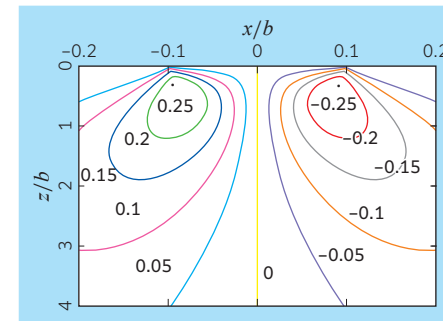


図 3.28 動的せん断応力 τ_0 分布図

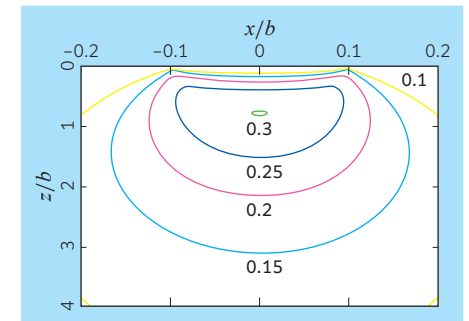


図 3.29 静的せん断応力 τ_{max} 分布図

3.5.1 動的最大せん断応力： τ_0

図 3.27 に示すように、動的せん断応力 τ_0 は接触中心の前方と後方の 2 箇所で見られる最大値を示す。最大値の深さ Z_0 では転動体が通過するごとにせん断応力の方向が変化し、それが応力振幅である。このせん断応力は荷重点の移動により応力方向が変化するため動的せん断応力といわれている。

動的せん断応力の一般式は以下の通りである。

$$\tau_{yz} = \frac{3Q}{2\pi} \frac{\cos^2\phi \sin\phi \sin\gamma}{a^2 \tan^2\gamma + b^2 \cos^2\phi} \dots\dots\dots (3.94)$$

$$y = (b^2 + a^2 \tan^2\gamma)^{1/2} \sin\phi \dots\dots\dots (3.95)$$

$$z = a \tan\gamma \cos\phi \dots\dots\dots (3.96)$$

ここで、 Q : 接触荷重
 ϕ, γ : 角度パラメータ

式(3.94), 式(3.95), 式(3.96)を最大値 τ_0, Z_0 に対して解くと下式になる。

$$\frac{2\tau_0}{\sigma_{\max}} = \sqrt{\frac{2t-1}{t(t+1)}} \dots\dots\dots (3.97)$$

$$\frac{Z_0}{b} = \frac{1}{(t+1)\sqrt{2t-1}} \dots\dots\dots (3.98)$$

$$\frac{y_0}{b} = \pm \frac{t}{t+1} \sqrt{\frac{2t+1}{2t-1}} \dots\dots\dots (3.99)$$

$$\frac{b}{a} = \sqrt{(t^2-1)(2t-1)} \dots\dots\dots (3.100)$$

ここで, σ_{\max} : 最大接触応力 (MPa) t : パラメータ
 a : 接触だ円長軸半径 (mm) b : 接触だ円短軸半径 (mm)
 Z_0 : 最大せん断応力深さ (mm) y_0 : 転がり方向位置 (mm)

表 3.12 は b/a からパラメータ t を求める表である。Hertz の計算式(3.3 項参照)で求められた σ_{\max}, a, b と t から上式によって τ_0, Z_0, y_0 を求めることができる。図 3.30 は b/a と $2\tau_0/\sigma_{\max}, Z_0/b$ の関係線図であるが、この図からは簡単に τ_0, Z_0 を求めることができる。

線接触の場合, b/a は 0 となるため $t = 1$ となり, τ_0, Z_0 は以下の値となる。
 $\tau_0 = 0.25\sigma_{\max}, Z_0 = 0.5b \dots\dots\dots (3.101)$

点接触の場合, b/a から τ_0, Z_0 を求めればよいが、一般的な玉軸受は $b/a \approx 0.1$ 程度であるため以下の関係を用いてもよい。

$$\tau_0 = 0.25\sigma_{\max}, Z_0 = 0.49b \dots\dots\dots (3.102)$$

表 3.12 t の算出表

b/a	t	$2\tau_0/\sigma_{\max}$
0	1	0.5
0.1432	1.01	0.4975
0.2541	1.03	0.4924
0.3358	1.05	0.4872
0.4064	1.07	0.4821
0.4711	1.09	0.4768
0.5020	1.10	0.4742
0.5907	1.13	0.4664
0.6475	1.15	0.4612
0.7305	1.18	0.4534
0.7849	1.20	0.4482
0.9186	1.25	0.4353
1.0000	1.2808	0.4278

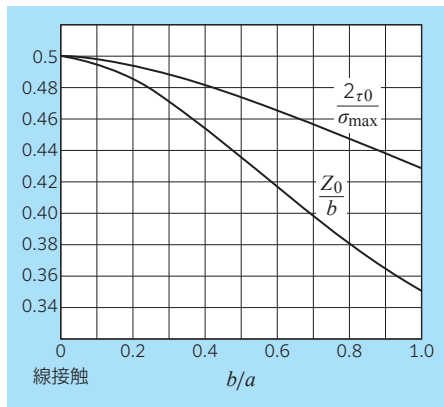


図 3.30 b/a に対する τ_0, Z_0

3.5.2 静的最大せん断応力: τ_{\max}

このせん断応力は接触中心からある深さの位置で最大となるが、動的せん断応力と異なり負荷点の移動を必要としないため、静的せん断応力と呼ばれる。中心軸の深さ方向でのせん断応力の一般式は下式の通りである。

$$\tau(z)_{\max} = \frac{z\sigma_{\max}}{b} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{b^2+z^2}} \right) \dots\dots\dots (3.103)$$

ここで, $\tau(z)_{\max}$: 任意の深さ z でのせん断応力 (MPa)
 z : 任意の深さ (mm), b : 接触幅 (mm)
 σ_{\max} : 最大接触応力 (MPa)

図 3.31 は一般式を基にして求めた b/a と $\tau_{\max}/\sigma_{\max}, Z_{st}/b$ の関係線図である。Hertz の計算式で求められた σ_{\max}, a, b とこの線図から τ_{\max}, Z_{st} を求めることができる。

線接触の場合は以下の値となる。
 $\tau_{\max} = 0.3\sigma_{\max}, Z_{st} = 0.786b \dots\dots\dots (3.104)$

点接触の場合, b/a から τ_{\max}, Z_{st} を求めればよいが、一般的な玉軸受は $b/a \approx 0.1$ とすると以下になる。
 $\tau_{\max} = 0.32\sigma_{\max}, Z_{st} = 0.765b \dots\dots\dots (3.105)$

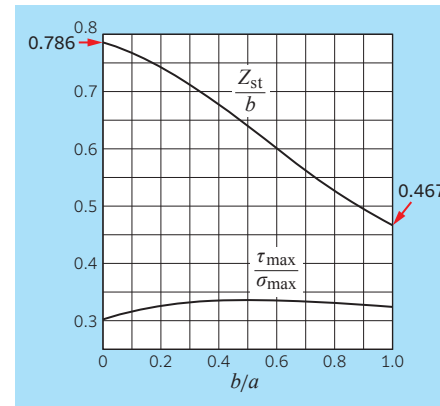


図 3.31 b/a に対する τ_{\max}, Z_{st}

【計算例】 最大せん断応力

(3-10) 深溝玉軸受 6012 が $F_r = 5 \text{ kN}$ のラジアル荷重を受けた時、内輪の動的せん断応力および静的せん断応力を求める。

$$\begin{aligned} \text{計算例 (3-6) より } \sigma_{\max} &= 2\,189 \text{ (MPa)} \\ 2a &= 4.55 \text{ (mm)} \\ 2b &= 0.342 \text{ (mm)} \\ \therefore b/a &= 0.075 \end{aligned}$$

図 3.30、図 3.31 より

①動的せん断応力

$$\begin{aligned} \tau_0 &= 0.25\sigma_{\max} = 0.25 \times 2\,189 = 547 \text{ (MPa)} \\ Z_0 &= 0.499b = 0.499 \times 0.342/2 = 0.085 \text{ (mm)} \end{aligned}$$

②静的せん断応力

$$\begin{aligned} \tau_{\max} &= 0.31\sigma_{\max} = 0.31 \times 2\,189 = 679 \text{ (MPa)} \\ Z_{st} &= 0.76b = 0.76 \times 0.342/2 = 0.130 \text{ (mm)} \end{aligned}$$

(3-11) 使用後の深溝玉軸受 6204 を調査したところ内輪に深さ 0.08 mm のスポーリング（フレーキング）が発生していた。スポーリング（フレーキング）が動的最大せん断応力深さから発生したとして、この軸受にはどの程度のラジアル荷重が負荷されていたか推定する。

表 3.6 より $K_a = 0.296$, $K_b = 0.0207$

式 (3.57), 式 (3.58) から

$$\frac{b}{a} = \frac{K_b}{K_a} = \frac{0.0207}{0.296} = 0.07$$

図 3.30 および式 (3.58) より

$$b = \frac{Z_0}{0.495} = \frac{0.08}{0.495} = 0.162 \text{ (mm)}$$

$$F_r = \left(\frac{2b}{K_b}\right)^3 = \left(\frac{2 \times 0.162}{0.0207}\right)^3 = 3\,835 \text{ (N)}$$

(3-12) 使用後の円筒ころ軸受 NU310EA 内輪の残留応力測定をしたところ、応力分布図のピーク深さが 0.2 mm であった。この時負荷されていた接触応力と荷重を推定する。

≪残留応力の位置づけ≫

材料の残留応力はせん断降伏応力を超えるような高い接触応力の下では残留応力が生成され、せん断応力が最大となる深さ（静的最大せん断応力深さ Z_p ）にピークを持つ応力分布が形成される。

表 3.8 より $K_b = 2.57 \times 10^{-3}$, $K_p = 11.4$

上記定義より, $Z_p = Z_{st}$ となるため

式 (3.104) から

$$b = \frac{Z_{st}}{0.786} = \frac{0.2}{0.786} = 0.254 \text{ (mm)}$$

式 (3.60), 式 (3.61) から

$$\sigma_{\max} = 2b \times \frac{K_p}{K_b} = 2 \times 0.254 \times \frac{11.4}{2.57 \times 10^{-3}} = 2\,253 \text{ (MPa)}$$

$$F_r = \left(\frac{2b}{K_b}\right)^2 = \left(\frac{2 \times 0.254}{2.57 \times 10^{-3}}\right)^2 = 39\,000 \text{ (N)}$$

3.6 軸受の永久変形量

接触する2つの物体に荷重が作用すると、接触部で変形が生じる。変形が弾性限度内であれば荷重を取り去ると元に戻るが、弾性限度以上の荷重を加えると、接触部にわずかなひずみが残る。これを永久変形といい、PalmgrenはHRC63.5～HRC65.5に焼入れされた軸受鋼の実験に基づいたデータからいくつかの条件での式を求めた。なお、以下の記述は、1940年代に実施された試験結果に基づいており、最新の文献や論文では、必ずしもこれらと一致しない結果の報告もあることを付記しておく。

3.6.1 点接触

接触部で点接触をする玉軸受の場合、永久変形量 δ_s と荷重 Q との関係は下式の通りである。

$$\delta_s = 1.30 \times 10^{-7} \frac{Q^2}{D_w} (\rho_{1I} + \rho_{1II}) (\rho_{2I} + \rho_{2II}) \dots\dots\dots (3.106)$$

$$= 5.25 \times 10^{-7} \frac{Q^2}{D_w^3} \left(\frac{1}{1 \mp \gamma} \right) \left(1 - \frac{1}{2f} \right)$$

〔符号は上段：内輪，下段：外輪〕

- δ_s : 接触点（転動体と軌道輪）での総永久変形量 (mm)
- Q : 転動体荷重 (N)
- D_w : 転動体径 (mm)
- $\rho_{1I}, \rho_{2I}, \rho_{1II}, \rho_{2II}$: 平面Iと平面IIの接触点における物体1と物体2の曲率 (図3.13参照)
- γ : $D_w \cos \alpha / D_{pw}$ α : 接触角
- D_{pw} : 玉ピッチ径 (mm)
- f : 溝曲率比 (玉径に対する軌道溝半径比：例 $f_i = 0.51$ $f_o = 0.52$)

当時の試験結果によれば、接触点での総永久変形量の割合は転動体が約1/3、軌道輪が約2/3であった。転動体直径、各部の曲率あるいはPCD、溝曲率比は軸受内部諸元によって決まるため、これらをまとめて定数 K とすると、式(3.106)は下記のように簡素化される。

$$\delta_s = K \cdot Q^2 \dots\dots\dots (3.107)$$

軸受毎の定数 K を表3.13、表3.14に示す。ここで、 K_i は内輪と転動体の接触部、 K_o は外輪と転動体の接触部での定数である。

3.6.2 線接触

接触点で線接触する円筒ころ軸受や円すいころ軸受のようなころ軸受の場合、永久変形量 δ_s と荷重 Q の間には点接触同様以下の関係がある。

$$\delta_s = 2.12 \times 10^{-11} \frac{1}{\sqrt{D_w}} \left(\frac{Q}{L_{we}} \right)^3 (\rho_{1I} + \rho_{2I})$$

$$= 6.03 \times 10^{-11} \frac{1}{D_w^2} \left\{ \frac{Q}{L_{we}} \left(\frac{1}{1 \mp \gamma} \right)^{1/2} \right\}^3 \dots\dots\dots (3.108)$$

〔符号は上段：内輪，下段：外輪〕

- δ_s : 接触点（転動体と軌道輪）での総永久変形量 (mm)
- Q : 転動体荷重 (N)
- D_w : 転動体径 (mm)
- L_{we} : ころ有効長さ (mm)
- ρ_{1I}, ρ_{2I} : 接触点での物体1と物体2の回転方向の主曲率 (図3.14参照)
- γ : $D_w \cos \alpha / D_{pw}$ α : 接触角
- D_{pw} : ころピッチ径 (mm)

線接触の場合、接触端部の永久変形量が中央部よりも大きいため、 δ_s は接触端部での変形量である。当時の試験結果によれば、ころ中央部の変形量は一般的には $\delta_s/6.2$ である。点接触同様、定数を K とすると、式(3.108)は下記のように簡素化され、表3.15に定数 K を示す。

$$\delta_s = K \cdot Q^3 \dots\dots\dots (3.109)$$

3.6.3 ころ-点接触

自動調心ころ軸受のような曲面を持ったころ軸受がころと軌道面の間で点接触をする場合、永久変形量 δ_s と荷重 Q の関係式は下式となる。

$$\delta_s = 1.30 \times 10^{-7} \frac{Q^2}{D_w} (\rho_{1I} + \rho_{1II}) (\rho_{2I} + \rho_{2II})$$

$$= 2.52 \times 10^{-7} \left(\frac{Q}{D_w} \right)^2 \left(\frac{1}{1 \mp \gamma} \right) \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right)$$

〔符号は上段：内輪，下段：外輪〕

- δ_s : 接触点（転動体と軌道輪）での総永久変形量 (mm)
- Q : 転動体荷重 (N)
- D_w : 転動体径 (mm)
- $\rho_{1I}, \rho_{2I}, \rho_{1II}, \rho_{2II}$: 平面Iと平面IIの接触点における物体1と物体2の曲率 (図3.13参照)
- γ : $D_w \cos \alpha / D_{pw}$ α : 接触角
- D_{pw} : ころピッチ径
- R : ころ輪郭半径 (mm)
- r : 軌道溝半径 (mm)

玉軸受の点接触と同様、下式のようにまとめられ定数 K は表3.16に示す。

$$\delta_s = K \cdot Q^2 \dots\dots\dots (3.110)$$

表 3.13 深溝玉軸受 (60, 62, 63) の定数 K_i , K_e $(\times 10^{-10})$

軸受内径 番号	60系列		62系列		63系列	
	K_i	K_e	K_i	K_e	K_i	K_e
00	1.30	2.17	1.24	2.23	0.407	0.623
01	1.24	2.23	0.803	1.38	0.304	0.449
02	1.19	2.28	0.539	0.926	0.282	0.468
03	0.763	1.43	0.376	0.653	0.213	0.351
04	0.503	0.966	0.267	0.483	0.162	0.272
05	0.488	0.987	0.258	0.494	0.101	0.172
06	0.338	0.475	0.150	0.285	0.0791	0.143
07	0.246	0.347	0.095	0.179	0.0548	0.098
08	0.241	0.352	0.0761	0.147	0.0391	0.0703
09	0.181	0.265	0.0625	0.0825	0.0253	0.0307
10	0.179	0.267	0.0614	0.0834	0.0194	0.0237
11	0.109	0.161	0.0433	0.0585	0.0153	0.0187
12	0.108	0.162	0.0315	0.0426	0.0122	0.0149
13	0.107	0.163	0.0271	0.0369	0.00993	0.0121
14	0.0703	0.106	0.0236	0.0322	0.00817	0.0100
15	0.0697	0.106	0.0233	0.0325	0.00680	0.00835
16	0.0484	0.0736	0.0180	0.0249	0.00572	0.00704
17	0.0479	0.0730	0.0158	0.0221	0.00486	0.00599
18	0.0345	0.0520	0.0114	0.0230	0.00416	0.00514
19	0.0343	0.0523	0.00929	0.0127	0.00359	0.00445
20	0.0341	0.0525	0.00767	0.0104	0.00275	0.00337
21	0.0254	0.0387	0.00641	0.00878	0.00242	0.00297
22	0.0195	0.0294	0.00541	0.00731	0.00191	0.00233
24	0.0193	0.0295	0.00458	0.00624	0.00187	0.00236
26	0.0134	0.0204	0.00391	0.00536	0.00150	0.00189
28	0.0133	0.0206	0.00384	0.00543	0.00122	0.00154
30	0.01064	0.0164	0.00379	0.00548	0.00120	0.00155

表 3.14 深溝玉軸受 (68, 69) の定数 K_i , K_e $(\times 10^{-10})$

軸受内径 番号	68系列		69系列	
	K_i	K_e	K_i	K_e
00	9.122	12.845	4.01	5.26
01	8.910	13.068	3.91	5.36
02	8.684	13.327	2.87	4.05
03	8.573	13.463	1.94	2.70
04	2.774	4.151	1.14	1.60
05	2.707	4.232	1.11	1.64
06	2.660	4.292	1.09	1.66
07	2.625	4.339	0.685	1.05
08	2.599	4.377	0.459	0.701
09	2.576	4.410	0.453	0.709
10	1.769	3.022	0.449	0.714
11	1.030	1.739	0.316	0.501
12	0.653	1.089	0.313	0.504
13	0.648	1.096	0.311	0.507
14	0.645	1.101	0.172	0.275
15	0.642	1.105	0.171	0.277
16	0.640	1.109	0.170	0.278
17	0.305	0.516	0.104	0.167
18	0.304	0.518	0.104	0.168
19	0.302	0.519	0.103	0.168
20	0.302	0.521	0.0677	0.1088
21	0.301	0.522	0.0674	0.1092
22	0.220	0.380	0.0671	0.1096
24	0.165	0.285	0.0463	0.0751
26	0.101	0.172	0.0332	0.0536
28	0.100	0.172	0.0330	0.0539
30	0.0656	0.1118	0.0214	0.0346

表 3.15 円筒ころ軸受の定数 K_i , K_e $(\times 10^{-17})$

軸受内径 番号	N2E系列		N3E系列		N22E系列		N23E系列	
	K_i	K_e	K_i	K_e	K_i	K_e	K_i	K_e
04	304	155	156	73.4	156	79.50	51.8	24.3
05	288	161	88.8	44.4	148	82.34	26.3	13.1
06	141	78.3	53.7	28.0	59.5	33.04	14.5	7.59
07	82.0	46.7	26.9	14.4	37.3	21.27	7.40	3.95
08	67.3	38.8	16.0	8.4	24.5	14.14	4.75	2.49
09	49.3	29.7	12.6	6.79	23.9	14.39	3.36	1.80
10	48.3	30.1	8.97	4.92	23.4	14.61	2.00	1.10
11	24.5	15.4	4.97	2.68	13.1	8.248	1.14	0.615
12	18.3	11.2	3.99	2.18	5.855	3.577	0.861	0.472
13	14.5	8.91	2.40	1.30	4.104	2.525	0.712	0.384
14	11.5	7.26	1.63	0.892	4.045	2.552	0.530	0.290
15	9.28	5.99	1.06	0.575	3.992	2.577	0.315	0.170
16	8.14	5.27	0.903	0.494	2.645	1.713	0.253	0.138
17	4.52	2.86	0.735	0.408	1.640	1.036	0.232	0.129
18	3.66	2.32	0.509	0.279	1.214	0.770	0.149	0.0815
19	2.21	1.37	0.499	0.283	0.805	0.500	0.146	0.0826
20	1.51	0.941	0.338	0.184	0.490	0.306	0.0700	0.0380
22	0.972	0.611	0.241	0.135	0.342	0.215	0.0511	0.0285
24	0.683	0.429	0.136	0.0743	0.215	0.135	0.0283	0.0155
26	0.589	0.370	0.103	0.0571	0.137	0.0862	0.0218	0.0121
28	0.577	0.376	0.0853	0.0480	0.134	0.0875	0.0163	0.00917
30	0.401	0.261	0.0592	0.0333	0.0888	0.0579	0.0114	0.00642

表 3.16 自動調心ころ軸受の定数 K_i , K_e $(\times 10^{-13})$

軸受内径 番号	222系列		223系列		232系列		240系列	
	K_i	K_e	K_i	K_e	K_i	K_e	K_i	K_e
06	103	30.6	—	—	—	—	—	—
08	51.9	15.8	31.1	9.08	—	—	—	—
10	42.5	13.4	17.0	4.94	—	—	—	—
12	22.6	7.08	9.72	2.80	—	—	—	—
14	16.5	5.27	6.42	1.84	—	—	—	—
16	12.0	3.84	4.30	1.24	—	—	—	—
18	7.41	2.33	3.01	0.861	7.35	2.31	—	—
20	5.20	1.63	2.26	0.661	5.20	1.64	—	—
22	3.68	1.15	1.52	0.434	3.73	1.17	—	—
24	3.04	0.956	1.44	0.432	2.99	0.942	9.09	3.15
26	2.44	0.766	1.04	0.303	2.48	0.784	6.01	2.06
28	1.87	0.584	0.910	0.272	1.91	0.601	5.50	1.90
30	1.50	0.471	0.681	0.199	1.49	0.467	4.81	1.68
32	1.21	0.380	0.629	0.188	1.20	0.375	3.77	1.31
34	0.982	0.306	0.577	0.176	0.967	0.303	2.88	0.994
36	0.884	0.276	0.455	0.136	0.946	0.301	2.15	0.733
38	0.739	0.230	0.422	0.129	0.757	0.238	2.04	0.703
40	0.614	0.191	0.396	0.123	0.635	0.200	1.56	0.532
44	0.483	0.152	0.313	0.103	0.485	0.154	1.19	0.405
48	0.426	0.129	0.232	0.0557	0.424	0.124	1.14	0.395
52	0.330	0.111	0.182	0.0575	0.331	0.105	0.737	0.251
56	0.314	0.103	0.148	0.0458	0.317	0.0968	0.682	0.204
60	0.235	0.0778	—	—	0.219	0.0667	0.597	0.191
64	0.177	0.0735	—	—	0.175	0.0561	0.525	0.208

【計算例】 永久変形量

(3-13) 円筒ころ軸受 NU208EA が $F_r = 40 \text{ kN}$ のラジアル荷重を受けた時、内輪および外輪での永久変形量を計算する。

NU208EA の計算諸元：ころ個数 $Z = 14$

転動体荷重の計算式は簡易式を用いる。

$$Q_{\max} = 4.6 \times \frac{40\,000}{14} = 13\,143 \text{ (N)}$$

NU208EA での永久変形量の係数は、

$$K_i = 67.3 \times 10^{-17}$$

$$K_e = 38.8 \times 10^{-17}$$

内輪、外輪の永久変形量は

$$\delta_i = K_i \times Q^3 = 0.00153 \text{ (mm)}$$

$$\delta_e = K_e \times Q^3 = 0.00088 \text{ (mm)}$$

(3-14) ラジアル荷重が負荷されている深溝玉軸受 6204 で使用後の調査をしたところ、外輪に 160° の範囲で転走跡が認められ、最大の圧痕深さは $0.8 \mu\text{m}$ であった。この軸受に負荷されたと思われるラジアル荷重を推定する。

6204 の計算諸元：玉個数 $Z = 8$

6204 の外輪での永久変形量の係数は、

$$K_e = 0.483 \times 10^{-10}$$

変形量の $2/3$ が軌道面に発生すると仮定する。

$$\frac{3}{2} \times 0.0008 = 0.483 \times 10^{-10} \times Q_{\max}^2$$

$$Q_{\max} = 4\,984 \text{ (N)}$$

転走跡の範囲より負荷率を求める。 [式 (3.2) 参照]

$$\varepsilon = 0.5 - 0.5 \times \cos\left(\frac{160^\circ}{2}\right) = 0.413$$

ラジアル積分表より [表 3.1 参照]

$$J_r(0.413) = 0.2117 + \frac{(0.2288 - 0.2117) \times 0.13}{0.1} = 0.2139$$

従って、推定されるラジアル荷重 F_r は以下になる。

$$F_r = 8 \times 4\,989 \times 0.2139 = 8\,530 \text{ (N)}$$

4. 荷重・予圧と変位

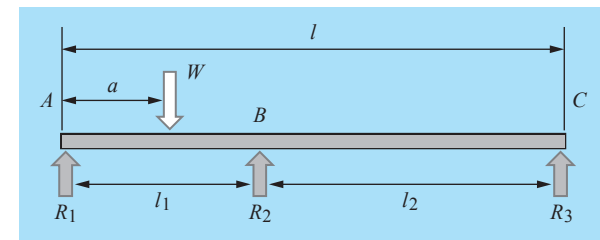
前章では転動体と軌道輪の接点にかかる荷重、応力、変形を Hertz 理論に基づき解説したが、本章では軸受全体に作用する荷重および変位について説明する。また、軸受の荷重と変位の関係を活用した予圧についても本章で取り扱う。

4.1 軸受に作用する荷重

軸受は軸またはハウジングに負荷される荷重を支持するものであるが、それぞれの軸受が受ける荷重は一般的には材料力学の「荷重とはり」の関係によって計算される。ここでは、計算が煩雑になる三点支持の場合と歯車を用いた計算について整理する。

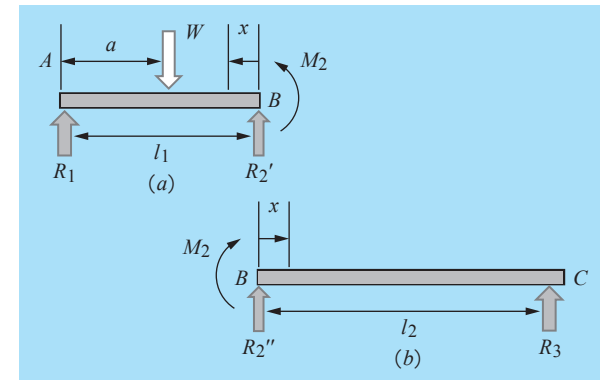
4.1.1 軸のたわみ計算

軸を 3 個の軸受で支持する場合、3 点支持の不静定はりとなり軸のたわみを考慮しなければ計算することができない。ここで、3 個の軸受で支持された軸系に 1 個の集中荷重が負荷された時の状態を図 4.1 に示す。この場合、軸受の内部すきまはなく、弾性変形も考慮しないとする。



W : 負荷荷重
 a : 荷重負荷位置
 l_1, l_2 : 軸受位置
 R_1, R_2, R_3 : 軸受荷重
 A, B, C : 支持点 (軸受位置)

図 4.1 集中荷重での 3 点支持



支点 B においてはりに作用している曲げモーメントを M_2 とし、このはりを支点 AB と支点 BC の二つの支持はりに分割すれば図 4.2 になる。この時、支点 B における反力 R_2 はそれぞれのはりに R_2', R_2'' として分割され、(a)、(b) それぞれのはりにかかる外力は図の通りである。

図 4.2 3 点支持条件でのはりの分割

≪図 4.2 (a) の場合≫

$$\text{力の釣合い: } R_1 + R_2' - W = 0 \quad (4.1)$$

$$\text{モーメントの釣合い: } R_1 l_1 - M_2 + W(l_1 - a) = 0 \quad (4.2)$$

はりの傾き:

材料力学の基本よりモーメントとたわみの関係は

$$\frac{d^2 y(x)}{dx^2} = -\frac{M}{EI}$$

$y(x)$: たわみ, x : 位置 (座標)

M : 中立位置の曲げモーメント

E : 縦弾性係数, I : 断面二次モーメント

ここで, 曲げモーメントによるたわみ角を θ とすると

$$\theta = \frac{dy(x)}{dx} \quad \theta: \text{たわみ角}$$

B 点での曲げモーメント M_2 と荷重 W による $x = 0$ でのたわみ角を θ_2 とし, 上記の関係を用以て整理すると,

$$\theta_2 = \frac{l_1 M_2}{3EI} + \frac{a(l_1^2 - a^2)W}{6EI l_1} \quad (4.3)$$

≪図 4.2 (b) の場合≫

$$\text{力の釣合い: } R_2'' + R_3 = 0 \quad (4.4)$$

$$\text{モーメントの釣合い: } R_3 l_2 - M_2 = 0 \quad (4.5)$$

はりの傾き: 図 (a) と同様に曲げモーメント M_2 による $x = 0$ でのたわみ角を θ_2' とすると

$$\theta_2' = \frac{l_2 M_2}{3EI} \quad (4.6)$$

支点 B でのたわみ角度は符号違いで一致することから, $\theta_2 = -\theta_2'$ となり

$$-\frac{l_2 M_2}{3EI} = \frac{l_1 M_2}{3EI} + \frac{a(l_1^2 - a^2)W}{6EI l_1}$$

$$\therefore M_2 = -\frac{a(l_1^2 - a^2)W}{2l_1(l_1 + l_2)} \quad (4.7)$$

式 (4.7), 式 (4.2), 式 (4.5) より

$$R_1 = \frac{W(l_1 - a)\{2l_1(l_1 + l_2) - a(l_1 + a)\}}{2l_1^2(l_1 + l_2)} \quad (4.8)$$

$$R_3 = -\frac{Wa(l_1^2 - a^2)}{2l_1 l_2(l_1 + l_2)} \quad (4.9)$$

全体の力の釣合いより $R_1 + R_2 + R_3 - W = 0$ であるから

$$R_2 = \frac{Wa(l_1^2 + 2l_1 l_2 - a^2)}{2l_1^2 l_2} \quad (4.10)$$

【計算例】軸たわみ計算

(4-1) 3 個の軸受 A, B, C で支えられた軸系がある。軸受 A, B は 100 mm, 軸受 B, C は 40 mm の間隔がある。軸受 A から内側の 40 mm の位置にラジアル荷重として 2 000 N の荷重がかかる時, それぞれの軸受が受ける荷重を算出する。

軸たわみの公式より

$$R_1 = \frac{2\,000(100 - 40)\{2 \times 100(100 + 40) - 40(100 + 40)\}}{2 \times 100^2(100 + 40)} = 960 \text{ (N)}$$

$$R_2 = \frac{2\,000 \times 40(100^2 + 2 \times 100 \times 40 - 40^2)}{2 \times 100^2 \times 40} = 1\,640 \text{ (N)}$$

$$R_3 = -\frac{2\,000 \times 40(100^2 - 40^2)}{2 \times 100 \times 40(100 + 40)} = -600 \text{ (N)}$$

4.1.2 歯車の計算

動力伝達機構として最も一般的な機械要素として歯車がある。歯車は組み付ける軸の方向によって3種類に分類され、軸受に負荷される荷重も異なっている。ここでは、代表的な歯車の計算方法について整理する。

1) 平行軸歯車

平行軸に取り付けられる歯車で、歯車装置の中で最も多く使用される形式である。代表的なものとしては平歯車とはずば歯車があり、歯車の噛合点では平歯車には接線力と分離力、はずば歯車には接線力と分離力に加えてスラスト力が作用する。図4.3に平行軸歯車装置が受ける力とその方向を示す。

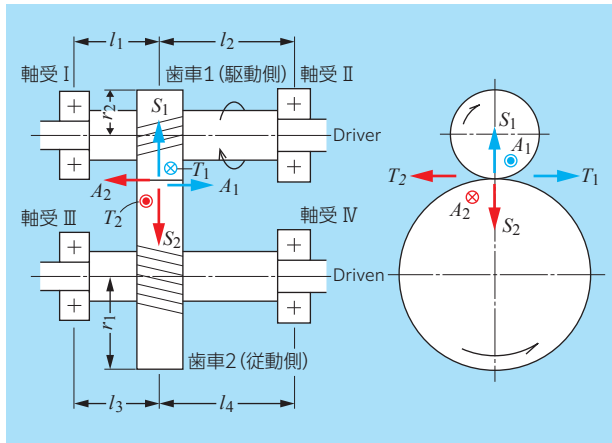


図4.3 はずば歯車装置

- H : 伝達動力 (kW)
- D_p : ピッチ径 (mm)
- α : 圧力角 ($^\circ$)
- : 紙面手前方向
- 添え字 1 : 駆動歯車
- Q : 入力トルク (N・mm)
- n : 回転速度 (min^{-1})
- β : ねじれ角 ($^\circ$)
- ⊙ : 紙面奥行き方向
- 添え字 2 : 従動歯車

ねじれ角：ねじれ角および回転方向は歯車の回転中心から方向を決める。歯車を回転させた時に歯が右ねじの方向であれば「右ねじ」、左ねじの方向であれば「左ねじ」である。これはかさ歯車やウォーム歯車等の歯車でも同じである。平歯車の場合はねじれ角 $\beta = 0$ とする。

荷重方向：荷重方向は回転方向やねじれ角によって異なるが、これらは回転軸が基準であるため図4.3の右の図のような径方向断面で考える。この図の場合は駆動歯車は左ねじ、回転方向は時計回転となっており、荷重方向は接線力が右方向、分離力が上方向、スラスト力が紙面手前方向となる。その他の回転方向とねじれ角の組合せについては表4.1に示す。

接線力： T (N)

$$T_1 = T_2 = \frac{19.1 \times 10^6 H}{n D_{p1}} = \frac{2Q}{D_{p1}}$$

分離力： S (N)

$$S_1 = S_2 = T_1 \frac{\tan \alpha}{\cos \beta}$$

スラスト力： A (N)

$$A = A_2 = T_1 \tan \beta$$

表4.1 歯車噛合点の荷重方向

荷重の種類	駆動歯車のねじれ方向-回転方向			
	右-時計	右-反時計	左-時計	左-反時計
接線力	→	←	→	←
分離力	↑	↑	↑	↑
スラスト力	⊗	●	●	⊗

従動歯車は駆動歯車の反対方向の荷重を受ける
軸受荷重：ラジアル荷重 F_r 、アキシャル荷重 F_a

歯車から発生する接線力、分離力、スラスト力から軸受I～軸受IVに負荷される軸受荷重を表4.2に示す。アキシャル荷重を受ける軸受は軸受形式と向きにより決まる。

表4.2 平行軸歯車の軸受荷重

軸受	接線力 T による荷重 K_t	分離力 S による荷重 K_r	スラスト力 A による荷重 K_a	軸受荷重 (N)			
				駆動歯車のねじれ方向-回転方向			
				右-時計	左-反時計	左-時計	右-反時計
				F_r	F_a	F_r	F_a
I	$T \times \frac{l_2}{l_1 + l_2}$	$S \times \frac{l_2}{l_1 + l_2}$	$A \times \frac{r_1}{l_1 + l_2}$	$\sqrt{K_{tI}^2 + (K_{rI} + K_{aI})^2}$	← A	$\sqrt{K_{tI}^2 + (K_{rI} - K_{aI})^2}$	→ A
II	$T \times \frac{l_1}{l_1 + l_2}$	$S \times \frac{l_1}{l_1 + l_2}$	$A \times \frac{r_1}{l_1 + l_2}$	$\sqrt{K_{tII}^2 + (K_{rII} - K_{aII})^2}$		$\sqrt{K_{tII}^2 + (K_{rII} + K_{aII})^2}$	
III	$T \times \frac{l_4}{l_3 + l_4}$	$S \times \frac{l_4}{l_3 + l_4}$	$A \times \frac{r_2}{l_3 + l_4}$	$\sqrt{K_{tIII}^2 + (K_{rIII} - K_{aIII})^2}$	→ A	$\sqrt{K_{tIII}^2 + (K_{rIII} + K_{aIII})^2}$	← A
IV	$T \times \frac{l_3}{l_3 + l_4}$	$S \times \frac{l_3}{l_3 + l_4}$	$A \times \frac{r_2}{l_3 + l_4}$	$\sqrt{K_{tIV}^2 + (K_{rIV} + K_{aIV})^2}$		$\sqrt{K_{tIV}^2 + (K_{rIV} - K_{aIV})^2}$	

- l_1, l_2, l_3, l_4 : 歯車からの軸受位置 (mm)
- r_1 : 駆動歯車のピッチ半径 (mm)
- r_2 : 従動歯車のピッチ半径 (mm)

F_a は軸受形式、向き (図中矢印) により決まる。

2) 交差軸歯車

ある1点で交わる軸を交差軸といい、交差軸の伝達には一般的に、かさ歯車を用いる。歯のねじれの有無によってすぐばかさ歯車とまがりばかさ歯車に分かれる。まがりばかさ装置の概略図を図4.4に示す。

接線力： T (N)

接線力は平行軸歯車同様式(4.11)となる。

$$T_1 = T_2 = \frac{19.1 \times 10^6 H}{n D_{p1}} = \frac{2Q}{D_{p1}} \dots\dots\dots (4.11)$$

H : 伝達動力 (kW) Q : 入力トルク (N・mm)
 n : 回転速度 (min^{-1}) D_p : ピッチ径 (mm)

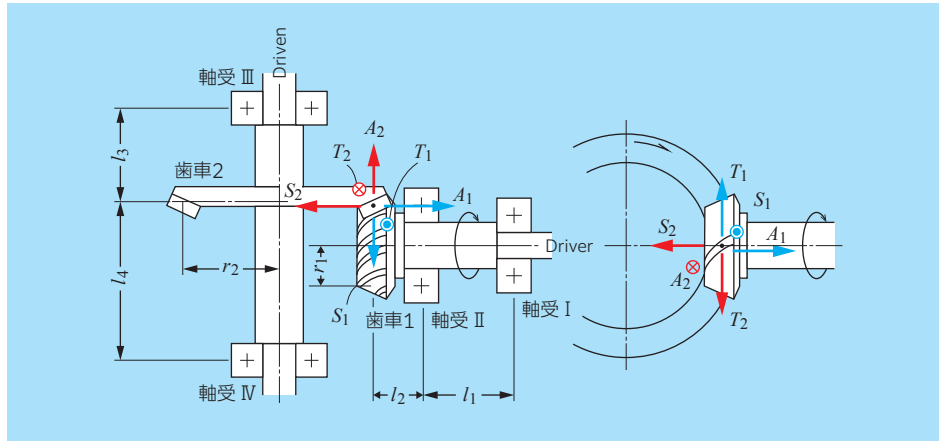


図 4.4 まがりばかさ歯車装置

分離力 : S (N)
 スラスト力 : A (N)

交差軸歯車の分離力とスラスト力の計算式を表4.3に示す。すぐばかさ歯車の場合は $\beta = 0$ として算出する。一般的に、2つの交差軸は 90° で交差する時が多く、その場合は $S_1 = A_2, S_2 = A_1$ となる。計算値が正(+)の時は歯車を引き離す力であり、負(-)の時は引き付ける力である。

表 4.3 交差軸歯車の歯合点での荷重

歯合点荷重	歯車	歯車のねじれ方向—回転方向			
		右—時計	左—反時計	左—時計	右—反時計
分離力 S (N)	駆動側	$S_1 = \frac{T_1}{\cos\beta} (\tan\alpha\cos\delta_1 + \sin\beta\sin\delta_1)$	$S_1 = \frac{T_1}{\cos\beta} (\tan\alpha\cos\delta_1 - \sin\beta\sin\delta_1)$	$S_2 = \frac{T_2}{\cos\beta} (\tan\alpha\cos\delta_2 + \sin\beta\sin\delta_2)$	$S_2 = \frac{T_2}{\cos\beta} (\tan\alpha\cos\delta_2 - \sin\beta\sin\delta_2)$
	従動側	$S_2 = \frac{T_2}{\cos\beta} (\tan\alpha\cos\delta_2 - \sin\beta\sin\delta_2)$	$S_2 = \frac{T_2}{\cos\beta} (\tan\alpha\cos\delta_2 + \sin\beta\sin\delta_2)$	$A_1 = \frac{T_1}{\cos\beta} (\tan\alpha\sin\delta_1 - \sin\beta\cos\delta_1)$	$A_1 = \frac{T_1}{\cos\beta} (\tan\alpha\sin\delta_1 + \sin\beta\cos\delta_1)$
スラスト力 A (N)	駆動側	$A_1 = \frac{T_1}{\cos\beta} (\tan\alpha\sin\delta_1 - \sin\beta\cos\delta_1)$	$A_1 = \frac{T_1}{\cos\beta} (\tan\alpha\sin\delta_1 + \sin\beta\cos\delta_1)$	$A_2 = \frac{T_2}{\cos\beta} (\tan\alpha\sin\delta_2 + \sin\beta\cos\delta_2)$	$A_2 = \frac{T_2}{\cos\beta} (\tan\alpha\sin\delta_2 - \sin\beta\cos\delta_2)$
	従動側	$A_2 = \frac{T_2}{\cos\beta} (\tan\alpha\sin\delta_2 + \sin\beta\cos\delta_2)$	$A_2 = \frac{T_2}{\cos\beta} (\tan\alpha\sin\delta_2 - \sin\beta\cos\delta_2)$		

表中の記号 α : 歯車の圧力角 ($^\circ$) β : 歯車のねじれ角 ($^\circ$)
 δ : 歯車のピッチ円すい角 ($^\circ$)
 添え字 1 : 駆動歯車 添え字 2 : 従動歯車

軸受荷重 : ラジアル荷重 F_r , アキシャル荷重 F_a (N)
 歯車から発生する接線力, 分離力, スラスト力から軸受 I ~ 軸受 IV に負荷される軸受荷重を表 4.4 に示す。

表 4.4 交差軸歯車の軸受荷重

軸受	接線力 T による 荷重 K_t	分離力 S による 荷重 K_r	スラスト力 A による 荷重 K_a	軸受荷重 (N)	
				F_r	F_a
I	$T_1 \times \frac{l_2}{l_1}$	$S_1 \times \frac{l_2}{l_1}$	$A_1 \times \frac{r_1}{l_1}$	$\sqrt{K_{tI}^2 + (K_{rI} - K_{aI})^2}$	A_1
II	$T_1 \times \frac{l_1 + l_2}{l_1}$	$S_1 \times \frac{l_1 + l_2}{l_1}$	$A_1 \times \frac{r_1}{l_1}$	$\sqrt{K_{tII}^2 + (K_{rII} - K_{aII})^2}$	
III	$T_2 \times \frac{l_4}{l_3 + l_4}$	$S_2 \times \frac{l_4}{l_3 + l_4}$	$A_2 \times \frac{r_2}{l_3 + l_4}$	$\sqrt{K_{tIII}^2 + (K_{rIII} + K_{aIII})^2}$	
IV	$T_2 \times \frac{l_3}{l_3 + l_4}$	$S_2 \times \frac{l_3}{l_3 + l_4}$	$A_2 \times \frac{r_2}{l_3 + l_4}$	$\sqrt{K_{tIV}^2 + (K_{rIV} - K_{aIV})^2}$	A_2

l_1, l_2, l_3, l_4 : 歯車からの軸受位置 (mm)
 r_1 : 駆動歯車のピッチ半径 (mm) r_2 : 従動歯車のピッチ半径 (mm)

3) 食い違い軸歯車

軸が平行でなく、交差していない軸を食い違い軸といい、代表的な歯車としてはハイポイドギヤとウォームギヤがある。

《ハイポイドギヤ》

ハイポイドギヤはかさ歯車の一種であるが、入出力軸が交差しておらず、食い違っているのが特徴である。大きなトルクが掛かる自動車や鉄道車両の駆動装置などに使用される。ハイポイドギヤ装置の概略図を図 4.5 に、噛合点での荷重を表 4.5 に示す。計算が正 (+) の時は歯車を引き離す力であり、負 (-) の時は引き付ける力である。

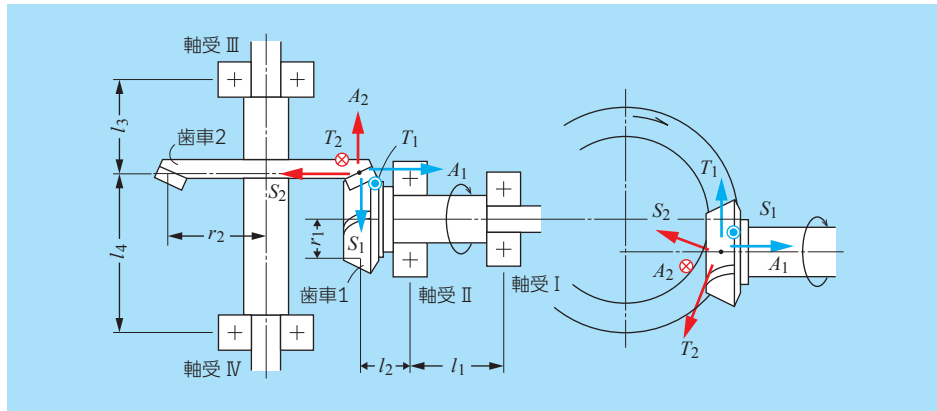


図 4.5 ハイポイドギヤ装置

表 4.5 ハイポイドギヤの噛合点での荷重

噛合点荷重	歯車	歯車のねじれ方向-回転方向			
		右-時計	左-反時計	左-時計	右-反時計
接線力 T (N)	駆動側	$T_1 = \frac{19.1 \times 10^6 H}{n D_{p1}} = \frac{2Q}{D_{p1}}$			
	従動側	$T_2 = \frac{\cos\beta_2}{\cos\beta_1} T_1$			
分離力 S (N)	駆動側	$S_1 = \frac{T_1}{\cos\beta} (\tan\alpha\cos\delta_1 + \sin\beta\sin\delta_1)$	$S_1 = \frac{T_1}{\cos\beta} (\tan\alpha\cos\delta_1 - \sin\beta\sin\delta_1)$		
	従動側	$S_2 = \frac{T_2}{\cos\beta} (\tan\alpha\cos\delta_2 - \sin\beta\sin\delta_2)$	$S_2 = \frac{T_2}{\cos\beta} (\tan\alpha\cos\delta_2 + \sin\beta\sin\delta_2)$		
スラスト力 A (N)	駆動側	$A_1 = \frac{T_1}{\cos\beta} (\tan\alpha\sin\delta_1 - \sin\beta\cos\delta_1)$	$A_1 = \frac{T_1}{\cos\beta} (\tan\alpha\sin\delta_1 + \sin\beta\cos\delta_1)$		
	従動側	$A_2 = \frac{T_2}{\cos\beta} (\tan\alpha\sin\delta_2 + \sin\beta\cos\delta_2)$	$A_2 = \frac{T_2}{\cos\beta} (\tan\alpha\sin\delta_2 - \sin\beta\cos\delta_2)$		

表中の記号 H : 伝達動力 (kW) Q : 入力トルク (N・mm)
 n : 回転速度 (min^{-1}) D_p : ピッチ径 (mm)
 α : 歯車の圧力角 ($^\circ$) β : 歯車のねじれ角 ($^\circ$)
 δ : 歯車のピッチ円すい角 ($^\circ$)
 添え字 1 : 駆動歯車 添え字 2 : 従動歯車

軸受荷重：ラジアル荷重 F_r 、アキシャル荷重 F_a (N)
 軸受 I ~ 軸受 IV に負荷される軸受荷重は「表 4.4 の交差軸歯車の軸受荷重」の式を使用する。

《ウォームギヤ》

ねじ状の歯車であるウォームと、噛み合うねじれを持ったウォームホイールの組合せをウォームギヤという。大きな減速比や高トルクの動力伝達用歯車として多く使用されている。ウォームギヤ装置の概略図を図 4.6 に示す。

噛合点荷重

T_1, T_2 : 接線力
 S_1, S_2 : 分離力
 A_1, A_2 : スラスト力

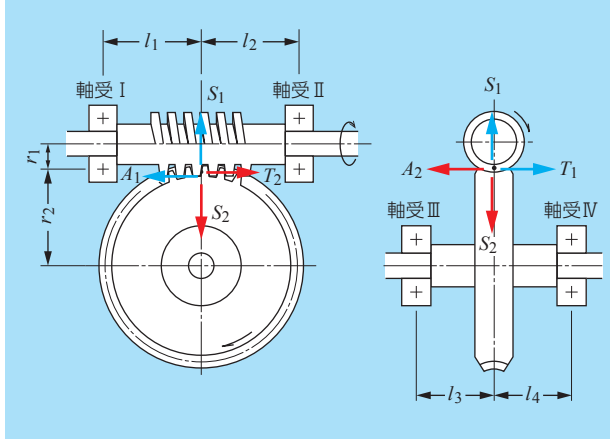


図 4.6 ウォームギヤ装置

ウォームギヤの噛合点ではそれぞれの分離力は釣り合うが、ウォーム軸の接線力とウォームホイールのスラスト力およびウォーム軸のスラスト力とウォームホイールの接線力が釣り合う。計算式は以下の通りである。

接線力： T_1 (N) / スラスト力： A_2 (N)

$$T_1 = \frac{19.1 \times 10^6 H}{n D_{p1}} = \frac{2Q}{D_{p1}} = A_2$$

分離力： S (N)

$$S_1 = S_2 = \eta \frac{\tan \alpha}{\tan \gamma}$$

スラスト力： A_1 (N) / 接線力： T_2 (N)

$$A_1 = \eta \frac{1}{\tan \gamma} T_1 = T_2$$

H : 伝達動力 (kW) Q : 入力トルク (N・mm)
 n : 回転速度 (min^{-1}) D_p : ピッチ径 (mm)
 α : 歯車の圧力角 ($^\circ$) γ : ウォームの進み角 ($^\circ$)
 η : ウォームギヤの伝達効率
 添え字 1 : ウォーム軸 添え字 2 : ウォームホイール

*ウォームギヤの伝達効率は一般的に、30～90%であるが、安全側の計算として、 $\eta = 1$ として計算する。

図 4.7 に噛合点荷重の方向を、表 4.6、表 4.7 に軸受荷重を示す。

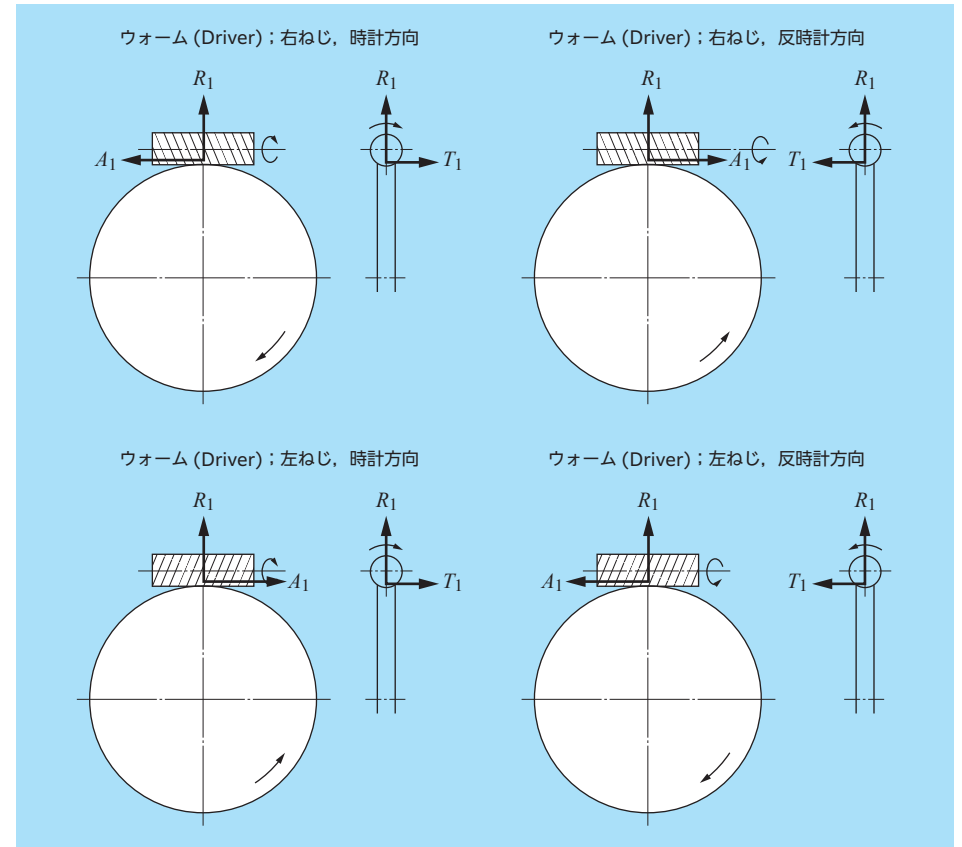


図 4.7 ウォームギヤでの噛合点荷重の方向

表 4.6 嚙合荷重による軸受の荷重

軸受	接線力 T による荷重 K_t (N)	分離力 S による荷重 K_r (N)	スラスト力 A による荷重 K_a (N)
I	$T_1 \times \frac{l_2}{l_1 + l_2}$	$S_1 \times \frac{l_2}{l_1 + l_2}$	$A_1 \times \frac{r_1}{l_1 + l_2}$
II	$T_1 \times \frac{l_1}{l_1 + l_2}$	$S_1 \times \frac{l_1}{l_1 + l_2}$	$A_1 \times \frac{r_1}{l_1 + l_2}$
III	$T_2 \times \frac{l_4}{l_3 + l_4}$	$S_2 \times \frac{l_4}{l_3 + l_4}$	$A_2 \times \frac{r_2}{l_3 + l_4}$
IV	$T_2 \times \frac{l_3}{l_3 + l_4}$	$S_2 \times \frac{l_3}{l_3 + l_4}$	$A_2 \times \frac{r_2}{l_3 + l_4}$

表 4.7 ウォームギヤの軸受荷重

単位：N

軸受	ウォーム 右ねじ				ウォーム 左ねじ			
	時計回転		反時計回転		時計回転		反時計回転	
	F_r	F_a	F_r	F_a	F_r	F_a	F_r	F_a
I	$\sqrt{K_{tI}^2 + (K_{rI} + K_{aI})^2}$	A_1	$\sqrt{K_{tI}^2 + (K_{rI} - K_{aI})^2}$	A_1	$\sqrt{K_{tI}^2 + (K_{rI} - K_{aI})^2}$	A_1	$\sqrt{K_{tI}^2 + (K_{rI} + K_{aI})^2}$	A_1
II	$\sqrt{K_{tII}^2 + (K_{rII} - K_{aII})^2}$	A_1	$\sqrt{K_{tII}^2 + (K_{rII} + K_{aII})^2}$	A_1	$\sqrt{K_{tII}^2 + (K_{rII} + K_{aII})^2}$	A_1	$\sqrt{K_{tII}^2 + (K_{rII} - K_{aII})^2}$	A_1
III	$\sqrt{K_{tIII}^2 + (K_{rIII} + K_{aIII})^2}$	A_2	$\sqrt{K_{tIII}^2 + (K_{rIII} - K_{aIII})^2}$	A_2	$\sqrt{K_{tIII}^2 + (K_{rIII} - K_{aIII})^2}$	A_2	$\sqrt{K_{tIII}^2 + (K_{rIII} + K_{aIII})^2}$	A_2
IV	$\sqrt{K_{tIV}^2 + (K_{rIV} - K_{aIV})^2}$	A_2	$\sqrt{K_{tIV}^2 + (K_{rIV} + K_{aIV})^2}$	A_2	$\sqrt{K_{tIV}^2 + (K_{rIV} + K_{aIV})^2}$	A_2	$\sqrt{K_{tIV}^2 + (K_{rIV} - K_{aIV})^2}$	A_2

4) 計算図表

まがりばかさ歯車やハイポイドギヤは嚙合点での荷重の方向や計算が煩雑なため、簡便に算出できる計算図表が作られている。図 4.8、図 4.9 に分離力とスラスト力を求める計算図表を示す。

【必要歯車諸元】

- ① 歯のねじれ方向：右ねじまたは左ねじ
- ② 回転方向：時計回りまたは反時計回り
- ③ 圧力角： α
- ④ ねじれ角： β
- ⑤ ピッチ円すい角： δ

【算出方法】

- (1) 歯のねじれ方向および回転方向によって、図表のプラス側（上側）かマイナス側（下側）を決める。
- (2) 圧力角を線図上にプロットする。
- (3) ねじれ角とピッチ円すい角の交点をプロットする。
- (4) (1)と(2)の交点を結び、その延長線と縦軸のスケールと交った荷重比（接線力に対する比率）を読み取る。

図 4.8、図 4.9 の赤の線図は後述の計算例をプロットしたものである。

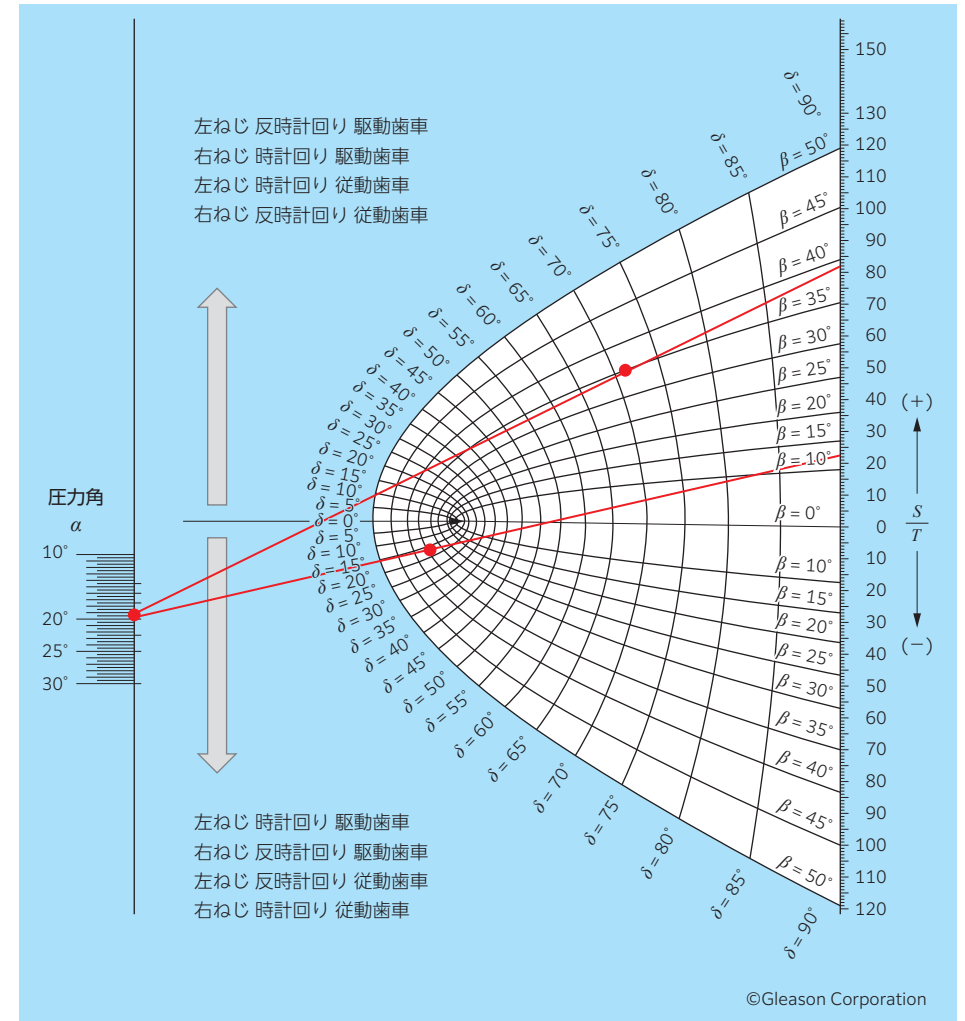


図 4.8 分離力 S の計算図表

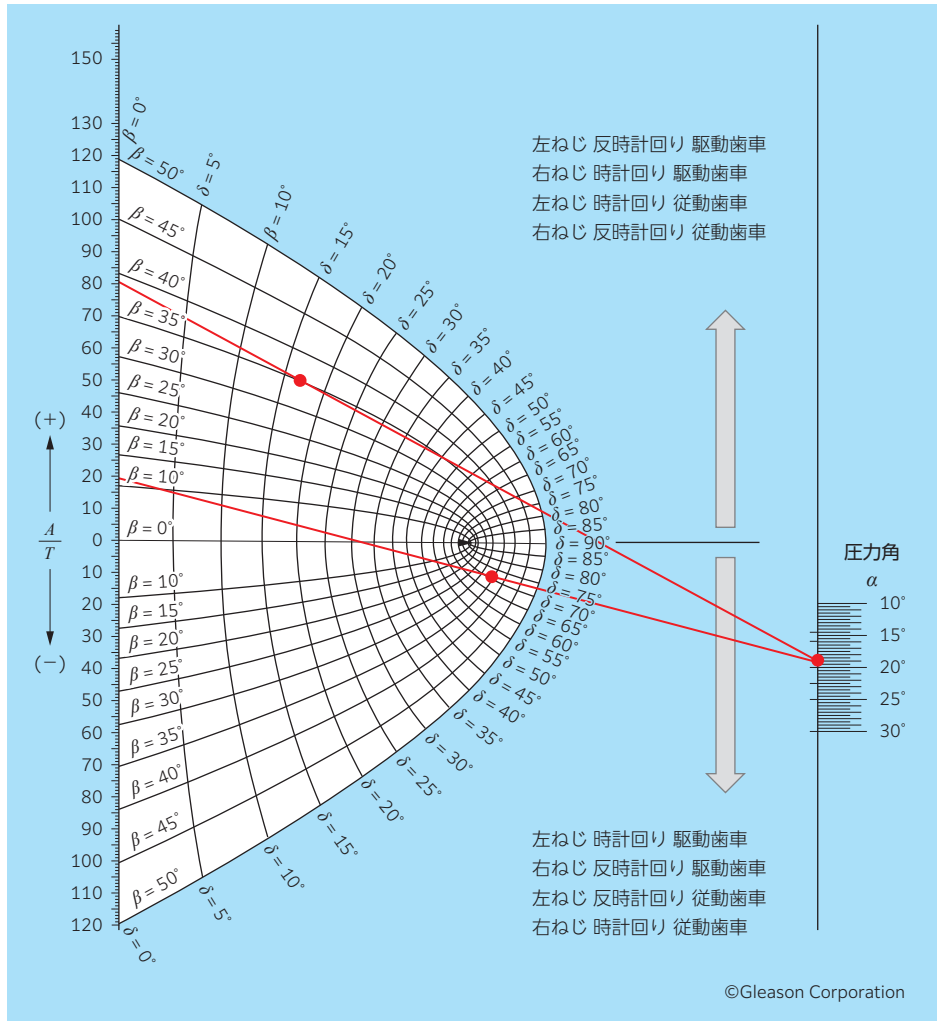


図 4.9 スラスト力 A の計算図表

【計算例】 歯車の計算

(4-2) 軸受が図 4.4 のまがりばかさ歯車で使用されている場合、歯車仕様、および使用条件が以下の時の軸受荷重を求めらる。

仕様		駆動側	従動側
伝達動力		40 kW	—
回転速度		1 000 min ⁻¹	—
回転方向		時計回り	反時計回り
歯車	ねじれ方向	左ねじ	右ねじ
	ねじれ角: β	35°	
	圧力角: α	20°	
	ピッチ円すい角: δ	18° 4′	71° 56′
スパン	l ₁	350 mm	
	l ₂	55 mm	
	l ₃	110 mm	
	l ₄	240 mm	

噛合点荷重は表 4.3 より

噛合点荷重	駆動側		従動側
	左-時計		右-反時計
接線力 T (N)	$T_1 = T_2 = \frac{19.1 \times 10^6 \times 40}{1\,000 \times 127.7} = 5\,983$		
分離力 S (N)	$S_1 = \frac{5\,983}{\cos 35^\circ} (\tan 20^\circ \cos 18.067^\circ - \sin 35^\circ \sin 18.067^\circ) = 1\,228$	$S_2 = A_1 = 4\,807$	
スラスト力 A (N)	$A_1 = \frac{5\,983}{\cos 35^\circ} (\tan 20^\circ \sin 18.067^\circ + \sin 35^\circ \cos 18.067^\circ) = 4\,807$	$A_2 = S_1 = 1\,228$	

軸受荷重は表 4.4 より

F_a は軸受 I, II の軸受の形式と向きによりどちらに作用するかが決まる。軸受 III, IV も同様である。

軸受	荷重 K _t (N)	荷重 K _r (N)	荷重 K _a (N)	軸受荷重 (N)	
				F _r	F _a
I	940	193	877	1 162	4 807
II	6 923	1 421	877	6 944	
III	4 103	842	2 688	5 413	1 228
IV	1 880	386	2 688	2 972	

4.2 荷重と変位

軸受に荷重が負荷されると転動体と軌道輪の接触点で弾性変形が起こる。この変形は 3.3 章で紹介した Hertz および Palmgren による弾性変形がベースとなるが、ここでは軸受全体としての弾性変形量を考える。

4.2.1 アクシアル荷重と軸方向変位量

各形式の軸受におけるアクシアル荷重 F_a と軸方向変位量 δ_a の関係式を以下に示す。また、アンギュラ玉軸受でのアクシアル荷重 F_a と軸方向変位量 δ_a の関係線図を図 4.10 ~ 図 4.15 に、円すいころ軸受の線図を図 4.16 ~ 図 4.21 に示す。

①アンギュラ玉軸受

$$\delta_a = \frac{0.00044}{\sin\alpha} \sqrt[3]{\frac{Q^2}{D_w}} = \frac{0.00044}{Z^{2/3} D_w^{1/3} (\sin\alpha)^{5/3}} F_a^{2/3} \dots\dots\dots (4.12)$$

ここで、最大転動体荷重： $Q = \frac{F_a}{Z \sin\alpha}$

Z ：転動体個数 D_w ：転動体径 α ：接触角

②円すいころ軸受

$$\delta_a = \frac{0.000077 \times K_{NTN}}{\sin\alpha} \frac{Q^{0.9}}{L_{we}^{0.8}} = \frac{0.000077 \times K_{NTN}}{Z^{0.9} L_{we}^{0.8} (\sin\alpha)^{1.9}} F_a^{0.9} \dots\dots\dots (4.13)$$

K_{NTN} ：外輪の膨張と変形を考慮した補正係数

L_{we} ：ころ有効長さ

③スラスト玉軸受

$$\delta_a = \frac{0.00044}{\sin\alpha} \sqrt[3]{\frac{Q^2}{D_w}} = \frac{0.00044}{Z^{2/3} D_w^{1/3} (\sin\alpha)^{5/3}} F_a^{2/3} \dots\dots\dots (4.14)$$

④自動調心ころ軸受

$$\delta_a = \frac{0.00022}{\sin\alpha} \frac{Q^{3/4}}{L_{we}^{0.5}} \dots\dots\dots (4.15)$$

⑤スラストころ軸受

$$\delta_a = \frac{0.000077}{\sin\alpha} \frac{Q^{0.9}}{L_{we}^{0.8}} = \frac{0.000077}{Z^{0.9} L_{we}^{0.8} (\sin\alpha)^{1.9}} F_a^{0.9} \dots\dots\dots (4.16)$$

自動調心ころ軸受およびスラストころ軸受の軸方向変位量が必要な場合は **NTN** にご照会ください。

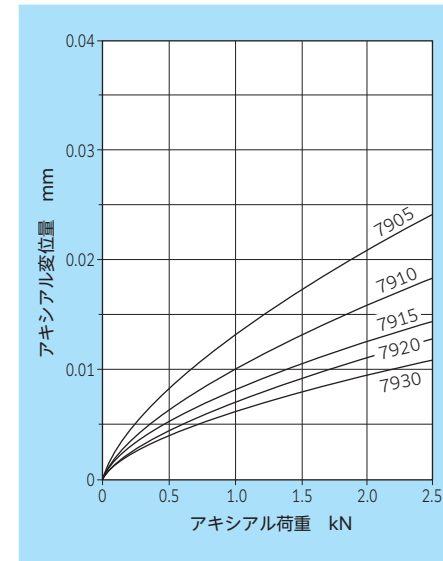


図 4.10 79 系列のアクシアル荷重と変位量

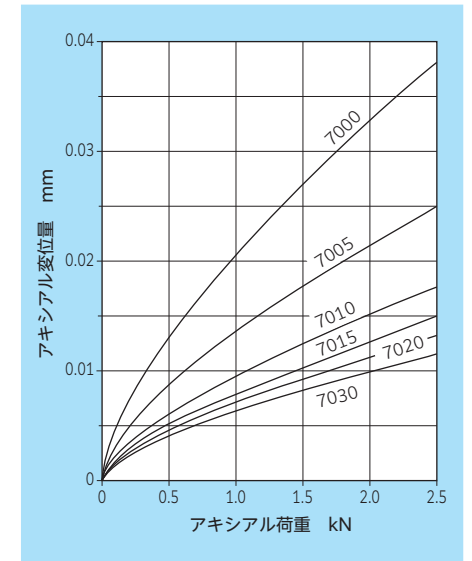


図 4.11 70 系列のアクシアル荷重と変位量

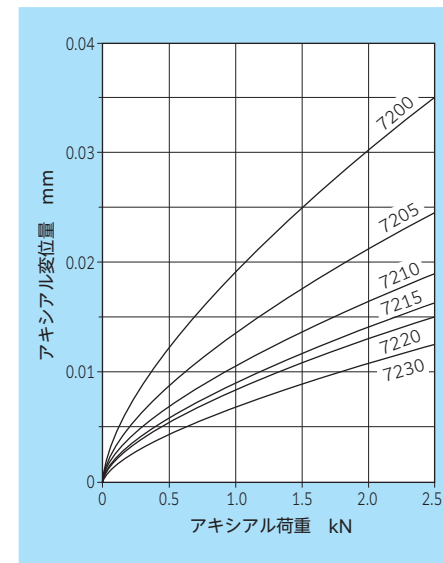


図 4.12 72 系列のアクシアル荷重と変位量

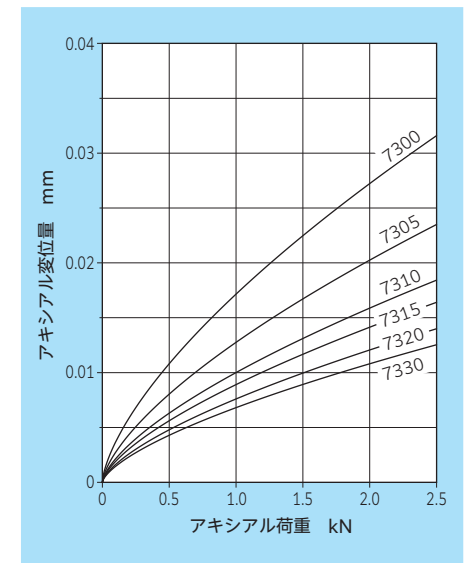


図 4.13 73 系列のアクシアル荷重と変位量

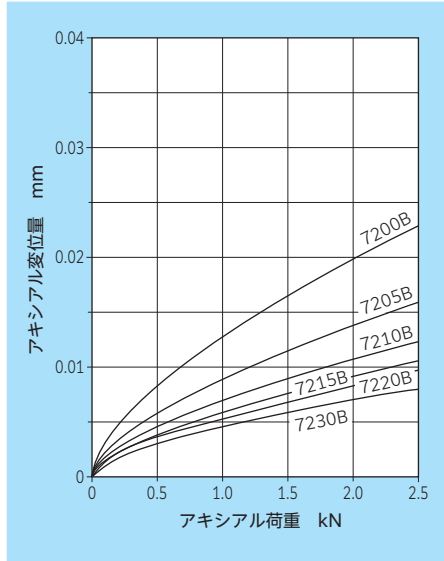


図 4.14 72B 系列の軸シアル荷重と変位量

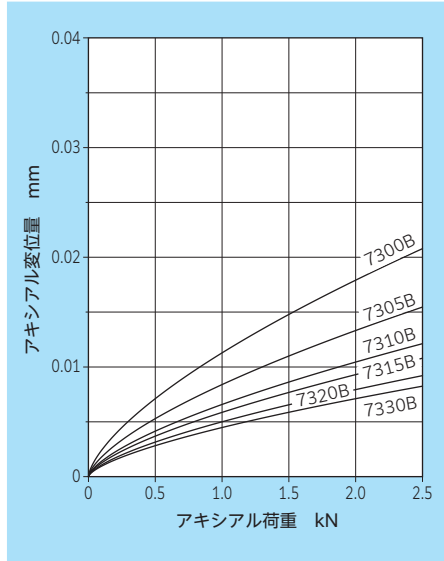


図 4.15 73B 系列の軸シアル荷重と変位量

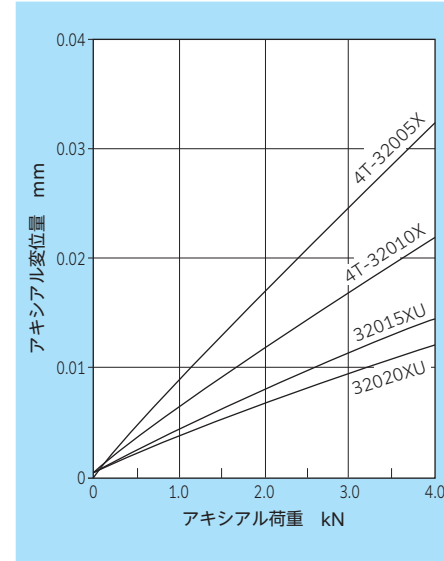


図 4.16 320 系列の軸シアル荷重と変位量

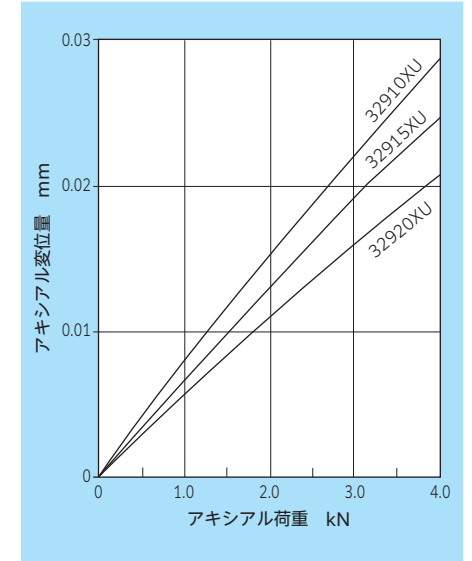


図 4.17 329 系列の軸シアル荷重と変位量

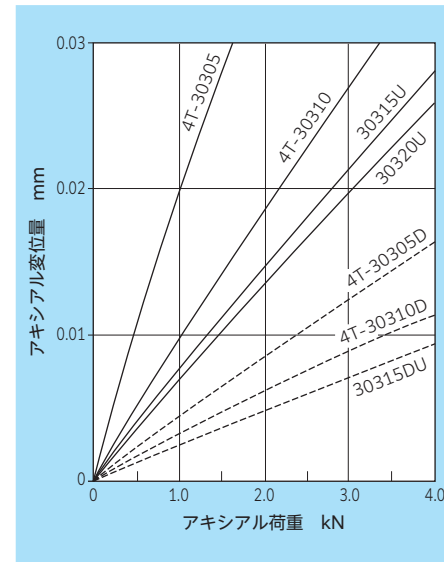


図 4.18 303 系列 303D 系列の軸シアル荷重と変位量

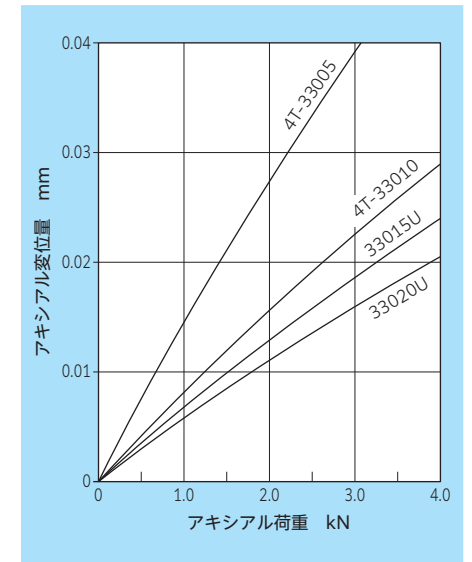


図 4.19 330 系列の軸シアル荷重と変位量

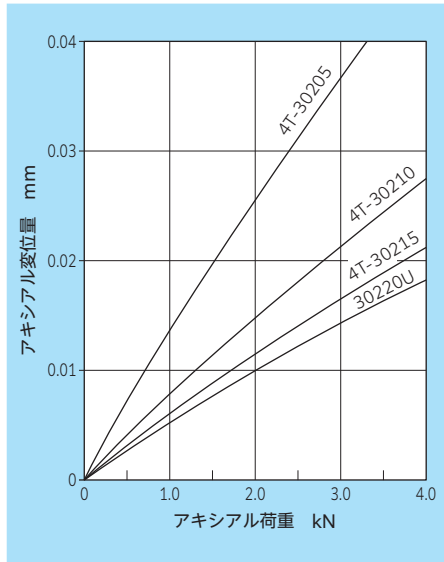


図 4.20 302 系列のアキシャル荷重と変位量

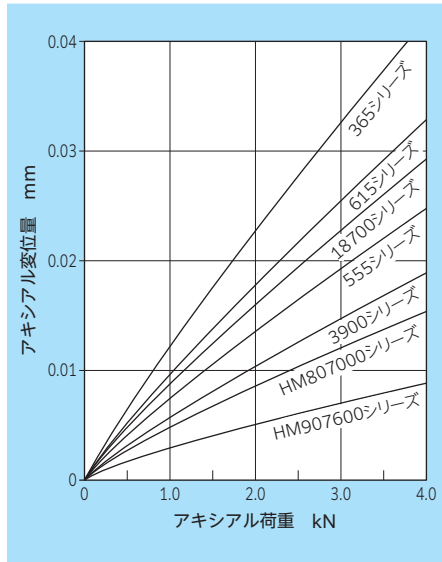


図 4.21 インチ系列のアキシャル荷重と変位量

4.2.2 ラジアル荷重と径方向変位量

アキシャル荷重と同様、各形式の軸受におけるラジアル荷重 F_r と径方向変位量 δ_r の関係式を以下に示す。また、深溝玉軸受のラジアル荷重 F_r と径方向変位量 δ_r の関係線図を図 4.22～図 4.24 に、円筒ころ軸受の線図を図 4.25～図 4.27 に示す。

①深溝玉軸受、アンギュラ玉軸受

$$\delta_r = \frac{0.00044}{\cos\alpha} \sqrt[3]{\frac{Q^2}{D_w}} = \frac{0.001276}{Z^{2/3} D_w^{1/3} (\cos\alpha)^{5/3}} F_r^{2/3} \dots\dots\dots (4.17)$$

ここで、最大転動体荷重： $Q = \frac{5F_r}{Z \cos\alpha}$

Z ：転動体個数 D_w ：転動体径
 α ：接触角（深溝玉軸受の場合、 $\alpha = 0$ ）

②円筒ころ軸受、円すいころ軸受、自動調心ころ軸受

$$\delta_r = \frac{0.000077}{\cos\alpha} \frac{Q^{0.9}}{L_{we}^{0.8}} = \frac{0.000304}{Z^{0.9} L_{we}^{0.8} (\cos\alpha)^{1.9}} F_r^{0.9} \dots\dots\dots (4.18)$$

ここで、最大転動体荷重： $Q = \frac{4.6F_r}{Z \cos\alpha}$

Z ：転動体個数 L_{we} ：ころ有効長さ
 α ：接触角（円筒ころ軸受の場合、 $\alpha = 0$ ）

アンギュラ玉軸受、円すいころ軸受、自動調心ころ軸受の径方向変位量が必要な場合は **NTN** にご照会ください。

ここで計算される軸方向変位および径方向変位量は軸受単体での数値であり、予圧が設定されている場合は「4.3章 組合せ軸受の予圧」を参照のこと。

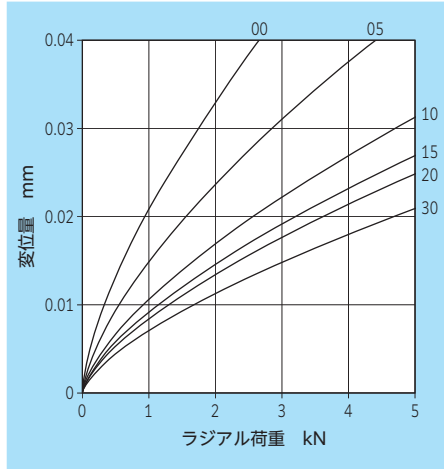


図 4.22 60 系列のラジアル荷重と変位量

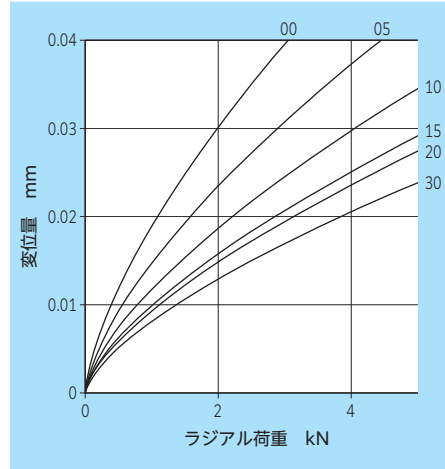


図 4.23 62 系列のラジアル荷重と変位量

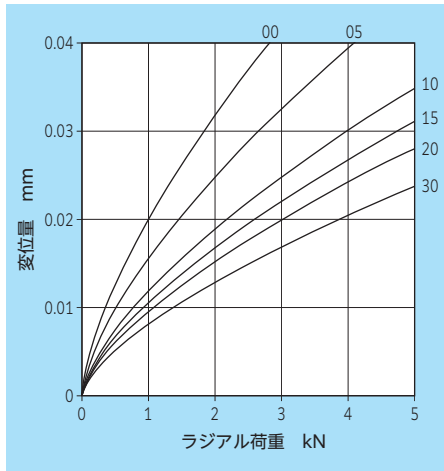


図 4.24 63 系列のラジアル荷重と変位量

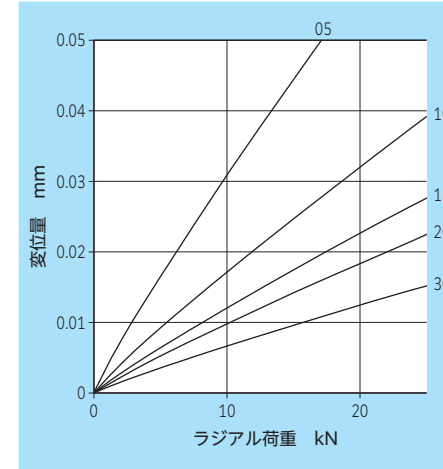


図 4.25 NU2 系列のラジアル荷重と変位量

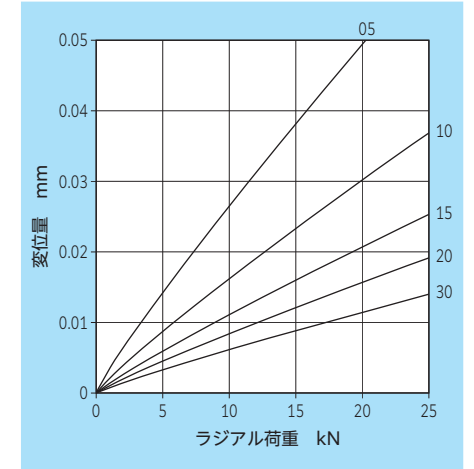


図 4.26 NU3 系列のラジアル荷重と変位量

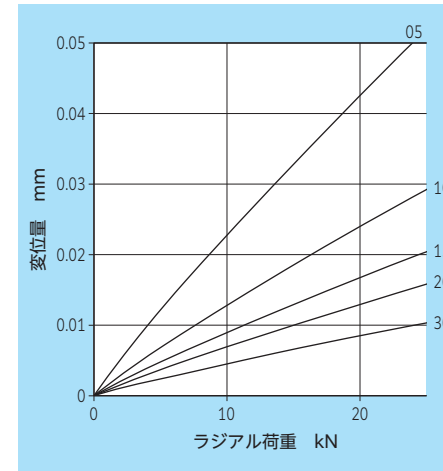


図 4.27 NU22 系列のラジアル荷重と変位量

【計算例】変位量計算

(4-3) アンギュラ玉軸受 7010 にアキシアル荷重 2 kN が負荷された時の軸方向変位量を求める。

図 4.11 より $\delta_a = 0.015$ (mm)

(4-4) 円筒ころ NU210 にラジアル荷重 20 kN が負荷された時の径方向変位量を求める。

図 4.25 より $\delta_a = 0.032$ (mm)

4.3 組合せ軸受の予圧

予圧とは予め転動体および軌道輪に荷重を負荷し軸受の内部すきまを負すきまの状態にしておくことである。予圧は軸受剛性の向上、騒音や振動の低減、発熱の抑制等いろいろな目的で使用される。この章では主に軸受の剛性に関する項目を扱い、軸受内部の滑りに起因した発熱については「6章 軸受内部の滑りと摩擦トルク」で扱う。

4.3.1 予圧線図

アンギュラ玉軸受等の荷重-変位曲線を組合せて予圧の状態を分かり易くしたものを予圧線図という。この線図を適切に使用することによって組合せ軸受に外力が負荷された場合の変位量や各軸受の負荷荷重の変化を求めることができる。

1) 定圧予圧

定圧予圧とは図 4.28 に示すように「ばね」を用いて軸受に荷重を負荷する予圧方法である。この場合、アキシャル荷重が軸受 II に負荷されると、その荷重はばねを取縮させる方向の荷重であるため負荷することができない。通常は外力 (F_a) を軸受 I に負荷されるように使用する。

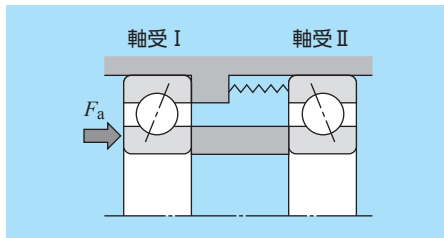


図 4.28 定圧予圧

図 4.29 は予圧量 T_p の定圧予圧の予圧線図を示したものである。バネの剛性は軸受に比べて非常に小さいため、ばねの変位曲線はほぼ水平線と考えてよい。この時、それぞれの軸受には予圧量相当のアキシャル荷重が負荷されている。

$$F_{aI} = F_{aII} = T_p$$

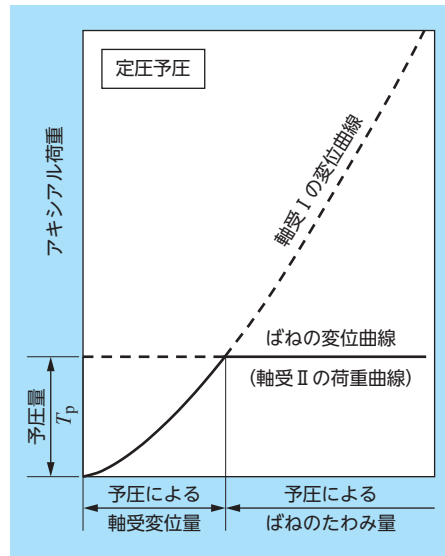


図 4.29 定圧予圧線図 (予圧時)

図 4.30 は定圧予圧に外力 F_a が負荷された時の線図である。軸受 I は外力に対応する δ_a だけ変形し、負荷する荷重は

$$F_{aI} = T_p + F_a \quad \text{となる。}$$

軸受 II は δ_a だけ変形してもばねからの荷重であるため負荷される荷重は変わらない。

$$F_{aII} = T_p$$

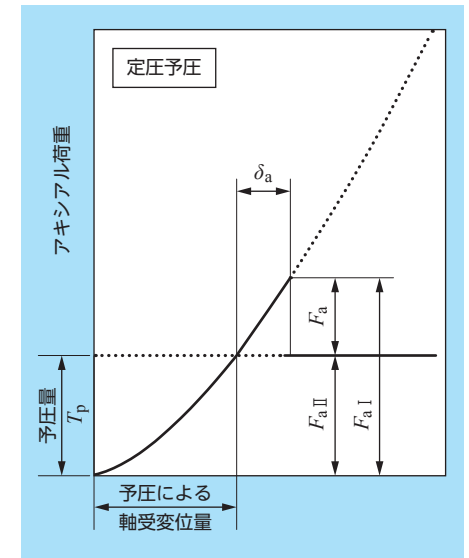


図 4.30 定圧予圧線図 (外力負荷)

2) 定位置予圧

軸受は荷重を受けると弾性変形を起こすが、定位置予圧は軸受の弾性変形を利用して軸受に荷重をかける方法である。一般的に、軸方向の弾性変形量 (負すきま) を管理することによって 2 個またはそれ以上の軸受を組合せて予圧を与える。負すきま (弾性変形量) は図 4.31 のように平面差を管理することにより設定する。

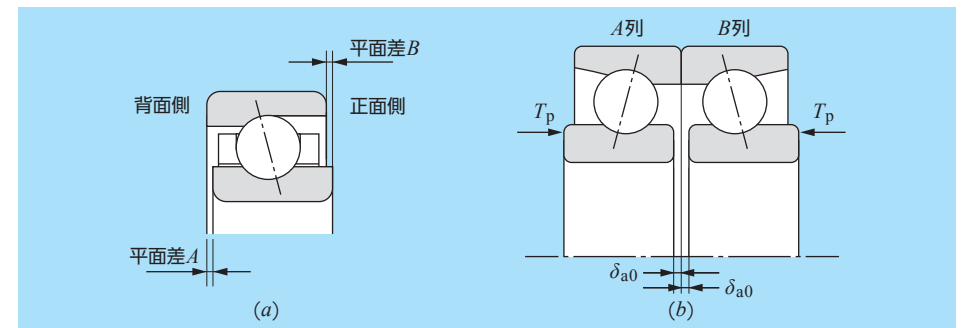


図 4.31 平面差管理

内輪端面と外輪端面の段差を平面差といい、1 個の軸受には背面側と正面側に平面差がある (図 a)。軸受の組合せによって、背面組合せの場合は背面側平面差 (平面差 A) を管理し、正面組合せの場合は正面側平面差 (平面差 B) を管理する (図 b) ことによって予圧を設定する。

$$\text{負すきま} = \delta_{a0} + \delta_{a0}$$

図 4.32 は予圧量を T_p に設定された定位置予圧の予圧線図である。軸受の変位曲線は 4.2.1 記載のアクシアル荷重と変位量の線図から求めることができる*。この線図は予圧荷重 T_p がアクシアル荷重 F_{aI} , F_{aII} として負荷され、それぞれの軸受の変形量は δ_{a0} であることを示している。

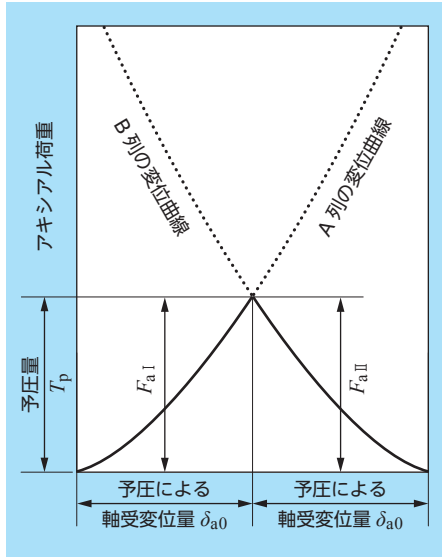


図 4.32 定位置予圧線図 (予圧時)

* 厳密には玉軸受にアクシアル荷重が負荷されると接触角が変化するため、補正する必要があります。その場合には NTN にご照会ください。

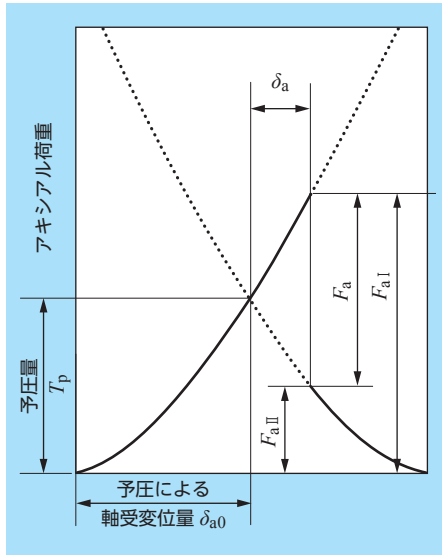


図 4.33 定位置予圧線図 (外力負荷)

図 4.31 (b) に設定された組合せ軸受に左方向から外力 F_a が負荷された (A 列に外力が負荷された) 場合を考える。外力が負荷されると、A 列の負荷荷重は当初負荷されていた荷重 (予圧荷重 T_p) より増加し、B 列の負荷荷重は減少する。但し A 列が受ける荷重は B 列より外力分だけ大きくなる。いい換えれば $F_{aI} - F_{aII} = F_a$ となる。

これを予圧線図で表せば図 4.33 のようになり、その時の変位量は δ_a である。

また、B 列が荷重を受けなくなる時の荷重 (外力) を予圧抜け荷重または限界アクシアル荷重という。

3) 図式計算法

前記の関係から線図上で変位量、外力、予圧の内、2 項目から残りの 1 項目を求めることができる。

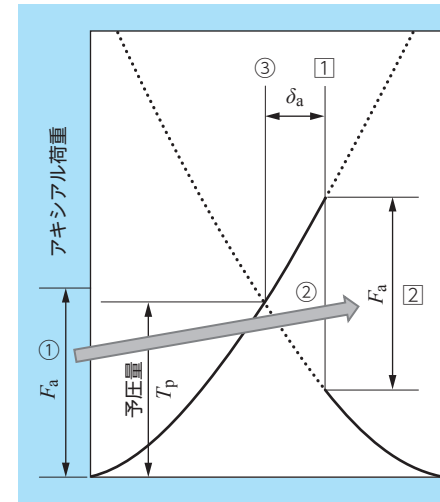


図 4.34 図式計算法 1

- i) 予圧量 T_p の組合せ軸受に外力 F_a が負荷された時、変位量 δ_a を求める。(図 4.34)
 - ① 予圧線図 (図 4.34) でアクシアル荷重の目盛から外力 F_a を決める。
 - ② 変位曲線のアクシアル荷重の差が F_a となる点を求める
 - ③ 変位量 δ_a を読み取る。
- ii) 予圧量 T_p の組合せ軸受で変位量が δ_a となる時の外力 F_a を求める。
 - ① 変位量 δ_a となる点を求める
 - ② 外力 F_a を読み取る。
- iii) 組合せ軸受に外力 F_a が負荷された時、変位量が δ_a となる予圧量 T_p を求める。

予圧線図 (図 4.35) では A 列の変位曲線 (基準曲線) に対して予圧量 T_p で反転した曲線上にあり、荷重方向に F_a 、変位方向に $2\delta_a$ 離れた特異点 P がある。この点を利用して予圧量 T_p を求める。

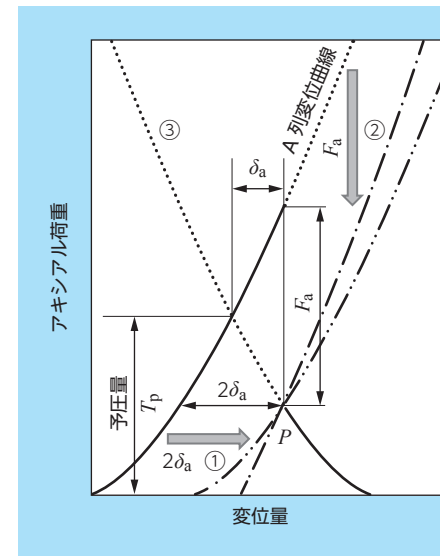


図 4.35 図式計算法 2

- 基準曲線に対して
- ① 変位方向に $2\delta_a$ 離れた曲線
 - ② 荷重方向に F_a 離れた曲線
- の交点 P を通り基準曲線を反転させた曲線③ (B 列変位曲線) を作成する。基準曲線との交点より予圧量 T_p を求める。

4.3.2 はめあいによる接触角および平面差の変化

アンギュラ玉軸受を軸にしまりばめするとラジアル内部すきまが減少し、図 4.36 のように接触角が変化する。その結果、外輪の背面側端面は内輪端面より δ だけ出っ張り、平面差が増加する。すきまと接触角の関係より接触角の変化および出っ張り量は下式で求めることができる。

$$\cos\alpha' = \cos\alpha + \frac{\Delta_r}{2S} \dots\dots\dots (4.20)$$

$$\delta = S(\sin\alpha - \sin\alpha') \dots\dots\dots (4.21)$$

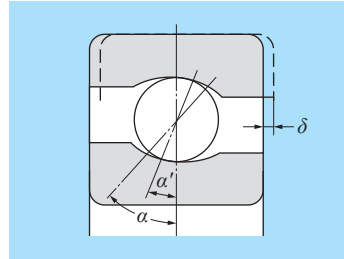


図 4.36 平面差の変化

- α : 初期接触角 Δ_r : はめあいによるラジアル内部すきま減少量
- α' : 変化後の接触角 δ : はめあいによる平面差の変化
- S : 溝中心間距離
深溝玉軸受の同シリーズの数値を使う (表 1.1)

円すいころ軸受の場合は、はめあいによる接触角の変化は無視しても差し支えないが、平面差の変化は下式により求めることができる。

$$\delta = \frac{\Delta_r}{2S} \cot\alpha \dots\dots\dots (4.22)$$

- α : 初期接触角 Δ_r : はめあいによる溝径の膨張量

4.3.3 ナット締付けトルクと軸力

ナットの締付けにより軸受に予圧を负荷する場合、あらかじめ締付けトルクと軸力(予圧量)の関係を測定しておき、データに基づいて予圧を設定するのが一般的である。予圧を负荷するにあたり、ナットのねじ面での摩擦力やナット端面での摩擦力の変動によって誤差が生じやすいので十分にじまさせてから測定を行わなければならない。実測によって予圧を決定するのが基本であるが、参考に締付けトルクと軸力の関係式を下式で紹介する。

$$F = \frac{M}{\frac{d}{2\tan(\beta + \rho)} + r_n \mu_n} \dots\dots\dots (4.23)$$

- F : 軸力(ねじの締付け力) (N) d : ねじの有効径 (mm)
- M : ナット締付けトルク (N・mm)
- r_n : ナット座面の平均半径 (mm) μ_n : ナット座面の摩擦係数 ($\mu_n \doteq 0.15$)
- ρ : ねじ面の摩擦角 $\tan\rho = \frac{\mu}{\cos\alpha}$ μ : ねじ面の摩擦係数 ($\mu \doteq 0.15$)
- α : ねじ面の半角 (°)
- β : ねじのリード角 (°)

$$\tan\beta = \frac{\text{ねじの条数} \times \text{ピッチ}}{\pi d}$$

ねじ面の摩擦係数やナット座面の摩擦係数を正確に推定できないため計算結果は参考値として扱う。

【計算例】 組合せ軸受の予圧

(4-5) アンギュラ玉軸受 7010DB/GN にアキシアル荷重 500 N が负荷された時の軸方向変位量 δ_w と A 列, B 列が受けるアキシアル荷重を求める。

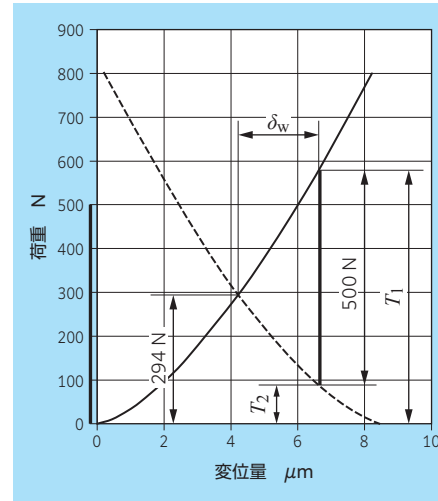


図 4.37 例題予圧線図

- 7010DB/GN 予圧 : 294 N
- ① 図 4.11 より 7010DB/GN の予圧線図を作成する。
- ② 荷重 294 N の点で折り返した線図を作成する。(図 4.37)
- ③ 外力 500 N を荷重目盛から読み取る (赤線)
- ④ A 列 (実線) と B 列 (破線) の差が 500 N となる位置を決める。
- ⑤ 予圧点からの変位量 δ_w と A 列, B 列のアキシアル荷重 T_1, T_2 を読み取る。

(4-6) アンギュラ玉軸受 7208DB/GN がしめしろ $5 \mu\text{m}$ で軸に取り付けられている時、しめしろによる平面差の変化を求める。

第 1 章の表 1.1 から同シリーズの 6208 の S を求めると、
 $S = 0.476$

式 (4.20) より
 $\cos\alpha' = \cos 30^\circ + \frac{0.005}{2 \times 0.476} = 0.8713$

$\therefore \alpha = 29.4^\circ$

式 (4.21) より
 $\delta = 0.476(\sin 30^\circ - \sin 29.4^\circ) = 0.0043 \text{ (mm)}$

5. 定格荷重と寿命

軸受の回転によって内輪、外輪の軌道面や転動体の転動面は繰返し圧縮荷重を受けるため材料の疲れによる剥離が発生する。この剥離はスポーリング（フレーキング）ともいい、これが発生すると軸受が使用に耐えなくなり、軸受の寿命となる。また、基本定格荷重は軸受の負荷能力を表わす指標であり、これを用いて軸受寿命や静的強度を計算することができる。

5.1 基本動定格荷重

基本動定格荷重は転がり軸受の動的負荷能力を表すもので、 10^6 回転の基本定格寿命（5.2項 参照）を与えるような一定荷重のことである。ラジアル軸受では純ラジアル荷重、スラスト軸受では純アキシャル荷重で表わし、それぞれを基本動ラジアル定格荷重 C_r 、基本動アキシャル定格荷重 C_a と呼び、算出方法は ISO 281 および JIS B 1518 で決められている。

5.1.1 基本動定格荷重

転がり軸受における基本動定格荷重の計算式は 1962 年に Lundberg および Palmgren によって確立され、ISO に採択されたもので、その後、若干の修正をされているが基本的な考え方はそのまま踏襲されている。基本動定格荷重は表 5.1 のように軸受の形式（玉軸受またはころ軸受）および負荷の方向（ラジアル軸受またはスラスト軸受）によって計算式を使い分ける必要がある。

表 5.1 基本動定格荷重計算式

ラジアル		ラジアル玉軸受	ラジアルころ軸受
C_r		$b_m f_c (i \cos \alpha)^{0.7} Z^{2/3} D_w^{1.8}$	$b_m f_c (i L_{we} \cos \alpha)^{7/9} Z^{3/4} D_{we}^{29/27}$
スラスト		スラスト玉軸受	スラストころ軸受
C_a	$\alpha = 90^\circ$	$b_m f_c Z^{2/3} D_w^{1.8}$	$b_m f_c L_{we}^{7/9} Z^{3/4} D_{we}^{29/27}$
	$\alpha \neq 90^\circ$	$b_m f_c (\cos \alpha)^{0.7} \tan \alpha Z^{2/3} D_w^{1.8}$	$b_m f_c (L_{we} \cos \alpha)^{7/9} \tan \alpha Z^{3/4} D_{we}^{29/27}$

b_m : 軸受形式により決まる係数（定格係数）
 f_c : 基本動定格荷重の計算に用いる係数
 i : 転動体の列数 α : 接触角 (°)
 Z : 1 列当たりの転動体個数 D_w : 玉径 (mm)
 L_{we} : ころ有効長さ (mm) D_{we} : 計算に用いるころの直径 (mm)
 玉軸受で $D_w > 25.4$ mm の時 $D_w^{1.8}$ は $3.647 D_w^{1.4}$ となる。

表 5.2 定格係数 b_m

軸受形式		b_m
玉軸受	入れ溝付き玉軸受	1.1
	その他玉軸受	1.3
ころ軸受	自動調心ころ軸受	1.15
	シェル形針状ころ軸受	1
	その他ころ軸受	1.1

表 5.3 ラジアル玉軸受 f_c

$D_w \cos \alpha / D_{pw}$	深溝・アンギュラ玉軸受	自動調心玉軸受
0.01	29.1	9.9
0.02	35.8	12.4
0.03	40.3	14.3
0.04	43.8	15.9
0.05	46.7	17.3
0.06	49.1	18.6
0.07	51.1	19.9
0.08	52.8	21.1
0.09	54.3	22.3
0.10	55.5	23.4
0.12	57.5	25.6
0.14	58.8	27.7
0.16	59.6	29.7
0.18	59.9	31.7
0.20	59.9	33.5
0.22	59.6	35.2
0.24	59.0	36.8
0.26	58.2	38.2
0.28	57.1	39.4
0.30	56.0	40.3
0.32	54.6	40.9
0.34	53.2	41.2
0.36	51.7	41.3
0.37	50.9	41.2
0.38	50.0	41.0
0.39	49.2	40.7
0.40	48.4	40.4

D_{pw} : 転動体ピッチ径 (mm)

表 5.4 ラジアルころ軸受 f_c

$D_{we} \cos \alpha / D_{pw}$	ラジアルころ軸受
0.01	52.1
0.02	60.8
0.03	66.5
0.04	70.7
0.05	74.1
0.06	76.9
0.07	79.2
0.08	81.2
0.09	82.8
0.10	84.2
0.12	86.4
0.14	87.7
0.16	88.5
0.18	88.8
0.20	88.7
0.22	88.2
0.24	87.5
0.26	86.4
0.28	85.2
0.29	84.5
0.30	83.8

5.1.2 基本動定格荷重式の誘導

転がり軸受の負荷能力と寿命については *Lundberg* と *Palmgren* によって確立されており、*Lundberg-Palmgren* 理論 (L-P 理論) ともいわれている。これは *Hertz* の接触理論から各種設計因子の影響を求めると共に、各種実験によりそれらの係数を決定することで負荷容量の計算式を設定したものである。この計算式は ISO により基本動定格荷重として標準化され転がり軸受負荷容量の基準となっている。

転がり軸受の疲労による最終的な破壊は「剥離」という現象となって現れる。この剥離が発生する確率は、材料破壊においてもっとも効果の大きい最大せん断応力 τ_0 とそれが発生する深さ Z_0 の影響を受ける。応力体積 V に N 回の繰返し応力を受けた時、耐えられる確率を S とし、*Lundberg* は試験結果から以下の式を決定した。

$$\ln \frac{1}{S} \propto \frac{\tau_0^c N^e V}{Z_0^h} \dots\dots\dots (5.1)$$

- S : 残存確率
- τ_0 : 最大せん断応力 (MPa)
- Z_0 : 最大せん断応力深さ (mm)
- N : 応力負荷の繰返し数
- V : 応力体積 $V \doteq 2aZ_0\pi d$
- a : 接触だ円長軸半径 (mm)
- d : 軌道径 (mm)
- c, e, h : 係数

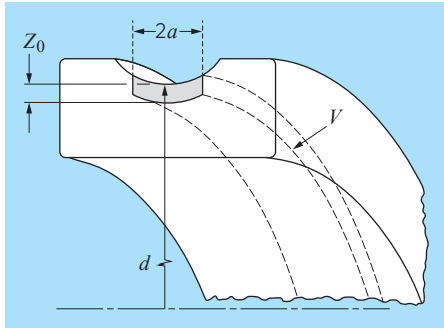


図 5.1 負荷を受ける軌道輪

ここで、 u を 1 回転あたりの繰返し数、 L をその時の寿命 (総回転数: 単位 10^6 回転) とすれば、 $N = uL$ となり

$$\frac{\tau_0^c u^e L^e V}{Z_0^h} \propto \ln \frac{1}{S} = C \frac{\tau_0^c u^e L^e V}{Z_0^h} \dots\dots\dots (5.2)$$

C : 係数

式 (5.2) が転がり疲れにおける基礎式となる。

この基礎式から、残存確率 S が一定の時、 u, τ_0, Z_0, V が決まれば寿命 L を求めることができる。特定の軸受に対しては荷重 F を与えることによって、 u, τ_0, Z_0, V は決定されることから、荷重される荷重 F から寿命 L を求めることができる。軸受の定格寿命は「90 % の軸受が疲労剥離を起こさずに回転すること (残存確率 90 %)」であるため、式 (5.2) において、 $S = 0.9$ とすれば以下となる。

- ① 荷重 F を与えれば寿命 L を求めることができる (寿命算出式)。
- ② $L = 1$ として、荷重 F を求めればこの荷重は動定格荷重 C となる (定格荷重算出式)。

ここでは、一般的なラジアル玉軸受を対象に基本動定格荷重の算出式を求める。基礎式を構成する τ_0, Z_0, V および u を荷重および軸受諸元に置き換えることによって、軸受諸元から荷重を算出する玉軸受の基本動定格荷重式を求める。

1. τ_0, Z_0, V の置換え

1) τ_0, Z_0, V の関係式

最大せん断応力の関係式より

$$\tau_0 = T\sigma_{\max}, Z_0 = \zeta b, \quad \text{ここで, } T, \zeta \text{ は } b/a \text{ で決まる定数}$$

図 5.1 より応力体積 V は

$$V \doteq \text{断面積} \times \text{円周長さ} = 2aZ_0\pi d$$

Hertz の接触理論より

$$\sigma_{\max} = \frac{3Q}{2\pi ab}, \quad a = \mu \sqrt[3]{\frac{3Q}{E_0 \sum \rho}}, \quad b = \nu \sqrt[3]{\frac{3Q}{E_0 \sum \rho}}$$

- Q : 転動体荷重 (N)
- σ_{\max} : 最大接触応力 (MPa)
- a : 接触だ円長軸半径 (mm)
- b : 接触だ円短軸半径 (mm)
- E_0 : 材料により決まる定数 (等価縦弾性係数)

$$\frac{1}{E_0} = \frac{1 - \left(\frac{1}{m}\right)^2}{E} \quad (\text{鋼対鋼の場合})$$

- E : 縦弾性係数
- m : ポアソン数 (ポアソン比の逆数)
- μ, ν : 接触状態によって決まる定数
- $\sum \rho$: 曲率総和

2) 上式の関係より式 (5.1) の Z_0, τ_0, V を置換え

$$\ln \frac{1}{S} \propto \frac{T^c u^e L^e \pi d D_w^{2-h}}{\zeta^{h-1} \mu^{c-1} \nu^{c+h-1}} \left(\frac{E_0 D_w \sum \rho}{3} \right)^{(2c+h-2)/3} \left(\frac{Q}{D_w^2} \right)^{(c-h+2)/3} \dots\dots (5.3)$$

D_w : 玉径 【比例式では π 等の定数は消去される】

2. 転動体荷重 Q_c (接触部の負荷容量)

軸受の定格寿命を取り扱う場合は残存確率 $S = 0.9$ であるため、 $\ln(1/S)$ は定数となり、式 (5.3) は以下となる。

$$\left(\frac{Q}{D_w^2} \right)^{(c-h+2)/3} L^e \propto \left[\frac{T^c u^e \pi d D_w^{2-h}}{\zeta^{h-1} \mu^{c-1} \nu^{c+h-1}} \left(\frac{E_0 D_w \sum \rho}{3} \right)^{(2c+h-2)/3} \right]^{-1} \dots\dots (5.4)$$

Lundberg の耐久試験データより $e = 10/9, c = 31/3, h = 7/3$ と決定されている。

また、比例式から等式にするための定数 C や $E_0/3$ および π は定数であるため、定数部分をまとめて A_1 、それ以外を ϕ として整理すると

$$QL^{1/3} = A_1 \phi D_w^{1.8} \dots\dots\dots (5.5)$$

$$\phi = \left(\frac{T_1}{T} \right)^{3.1} \left(\frac{\zeta}{\zeta_1} \right)^{0.4} \frac{\mu^{2.8} \nu^{3.5} u^{-1/3}}{(D_w \sum \rho)^{2.1}} \left(\frac{D_w}{d} \right)^{0.3} \dots\dots\dots (5.6)$$

ここで、 T_1, ζ_1 は点接触 ($b/a = 1$ とする) の時の定数
 d : 軌道径

10^6 回の繰返し負荷に耐える接触部の荷重 (接触部の負荷容量) を Q_c と定義すると、 $L = 1$ となるため式 (5.5) は

$$Q_c = A_1 \phi D_w^{1.8} \dots\dots\dots (5.7)$$

3. 係数 ϕ の $\Sigma\rho$, d を置換え

1) 曲率総和 $\Sigma\rho$ の関係式

玉軸受の接触状態より曲率総和 $\Sigma\rho$ は

$$\Sigma\rho = \frac{4}{D_w} \pm \frac{2}{D_w} \left(\frac{\gamma}{1 \mp \gamma} \right) - \frac{1}{fD_w} \quad (\text{上記号：内輪, 下記号：外輪})$$

ここで, $\gamma = \frac{D_w \cos\alpha}{D_{pw}}$ D_{pw} : 転動体ピッチ径, α : 接触角

$$f = \frac{r}{D_w} \quad (r_i: \text{内輪溝半径}, r_e: \text{外輪溝半径})$$

$$\therefore \frac{D_w}{2} \Sigma\rho = 2 \pm \frac{\gamma}{1 \mp \gamma} - \frac{1}{2f} \quad \dots\dots\dots (5.8)$$

Hertz の補助関数 $\cos\tau$ は

$$\cos\tau = \frac{\pm \frac{2}{D_w} \left(\frac{\gamma}{1 \mp \gamma} \right) + \frac{1}{fD_w}}{\Sigma\rho}$$

$$\therefore \frac{D_w}{2} \Sigma\rho \cos\tau = \pm \frac{\gamma}{1 \mp \gamma} + \frac{1}{2f} \quad \dots\dots\dots (5.9)$$

式 (5.8) + 式 (5.9) および式 (5.8) - 式 (5.9)

$$(1 + \cos\tau) \frac{D_w}{2} \Sigma\rho = 2 \pm \frac{2\gamma}{1 \mp \gamma} \quad \dots\dots\dots (5.10)$$

$$(1 - \cos\tau) \frac{D_w}{2} \Sigma\rho = 2 - \frac{1}{f} \quad \dots\dots\dots (5.11)$$

式 (5.10) より

$$D_w \Sigma\rho = \frac{4}{(1 + \cos\tau)(1 \mp \gamma)} \quad \dots\dots\dots (5.12)$$

2) d の関係式

$$d = D_{pw} \mp D_w \cos\alpha$$

$$= D_{pw} \left(1 \mp \frac{D_w \cos\alpha}{D_{pw}} \right) \quad \text{ここで,}$$

$$= D_{pw} (1 \mp \gamma)$$

3) $\Sigma\rho$, d の関係式より式 (5.6) を置換え

$$\phi = \left(\frac{T_1}{T} \right)^{3.1} \left(\frac{\zeta}{\zeta_1} \right)^{0.4} \mu^{2.8} v^{3.5} (1 + \cos\tau)^{2.1} \frac{(1 \mp \gamma)^{2.1}}{4^{2.1}} \left(\frac{D_w}{D_{pw}} \right)^{0.3} \left(\frac{1}{1 \mp \gamma} \right)^{0.3} u^{-1/3} \dots (5.13)$$

4. ϕ 中の ζ , T を整理

式 (5.11) ÷ 式 (5.10) を Ω とし, ϕ の前半部を Ω_1 とする

$$\Omega = \frac{1 - \cos\tau}{1 + \cos\tau} = \frac{2f - 1}{2f} (1 \mp \gamma) \quad \dots\dots\dots (5.14)$$

$$\Omega_1 = (1 + \cos\tau)^{2.1} \left(\frac{T_1}{T} \right)^{3.1} \left(\frac{\zeta}{\zeta_1} \right)^{0.4} \mu^{2.8} v^{3.5} \quad \dots\dots\dots (5.15)$$

また, Lundberg によると Ω と Ω_1 の間に以下の近似が成立する

$$\Omega_1 = 1.3\Omega^{-0.41} \quad \dots\dots\dots (5.16)$$

式 (5.14), (5.15), (5.16) を式 (5.13) に代入

$$\phi = 0.0707 \left(\frac{2f}{2f - 1} \right)^{0.41} (1 \mp \gamma)^{1.39} \left(\frac{D_w}{D_{pw}} \right)^{0.3} u^{-1/3}$$

5. u の置換え

1 回転当りの転動体通過数は (上記号：内輪, 下記号：外輪),

$$u = \frac{Z(d_m \pm D_w \cos\alpha)}{2D_{pw}}$$

$$= \frac{Z}{2} \left(1 \pm \frac{D_w \cos\alpha}{D_{pw}} \right)$$

$$\therefore u = 0.5Z (1 \pm \gamma)$$

$$\therefore \phi = 0.089 \left(\frac{2f}{2f - 1} \right)^{0.41} \frac{(1 \mp \gamma)^{1.39}}{(1 \pm \gamma)^{1/3}} \left(\frac{\gamma}{\cos\alpha} \right)^{0.3} Z^{-1/3} \quad \dots\dots\dots (5.17)$$

上式を式 (5.7) に代入する。

$$Q_c = 0.089A_1 \left(\frac{2f}{2f - 1} \right)^{0.41} \frac{(1 \mp \gamma)^{1.39}}{(1 \pm \gamma)^{1/3}} \left(\frac{\gamma}{\cos\alpha} \right)^{0.3} Z^{-1/3} D_w^{1.8}$$

ここで, 軸受鋼の試験データから $0.089A_1 = 98.1$ が得られているため,

$$Q_c = 98.1 \left(\frac{2f}{2f - 1} \right)^{0.41} \frac{(1 \mp \gamma)^{1.39}}{(1 \pm \gamma)^{1/3}} \left(\frac{\gamma}{\cos\alpha} \right)^{0.3} Z^{-1/3} D_w^{1.8} \quad \dots\dots\dots (5.18)$$

本式が接触点での負荷容量となり軸受負荷容量算出の基準となる。

6. 寿命式の算出

垂直荷重 Q_m を受けた時の疲労寿命を L とすると式 (5.5), 式 (5.7) より

$$Q_m L^{1/3} = Q_c$$

$$\therefore L = \left(\frac{Q_c}{Q_m} \right)^3 \dots \dots \dots (5.19)$$

軸受は回転輪と固定輪では負荷の受け方が異なるが、ここでは内輪を回転輪、外輪を固定輪とする (内輪に i , 外輪に e の添え字を付ける)。内輪では軌道面の全ての点で均等な繰返し荷重を受け、外輪では各接点で異なる荷重を受ける。そのため内輪と外輪では異なる寿命となり、軸受全体としては内輪寿命と外輪寿命の総合寿命となる。

7. 最大転動体荷重

ラジアル荷重として定格荷重 C_r が負荷された場合には、3章の式 (3.39) より以下の関係がある

$$C_r = Z Q_{\max} J_r(\varepsilon) \cos \alpha$$

ε : 負荷率
 $J_r(\varepsilon)$: ラジアル積分

従って、前項で求めた接点部の負荷容量 Q_c と最大転動体荷重 Q_{\max} の関係を求めれば、それぞれの定格荷重を求めることができる。

1) 内輪の場合

軌道面すべての接点で均等な繰返し荷重を受け、データから垂直荷重 Q_{mi} は転動体荷重の3乗平均に良く一致している。

$$Q_{mi} = \left(\frac{1}{Z} \sum_{j=1}^{j=Z} Q_i^3 \right)^{1/3}$$

$$= \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} Q_\psi^3 d\psi \right)^{1/3} \dots \dots \dots (5.20)$$

10^6 回転の寿命 ($L = 1$) を与える時、式 (5.19) より Q_m は Q_c と等しくなるため

$$Q_{ci} = Q_{mi} = \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} Q_\psi^3 d\psi \right)^{1/3} \dots \dots \dots (5.21)$$

玉軸受の転動体荷重を最大転動体荷重で表すと下式になる。

$$Q_\psi = Q_{\max} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos \psi) \right]^{1.5}$$

従って、

$$Q_{ci} = Q_{\max} \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\psi_0}^{+\psi_0} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos \psi) \right]^{4.5} d\psi \right)^{1/3} = Q_{\max} J_1(\varepsilon) \dots (5.22)$$

ここで、 $J_1(\varepsilon) = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\psi_0}^{+\psi_0} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos \psi) \right]^{4.5} d\psi \right)^{1/3}$

ψ_0 : 負荷限界角 * 3.1 章参照

2) 外輪の場合

軌道面の各々の点が一一定の転動体荷重を受けているため、それぞれの点では応力振幅は一定となる。外輪を微小長さの集合体と考え、微小部分の残存確率を ΔS_n とすると、外輪全体の残存確率 S_e は下記となる。

$$S_e = \Delta S_1 \times \Delta S_2 \times \Delta S_3 \times \dots \times \Delta S_n$$

$$\therefore \ln \frac{1}{S_e} = \ln \frac{1}{\Delta S_1} + \ln \frac{1}{\Delta S_2} + \ln \frac{1}{\Delta S_3} + \dots + \ln \frac{1}{\Delta S_n} \dots \dots \dots (5.23)$$

式 (5.3) を等式にして整理すると、

$$\ln \frac{1}{S_e} = C_2 Q^{(c-h+2)/3} L^e \pi d \dots \dots \dots (5.24)$$

$$C_2 = \frac{T^c u^e}{\zeta^{h-1} \mu^{c-1} \nu^{c+h-1}} \left(\frac{E_0 \sum \rho}{3} \right)^{(2c+h-2)/3}$$

外輪軌道長さ l の微小部分を Δl 、その部分の残存確率を ΔS_n とし、この部分に加わる荷重を $Q(\psi)$ とすると

$$\ln \frac{1}{\Delta S_n} = C_2 Q(\psi)^{(c-h+2)/3} L^e \Delta l$$

ここで、 $\Delta(\pi d) = \Delta l$

式 (5.23) に代入して整理する。

$$\ln \frac{1}{S_e} = C_2 L^e \int_{-\psi_0}^{+\psi_0} Q(\psi)^{10/3} d\psi$$

ここで、 $c = 31/3$, $h = 7/3$

微小長さ $d\psi$ と微小角度 $d\psi$ の関係は $d\psi = (d/2) d\psi$ となるため

$$\ln \frac{1}{S_e} = C_2 L^e \frac{d}{2} \int_{-\psi_0}^{+\psi_0} Q(\psi)^{10/3} d\psi \dots \dots \dots (5.25)$$

式 (5.24), 式 (5.25) より

$$C_2 Q^{10/3} L^e \pi d = C_2 L^e \frac{d}{2} \int_{-\psi_0}^{+\psi_0} Q(\psi)^{10/3} d\psi$$

ここで内輪同様 10^6 回転の寿命を与える荷重を Q_{ce} とすると

$$Q_{ce} = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\psi_0}^{+\psi_0} Q(\psi)^{10/3} d\psi \right)^{3/10}$$

内輪同様、玉軸受の転動体荷重を最大転動体荷重で表すと下式になる。

$$Q_{\psi} = Q_{\max} \left[1 - \frac{1}{2\epsilon} (1 - \cos\psi) \right]^{1.5}$$

従って、

$$Q_{ce} = Q_{\max} \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\psi_0}^{+\psi_0} \left[1 - \frac{1}{2\epsilon} (1 - \cos\psi) \right]^5 d\psi \right)^{3/10} \dots\dots\dots (5.26)$$

$$= Q_{\max} J_2(\epsilon)$$

$$\text{ここで、} J_2(\epsilon) = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\psi_0}^{+\psi_0} \left[1 - \frac{1}{2\epsilon} (1 - \cos\psi) \right]^5 d\psi \right)^{3/10}$$

J_1 および J_2 は ϵ に関する関数のため、代表的な ϵ について求めると表 5.5 になる。

表 5.5 J_1, J_2 の積分

負荷率 ϵ	玉軸受		ころ軸受	
	J_1	J_2	J_1	J_2
0	0	0	0	0
0.1	0.4275	0.4608	0.5287	0.5633
0.2	0.4306	0.5100	0.5772	0.6073
0.3	0.5150	0.5427	0.6079	0.6359
0.4	0.5411	0.5673	0.6309	0.6571
0.5	0.5625	0.5875	0.6495	0.6744
0.6	0.5808	0.6045	0.6653	0.6888
0.7	0.5970	0.6196	0.6792	0.7015
0.8	0.6104	0.6330	0.6906	0.7127
0.9	0.6248	0.6453	0.7028	0.7229
1	0.6372	0.6566	0.7132	0.7323
1.25	0.6652	0.6821	0.7366	0.7532
1.67	0.7064	0.7190	0.7705	0.7832
2.5	0.7707	0.7777	0.8216	0.8301
5	0.8675	0.8693	0.8989	0.9014
∞	1	1	1	1

8. 基本動定格荷重

1) 内外輪の負荷容量

最大転動体荷重 Q_{\max} と基本動定格荷重 C_r の関係より

$$C_r = ZQ_{\max} J_r(\epsilon) \cos\alpha$$

式 (5.22), 式 (5.26) より Q_C から C_r を求めることができる。

$$C_{ri} = ZQ_{ci} \frac{J_r(\epsilon)}{J_1(\epsilon)} \cos\alpha \rightarrow \text{内輪の基本動負荷容量}$$

$$C_{re} = ZQ_{ce} \frac{J_r(\epsilon)}{J_2(\epsilon)} \cos\alpha \rightarrow \text{外輪の基本動負荷容量}$$

基本動定格荷重は負荷率 $\epsilon = 0.5$ の時であるから、 $J_r(0.5) = 0.2288$, $J_1(0.5) = 0.5625$, $J_2(0.5) = 0.5875$ と式 (5.18) を上式に代入すると、

$$C_{ri} = 39.9 \left(\frac{2f}{2f-1} \right)^{0.41} \frac{(1-\gamma)^{1.39}}{(1+\gamma)^{1/3}} \gamma^{0.3} (\cos\alpha)^{0.7} Z^{2/3} D_w^{1.8} \dots\dots\dots (5.27)$$

$$C_{re} = 38.2 \left(\frac{2f}{2f-1} \right)^{0.41} \frac{(1+\gamma)^{1.39}}{(1-\gamma)^{1/3}} \gamma^{0.3} (\cos\alpha)^{0.7} Z^{2/3} D_w^{1.8} \dots\dots\dots (5.28)$$

2) 軸受全体の負荷容量

軸受全体および内輪、外輪の寿命計算は

$$L = \left(\frac{C_r}{P} \right)^3, L_i = \left(\frac{C_{ri}}{P} \right)^3, L_e = \left(\frac{C_{re}}{P} \right)^3 \dots\dots\dots (5.29)$$

内輪と外輪の総合寿命が軸受全体の寿命と考えると、(5.2.4 項参照)

$$\frac{1}{L^{10/9}} = \frac{1}{L_i^{10/9}} + \frac{1}{L_e^{10/9}} \dots\dots\dots (5.30)$$

これらの式を整理すると

$$C_r = (C_{ri}^{-10/3} + C_{re}^{-10/3})^{-0.3} = C_{ri} \left[1 + \left(\frac{C_{re}}{C_{ri}} \right)^{-10/3} \right]^{-0.3} \dots\dots\dots (5.31)$$

3) 複数列の場合

i 列の軸受に等価荷重 P が負荷された状態を考える。

C : i 列軸受の基本動定格荷重

C_1 : 1 列軸受の基本動定格荷重

i 列の軸受と考えた場合の寿命を L , 1 列の軸受とした場合の寿命を L_1 とすると,

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^3 \quad L_1 = \left(\frac{C_1}{P_1}\right)^3$$

「全体の寿命 = i 列軸受の総合寿命」であるため

$$\frac{1}{L^e} = \frac{1}{L_1^e} + \frac{1}{L_1^e} + \dots + \frac{1}{L_1^e}$$

i 個

従って,

$$\frac{1}{\left(\frac{C}{P}\right)^{3e}} = \frac{1}{\left(\frac{C_1}{P_1}\right)^{3e}} + \frac{1}{\left(\frac{C_1}{P_1}\right)^{3e}} + \dots + \frac{1}{\left(\frac{C_1}{P_1}\right)^{3e}} = i \times \frac{1}{\left(\frac{C_1}{P_1}\right)^{3e}}$$

$$C^{3e} = (iC_1)^{3e} i^{-1} \quad \text{ここで, } e = 10/9$$

$$\therefore C = i^{0.7} C_1 \dots\dots\dots (5.32)$$

4) 基準となる基本動定格荷重

式 (5.27), (5.28), (5.31), (5.32) を集約すると
下記ラジアル玉軸受の基本動定格荷重の計算式が求まる。

$$C_r = f_c (i \cos \alpha)^{0.7} Z^{2/3} D_w^{1.8} \dots\dots\dots (5.33)$$

$$f_c = 39.9\lambda \left[1 + \left\{ 1.04 \left(\frac{1-\gamma}{1+\gamma} \right)^{1.72} \left(\frac{f_i}{f_c} \frac{2f_c-1}{2f_i-1} \right)^{0.41} \right\}^{10/9} \right]^{-0.3} \times \frac{\gamma^{0.3} (1-\gamma)^{1.39}}{(1+\gamma)^{1/3}} \left(\frac{2f_i}{2f_c-1} \right)^{0.41} \dots\dots\dots (5.34)$$

f_c は設計に関する係数であり, ISO により規定されている。

f_i : 玉径に対する内輪溝半径比

f_c : 玉径に対する外輪溝半径比

λ : 製造誤差を考慮した減少係数

ころ軸受についても接触部の扱いを点接触から線接触にするだけで同様に求めることができる。

≪現在の基本動定格荷重≫

上記の基本動定格荷重計算式は *Lundberg - Palmgren* により設定され, ISO に導入されたが, それ以降の軸受材料の品質向上, 設計技術や製造技術の進歩・改善によって実際の軸受寿命は大幅に増加した。これに対処するため 1992 年に補正係数として定格係数 b_m を設定し基本動定格荷重を調整している。

定格係数 b_m : 軸受鋼の品質向上, 設計技術および製造技術の革新・改善による修正係数 (表 5.2)

5.2 基本定格寿命

軸受の寿命は材料の疲れ破壊によって決定されるものであるためかなり大きなばらつきがある。これは材料の転がり疲れが本質的には定まった 1 つの値ではなく統計的性質を持った現象であるためである。従って, このばらつきを統計的に処理して次のように基本定格寿命を定義している。

基本定格寿命とは一群の同じ軸受を同一の条件で個々に回転させた時, その 90 % が転がり疲れによるスポーリング (フレーキング) を生じることなく回転できる総回転数である。

5.2.1 軸受寿命計算

1) 基本定格寿命

基本定格寿命は軸受の負荷能力である基本動定格荷重とラジアル荷重およびアキシャル荷重から算出された動等価荷重によって下式で計算される。

* 動等価荷重については 5.3 項を参照のこと。

$$\text{玉軸受 } L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^3 \dots\dots\dots (5.35)$$

$$\text{ころ軸受 } L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^{10/3} \dots\dots\dots (5.36)$$

ここで, L_{10} : 基本定格寿命 ($\times 10^6$ 回転)

C : 基本動定格荷重 (N)

ラジアル軸受 C_r

スラスト軸受 C_a

P : 動等価荷重 (N)

動等価ラジアル荷重 P_r

動等価アキシャル荷重 P_a

定格寿命は通常, 下式を用いて時間で表すことが多い。

$$L_{10h} = \frac{10^6}{60n} L_{10} \dots\dots\dots (5.37)$$

ここで, L_{10h} : 基本定格寿命 (h)

n : 回転速度 (min^{-1})

2) 補正定格寿命

通常の軸受寿命は前項の定格寿命の計算を行うが, 用途によって 90 % 以上の信頼度で軸受寿命を求める必要があったり, 特別に改良された軸受材料および製造方法を用いて軸受寿命を延長する必要がある。また, 使用条件によっては軸受寿命に影響を及ぼす事があるため, これらを考慮して基本定格寿命を補正した補正定格寿命を求めることができる。

$$L_{na} = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot L_{10} \dots\dots\dots (5.38)$$

ここで, L_{10} : 基本定格寿命 ($\times 10^6$ 回転)

a_1 : 信頼度係数

a_2 : 軸受特性係数

a_3 : 使用条件係数

① a_1 : 信頼度係数

基本定格寿命は信頼度 90 % の寿命を表しており、信頼度 90 % 以上の場合は補正が必要である（詳細は次項）。**表 5.6** に信頼度 90 % 以上の係数を示す。

表 5.6 信頼度係数

信頼度 %	L_n	信頼度係数 a_1
90	L_{10}	1
95	L_5	0.64
96	L_4	0.55
97	L_3	0.47
98	L_2	0.37
99	L_1	0.25
99.9	$L_{0.1}$	0.093
99.95	$L_{0.05}$	0.077

② a_2 : 軸受特性係数

軸受材料の種類、品質および製造工程等が特殊な場合は軸受特性係数 a_2 で補正する。特別に改良された材料、製造方法を用いた軸受は $a_2 > 1$ とする場合がある。寸法安定化処理を施した場合は硬さが低下するため**表 5.7** で補正する。

表 5.7 寸法安定化処理

記号	最高使用温度 °C	軸受特性係数 a_2
TS2	160	1.00
TS3	200	0.73
TS4	250	0.48

③ a_3 : 使用条件係数

使用条件係数 a_3 は主として潤滑状態の悪化または劣化に対する係数であり、潤滑状態が良好な場合には $a_3 > 1$ を取れるが、例えば下記のように潤滑条件が悪い場合には $a_3 < 1$ となる。

◀潤滑条件が悪い例▶

- ・ 使用時の潤滑油動粘度が低い場合
目安の動粘度：玉軸受 $13 \text{ mm}^2/\text{s}$ 以下、ころ軸受 $20 \text{ mm}^2/\text{s}$ 以下
 - ・ 回転速度が特に低い場合
 $D_{pw} \cdot n < 10\,000$
 D_{pw} : 転動体ピッチ径 (mm) n : 回転速度 (min^{-1})
 - ・ 潤滑剤に異物、水分が混入する場合
- 特殊な使用条件の場合には **NTN** にご照会ください。

3) 修正定格寿命

i) 経緯

軸受の補正定格寿命 L_{na} は式 (5.38) で示した通りであるが、この中で a_2 と a_3 は独立したものでなく相互に関連すると考えられてきたため、ISO では a_{23} のように統合の提案、検討がされていた。その結果、2007 年の ISO 281 において、軸受寿命に影響する特性、潤滑などの相互作用を考慮した補正係数、すなわち統合したシステムアプローチに基づく寿命修正係数 a_{ISO} が導入された。それに伴い、2013 年に JIS B 1518 も同様の内容に改正された。寿命修正係数 a_{ISO} を用いた修正定格寿命 L_{nm} は式 (5.39) で求めることができる。

$$L_{nm} = a_1 \cdot a_{ISO} \cdot L_{10} \dots\dots\dots (5.39)$$

ii) 寿命修正係数 a_{ISO}

寿命修正係数 a_{ISO} は材料の特性と潤滑条件とを統合して求める値であり、ISO 281:2007 においては式 (5.40) の関数として与えられている。

$$a_{ISO} = f\left(\frac{e_c C_u}{P}, \kappa\right) \dots\dots\dots (5.40)$$

ここで、

C_u : 疲労限荷重

軌道の最大荷重接触部において疲労限応力が発生する時の荷重。軸受の形式、内部諸元、品質、材料強度に依存し、**NTN** 軸受の各疲労限荷重の値は、各寸法表に記載している。

e_c : 汚染係数

潤滑剤（油）に混入した硬質汚染粒子により、軌道面上に圧痕が形成される場合がある。これによって表面起点損傷が生じるため清浄油に比べて軸受寿命は低下する。汚染係数 e_c はこれを考慮した係数で、粒子の大きさ、硬さ、軸受の大きさ、潤滑剤の粘度（油膜厚さ）の影響を受ける。**表 5.8** のように軸受の大きさ（転動体のピッチ径 D_{pw} 、平均軸受直径 $(d+D)/2$ で代用可）、ろ過やシール構造（前洗浄有無なども含む）によって概略値が決められている。

κ : 潤滑剤の粘度比

転がり接触面は潤滑剤によって分離されているが、潤滑剤の粘度が低い場合には分離が不十分になり、金属接触が生じて表面起点型損傷が発生する。粘度比 κ はこの影響を考慮した係数で、潤滑剤の基準動粘度 v_1 に対する使用中の動粘度 v との比で式 (5.41) で表わされる。

$$\kappa = v / v_1 \dots\dots\dots (5.41)$$

基準動粘度 v_1 は軸受の回転速度 n および大きさ (D_{pw}) に依存し、**図 5.2** あるいは式 (5.42)、式 (5.43) により求められる。

表 5.8 汚染係数 e_C の値

汚染レベル	e_C	
	$D_{pw} < 100 \text{ mm}$	$D_{pw} \geq 100 \text{ mm}$
極めて高い清浄度 粒子の大きさは潤滑剤の油膜厚さ程度で、実験室レベルの環境	1	1
高い清浄度 極めて細かなフィルタでろ過された油、標準的なグリース封入軸受およびシール軸受	0.8~0.6	0.9~0.8
標準清浄度 細かなフィルタでろ過された油、標準的なグリース封入軸受およびシールド軸受	0.6~0.5	0.8~0.6
軽度の汚染状態 潤滑剤が僅かに汚染	0.5~0.3	0.6~0.4
普通の汚染状態 シールなし、粗いフィルタ使用、摩耗粉および周辺から粒子が侵入する環境	0.3~0.1	0.4~0.2
重度の汚染状態 著しく汚染された周辺環境、かつ、軸受の密封性が不十分な状態	0.1~0	0.1~0
極度の汚染状態	0	0

$n < 1000 \text{ min}^{-1}$ の場合
 $v_1 = 45000n^{-0.83} D_{pw}^{-0.5} \dots (5.42)$

$n \geq 1000 \text{ min}^{-1}$ の場合
 $v_1 = 4500n^{-0.5} D_{pw}^{-0.5} \dots (5.43)$

a_{ISO} の計算式を表 5.9、算出線図を図 5.3 ~ 図 5.6 に示す。ここで、等価荷重 P はラジアル軸受の場合 $P = P_r$ であるが、スラスト軸受の場合は玉軸受では $P = 3P_a$ 、ころ軸受では $P = 2.5P_a$ を用いる。

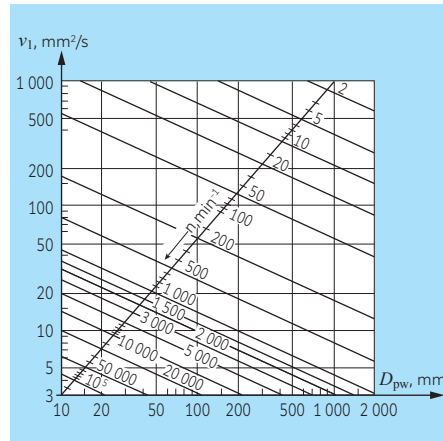


図 5.2 基準動粘度 v_1 を求める線図

表 5.9 a_{ISO} の計算式

粘度比: $0.1 \leq \kappa < 0.4$	
玉軸受	$a_{ISO} = 0.1 \times \left\{ 1 - \left[2.5671 - \frac{2.2649}{\kappa^{0.054381}} \right]^{0.83} \left(\frac{e_C C_u}{P} \right)^{1/3} \right\}^{-9.3}$
ころ軸受	$a_{ISO} = 0.1 \times \left\{ 1 - \left[1.5859 - \frac{1.3993}{\kappa^{0.054381}} \right] \left(\frac{e_C C_u}{P} \right)^{0.4} \right\}^{-9.185}$
粘度比: $0.4 \leq \kappa < 1$	
玉軸受	$a_{ISO} = 0.1 \times \left\{ 1 - \left[2.5671 - \frac{1.9987}{\kappa^{0.19087}} \right]^{0.83} \left(\frac{e_C C_u}{P} \right)^{1/3} \right\}^{-9.3}$
ころ軸受	$a_{ISO} = 0.1 \times \left\{ 1 - \left[1.5859 - \frac{1.2348}{\kappa^{0.19087}} \right] \left(\frac{e_C C_u}{P} \right)^{0.4} \right\}^{-9.185}$
粘度比: $1 \leq \kappa < 4$	
玉軸受	$a_{ISO} = 0.1 \times \left\{ 1 - \left[2.5671 - \frac{1.9987}{\kappa^{0.071739}} \right]^{0.83} \left(\frac{e_C C_u}{P} \right)^{1/3} \right\}^{-9.3}$
ころ軸受	$a_{ISO} = 0.1 \times \left\{ 1 - \left[1.5859 - \frac{1.2348}{\kappa^{0.071739}} \right] \left(\frac{e_C C_u}{P} \right)^{0.4} \right\}^{-9.185}$

- e_C : 汚染係数
- C_u : 疲労限荷重 (N)
- κ : 潤滑剤の粘度比
- P : 等価荷重 (N)
 - ラジアル軸受の場合, $P = P_r$
 - スラスト軸受の場合, $P = 3P_a$ (玉軸受)
 - $P = 2.5P_a$ (ころ軸受)

図 5.3 にラジアル玉軸受における C_u/P 、 e_c 、 κ と a_{ISO} の関係を示す。図の使用に当たっては、以下の制約がある。

① a_{ISO} は実用上、最大でも 50 とする。

$1\kappa > 4$ の場合は、 $\kappa = 4$ とする。 $\kappa < 0.1$ の場合は適用できない。

また、ラジアルころ軸受、スラスト玉軸受、スラストころ軸受についてもこれらの関係図(図 5.4 ~ 5.6)がある。基本的に、潤滑油種によらず適用可能であるが、グリース潤滑や特殊な添加剤、特殊な回転挙動などの場合は、NTN にご相談ください。

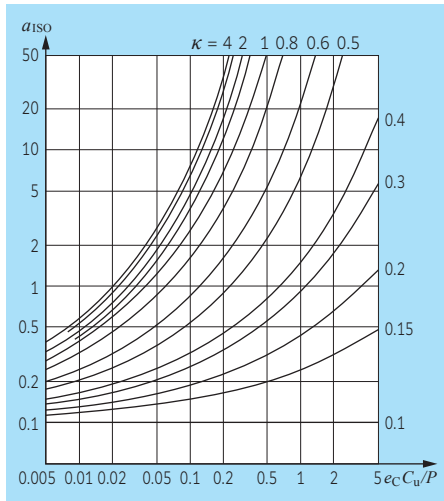


図 5.3 寿命修正係数 a_{ISO} (ラジアル玉軸受)

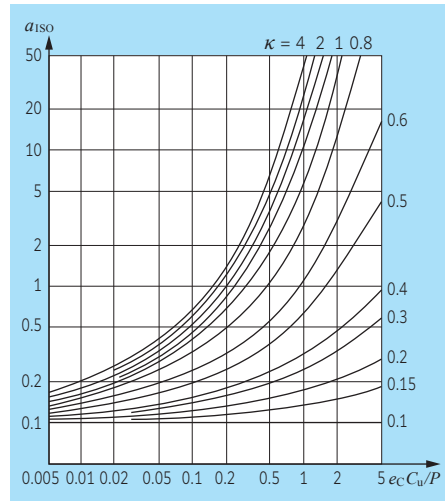


図 5.4 寿命修正係数 a_{ISO} (ラジアルころ軸受)

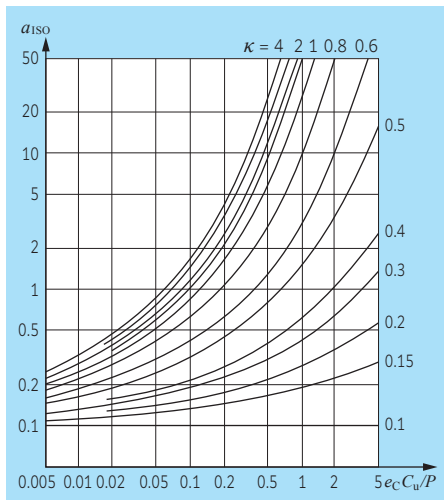


図 5.5 寿命修正係数 a_{ISO} (スラスト玉軸受)

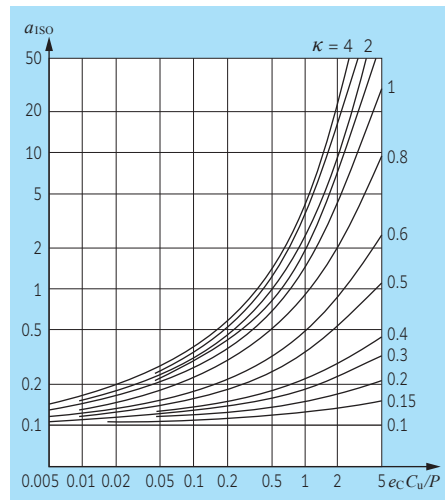


図 5.6 寿命修正係数 a_{ISO} (スラストころ軸受)

5.2.2 信頼度係数

軸受の寿命はワイブル分布に従うことがよく知られており、信頼度係数もワイブル分布を基に求められている。軸受寿命のワイブル分布は以下の式で表わされる。

$$F(L) = 1 - e^{-\alpha L^\beta} \dots\dots\dots (5.44)$$

ここで、 $F(L)$: 累積破損確率

全体の個数に対する破損した累積個数の割合

L : 寿命

α : 材料の強さを表す定数

β : 材料強さのばらつきを表す定数 (ワイブルスロープ)

式 (5.44) を変形して、2 回対数を取ると、 β はワイブル線図での傾きになる。

この傾きは寿命データにより、玉軸受 : $\beta = 10/9$ 、ころ軸受 : $\beta = 9/8$ と規定されている。

$$\ln \ln \frac{1}{1 - F(L)} = \beta \ln L + \ln \alpha \dots\dots\dots (5.45)$$

累積破損確率 $F(0.1)$ の時 (信頼度 90%) の寿命を L_{10} 、任意の破損確率 $F(L')$ における寿命を L' とすると、それぞれは下式で表される。

$$\ln \ln \frac{1}{1 - 0.1} = \beta \ln L_{10} + \ln \alpha \dots\dots\dots (5.46)$$

$$\ln \ln \frac{1}{1 - F(L')} = \beta \ln L' + \ln \alpha \dots\dots\dots (5.47)$$

式 (5.47) - 式 (5.46) として整理すると基本定格寿命 (L_{10}) に対する寿命比が信頼度係数になる。

$$\frac{L'}{L_{10}} = \left(\frac{\ln \frac{1}{1 - F(L')}}{\ln \frac{1}{0.1}} \right)^{1/\beta} = a_1$$

ワイブル線図で表せば図 5.7 のようになる。破損確率 10% 以下では、データから線図の傾きは $\beta = 3/2$ となっている。また、破損確率が低い領域では一定の最小寿命が存在することから ISO によって補正されたものが式 (5.48) であり、図 5.8 である。この式で計算した結果が前項の表 5.6 である。

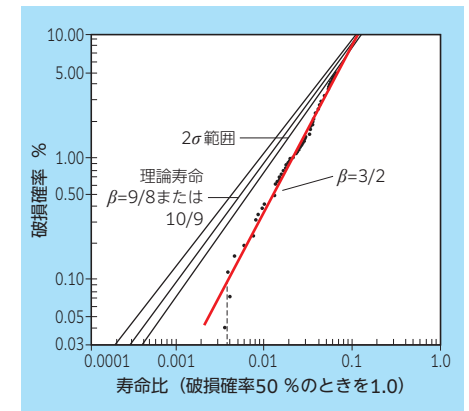


図 5.7 破損確率 10% 以下の寿命分布

$$a_1 = \frac{L'}{L_{10}} = 0.95 \left(\frac{\ln \frac{1}{1 - F(L')}}{\ln \frac{1}{0.9}} \right)^{2/3} + 0.05 \dots\dots\dots (5.48)$$

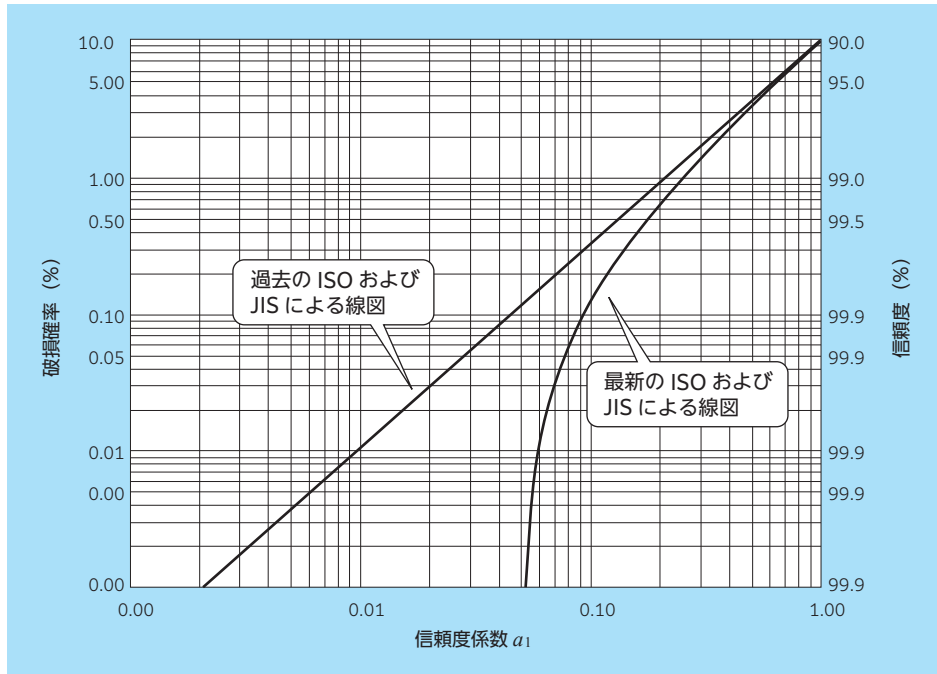


図 5.8 信頼度係数 a_1

5.2.3 使用比率による寿命計算

一つの軸受において使用条件が変化する時の寿命について、Miner の累積損傷則 (Miner Rule) の考え方に基いて求める。Miner の累積損傷則を軸受に置き換えて定義すると以下になる。

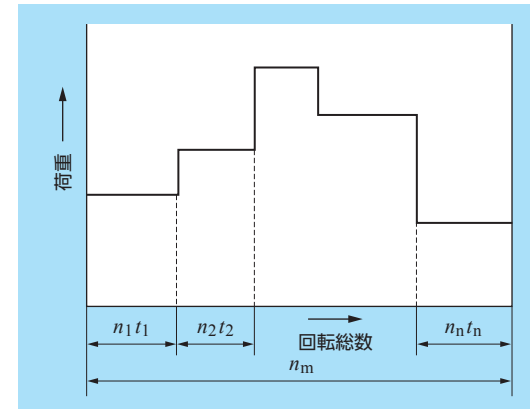
≪ Miner の累積損傷則 ≫

転がり軸受に荷重 P が負荷された時の定格寿命を L (10^6 回転) とする。

この軸受は L 回転した時に軸受が寿命 (破損) となることから、1 回転しただけの場合には軸受は $1/L$ のダメージを受ける。軸受が L 回転した時には、 $L/L = 1$ となり、ダメージの合計は 100 % となるため寿命となる。

一つの軸受が n 個の条件で使用されて、それぞれの条件での計算寿命が $L_1 \sim L_n$ となる場合を考える。

(図 5.9)



- n_n : 回転速度 (min^{-1})
- t_n : 時間での使用頻度
- $t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_n = 1$
- n_m : 全条件での回転合計 (回転)
- $n_m = t_1 n_1 + t_2 n_2 + \dots + t_n n_n$

図 5.9 荷重変動

任意の条件 j での軸受のダメージは

$$\frac{\text{条件 } n \text{ での総回転数}}{L_j} = \frac{\phi_j L_m}{L_j} \dots\dots\dots (5.49)$$

ここで、 L_j : 条件 j での計算寿命 (10^6 回転)

L_m : 総合寿命 (10^6 回転)

ϕ_j : 条件 j の総回転での使用頻度

$$\phi_j = \frac{n_j t_j}{n_m} \dots\dots\dots (5.50)$$

回転数が同一の場合は $\phi_j = t_j$ になる

Miner の累積損傷則に基づき、軸受が寿命になる時は各条件でのダメージの合計が 1 になることから

$$\frac{\phi_1 L_m}{L_1} + \frac{\phi_2 L_m}{L_2} + \frac{\phi_3 L_m}{L_3} + \dots + \frac{\phi_n L_m}{L_n} = 1$$

従って、使用条件が変化する場合の総合寿命 L_m は下式で求めることができる。

$$\frac{1}{L_m} = \frac{\phi_1}{L_1} + \frac{\phi_2}{L_2} + \frac{\phi_3}{L_3} + \dots + \frac{\phi_n}{L_n} \dots\dots\dots (5.51)$$

5.2.4 機械装置での総合寿命

複数の軸受を組み込んだ機械装置では、そのいずれかの軸受が寿命に達した時がその装置の寿命になる。この機械装置での総合寿命はワイブル分布からとめることができる。ワイブル分布を残存確率で表すと下式になる。

$$S(L) = 1 - F(L) = e^{-\alpha L^\beta} \dots\dots\dots (5.52)$$

ここで、 $F(L)$: 累積破損確率 $S(L)$: 残存確率 L : 寿命
 α : 材料強さの係数 β : 材料ばらつきの係数

式 (5.52) で逆数の対数を取ると

$$\ln \frac{1}{S(L)} = \alpha L^\beta \dots\dots\dots (5.53)$$

2 個の軸受が組み込まれた機械装置と使用している軸受 1, 軸受 2 の寿命線図をワイブル確率紙にプロットすると図 5.10 のようになる。

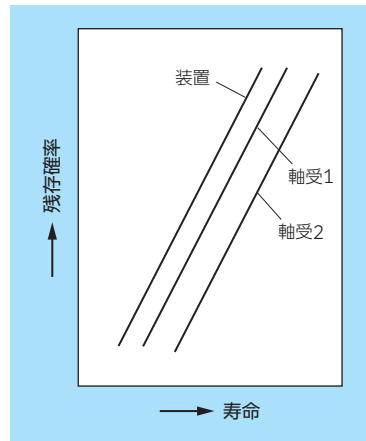


図 5.10 ワイブル線図

ここで、寿命 (総回転数) L での機械装置、軸受 1 および軸受 2 の残存確率を S_D, S_1, S_2 とすると、ワイブル線図上では図 5.11 のようになり、式 (5.53) より下式が求まる。

$$\left. \begin{aligned} \ln \frac{1}{S_D} &= \alpha_D L^\beta \\ \ln \frac{1}{S_1} &= \alpha_1 L^\beta \\ \ln \frac{1}{S_2} &= \alpha_2 L^\beta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.54)$$

* $S(L)_D, S(L)_1, S(L)_2$ を S_D, S_1, S_2 と表記する。

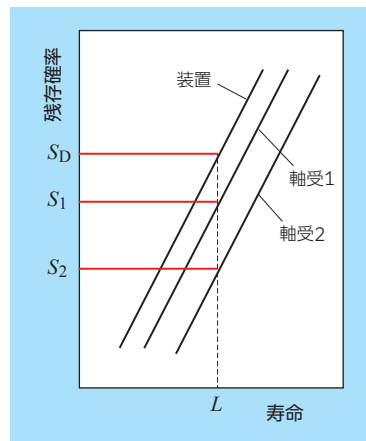


図 5.11 寿命一定の場合

同様に、残存確率を S_C とした時の機械装置、軸受 1, 軸受 2 の寿命 (総回転数) を L_D, L_1, L_2 とすると図 5.12 のようになり、式 (5.53) より下式が求まる。

$$\left. \begin{aligned} \ln \frac{1}{S_C} &= \alpha_D L_D^\beta \\ \ln \frac{1}{S_C} &= \alpha_1 L_1^\beta \\ \ln \frac{1}{S_C} &= \alpha_2 L_2^\beta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.55)$$

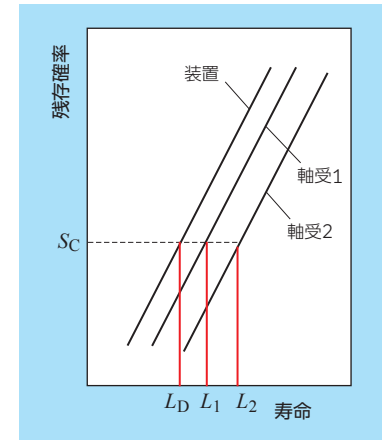


図 5.12 残存確率一定の場合

式 (5.54) と式 (5.55) で α を整理すると

$$\left. \begin{aligned} \ln \frac{1}{S_D} &= \left(\frac{L}{L_D}\right)^\beta \ln \frac{1}{S_C} \\ \ln \frac{1}{S_1} &= \left(\frac{L}{L_1}\right)^\beta \ln \frac{1}{S_C} \\ \ln \frac{1}{S_2} &= \left(\frac{L}{L_2}\right)^\beta \ln \frac{1}{S_C} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.56)$$

機械装置の残存確率は 2 個の軸受の残存確率の積になるため

$$S_D = S_1 \times S_2$$

逆数の対数を取ると

$$\ln \frac{1}{S_D} = \ln \frac{1}{S_1} + \ln \frac{1}{S_2} \dots\dots\dots (5.57)$$

式 (5.56), 式 (5.57) より総合寿命の計算式が求まる。

$$\frac{1}{L_D^\beta} = \frac{1}{L_1^\beta} + \frac{1}{L_2^\beta}$$

n 個の軸受が組み込まれた機械装置の総合寿命は以下の一般式となる。

$$\frac{1}{L_D^e} = \frac{1}{L_1^e} + \frac{1}{L_2^e} + \dots + \frac{1}{L_n^e} \dots\dots\dots (5.58)$$

- L_D : 機械装置としての総合寿命
- L_1, L_2, \dots, L_n : 個々の軸受の基本定格寿命
- e : 玉軸受 10/9
- ころ軸受 9/8

5.2.5 すきまと寿命

ISO および JIS で規定されている定格寿命はラジアル軸受の場合には負荷率 $\epsilon = 0.5$ の状態が前提となっている。ラジアル軸受に純ラジアル荷重が負荷されている場合はすきま (Δ_r) が 0 の時になる。そのため、負荷率またはすきまが変化すると軸受寿命も影響を受ける。ここでは、純ラジアル荷重が負荷されている時の $\Delta_r \neq 0$ での寿命を求める。

1) ラジアル内部すきまと負荷率

軸受が中立位置からラジアル荷重を受けて変位した時の模式図を図 5.13 に示す。

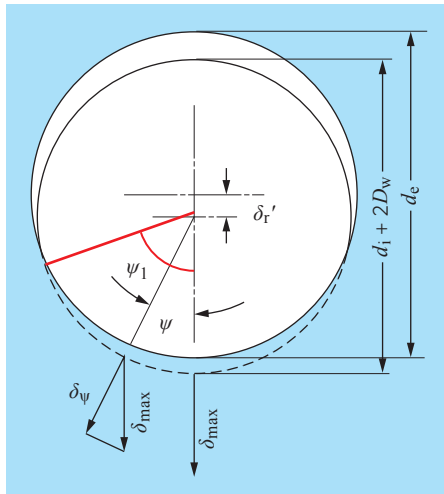


図 5.13 ラジアル方向変位図

中立位置とは内輪溝径と外輪溝径を一致させた状態のことである。

- d_c : 外輪軌道径 (mm)
- d_i : 内輪軌道径 (mm)
- $d_i + 2D_w$: 転動体外接円径 (mm)
- D_w : 転動体径 (mm)
- δ_r' : ラジアル方向変位 (mm)
(ラジアル内部すきま含む)
- δ_ψ : ψ 方向弾性変形量 (mm)
- δ_{max} : 最大の弾性変形量 (mm)
- ψ : 任意の転動体位置角度 (°)
- ψ_1 : 負荷の限界角度 (°)
- Δ_r : ラジアル内部すきま (mm)

ψ 方向の弾性変形量は

$$\begin{aligned} \delta_\psi &= (\psi \text{ 方向の変位量}) - (\text{すきまの } 1/2) \\ &= \delta_r' \cos\psi - \frac{1}{2} \Delta_r \dots\dots\dots (5.59) \end{aligned}$$

ラジアル荷重方向 ($\psi = 0$) の時、弾性変形は最大になる。

$$\delta_{max} = \delta_r' - \frac{1}{2} \Delta_r \dots\dots\dots (5.60)$$

限界角度位置 (ψ_1) では変形は 0 となるため

$$\begin{aligned} \delta_{\psi_1} &= \delta_r' \cos\psi_1 - \frac{1}{2} \Delta_r = 0 \\ \therefore \cos\psi_1 &= \frac{\Delta_r}{2\delta_r'} \dots\dots\dots (5.61) \end{aligned}$$

負荷率は第 3 章式 (3.3) より

$$\epsilon = \frac{1}{2} (1 - \cos\psi_1) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\Delta_r}{2\delta_r'} \right) \dots\dots\dots (5.62)$$

玉軸受およびころ軸受のラジアル変形量は式 (4.17)、式 (4.18) より

$$\text{玉軸受} : \delta_r = \frac{0.00044}{\cos\alpha} \sqrt[3]{\frac{Q^2}{D_w}} \dots\dots\dots (4.17)$$

$$\text{ころ軸受} : \delta_r = \frac{0.000077}{\cos\alpha} \frac{Q^{0.9}}{L_{we}^{0.8}} \dots\dots\dots (4.18)$$

最大転動体荷重は式 (3.16) より

$$Q_{max} = \frac{F_r}{Z J_r(\epsilon) \cos\alpha} \dots\dots\dots (3.16)$$

これらの式からラジアル内部すきまと負荷率に整理すると以下の式が求まる。

$$\begin{aligned} \text{玉軸受} : \frac{\epsilon}{1 - 2\epsilon} \times J_r^{2/3} &= \frac{0.00044 F_r^{2/3}}{\Delta_r D_w^{1/3} Z^{2/3} \cos^{5/3}\alpha} \\ &= \frac{0.00044}{0.001276} \frac{0.001276}{D_w^{1/3} Z^{2/3} \cos^{5/3}\alpha} \frac{F_r^{2/3}}{\Delta_r} \\ &= 0.3448 K_r \frac{F_r^{2/3}}{\Delta_r} = \frac{1}{f(\epsilon)} \dots\dots\dots (5.63) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ころ軸受} : \frac{\epsilon}{1 - 2\epsilon} \times J_r^{1/1.1} &= \frac{0.000077 F_r^{0.9}}{\Delta_r L_{we}^{0.8} Z^{0.9} \cos^{1.9}\alpha} \\ &= 0.2532 K_r \frac{F_r^{0.9}}{\Delta_r} = \frac{1}{f(\epsilon)} \dots\dots\dots (5.64) \end{aligned}$$

ラジアル内部すきまから負荷率を求めるには式 (5.63) または式 (5.64) を用いて、以下の繰返し計算によって求める。係数 K_r は表 5.10、表 5.11 に示す。

- ① 軸受諸元および使用条件から右辺を計算する。
- ② ϵ に任意の数値を代入し、その時の J_r を求め左辺を計算する。
負荷率 ϵ から第 3 章の「表 3.1 ラジアル積分表」より J_r が求まる。
- ③ 左辺の値が右辺と等しくなるまで繰返す。

表 5.10 深溝玉軸受の K_r ($\times 10^{-5}$)

内径 番号	系列				
	68	69	60	62	63
00	19.334	20.081	20.742	18.975	20.081
01	18.245	18.719	18.975	19.703	19.388
02	16.463	17.005	17.542	18.845	17.494
03	15.061	16.265	18.025	18.120	16.947
04	15.213	15.346	15.938	16.004	16.463
05	13.829	13.728	14.857	14.796	15.638
06	12.246	13.067	13.406	13.923	13.981
07	11.415	12.412	12.943	13.226	13.410
08	10.712	11.872	12.214	12.925	12.922
09	9.837	10.861	11.217	12.650	12.305
10	9.694	10.430	10.676	11.792	11.954
11	9.667	10.442	10.609	11.338	11.639
12	9.472	10.029	10.098	10.947	11.355
13	9.183	9.312	9.644	10.770	11.097
14	8.665	9.380	9.628	10.605	10.861
15	8.215	9.029	9.195	9.952	10.643
16	8.011	8.710	9.234	10.301	10.442
17	8.198	8.872	8.819	9.537	10.256
18	7.969	8.540	8.898	9.785	10.082
19	7.755	8.238	8.498	9.563	9.919
20	7.555	8.549	8.498	9.359	9.623
22	6.943	7.854	8.349	8.999	9.238
24	6.891	7.810	7.974	8.838	9.238
26	7.050	7.525	7.654	8.688	9.012
28	6.683	7.259	7.332	8.688	8.808
30	6.721	7.167	7.153	8.154	8.142
32	6.541	6.913	6.991	7.894	8.620
34	6.447	6.913	7.000	7.453	8.288
36	6.274	7.042	7.062	7.673	7.662
38	6.212	6.778	6.745	7.471	7.662
40	6.045	6.842	6.831	7.050	7.398

表 5.11 円筒ころ軸受の K_r ($\times 10^{-6}$)

内径 番号	系列					
	10	2	22	3	23	4
04	—	8.973	6.649	8.061	5.615	—
05	7.922	7.720	5.720	6.649	4.509	6.173
06	6.499	6.754	4.786	6.051	4.509	5.401
07	6.404	5.720	3.879	5.142	3.929	4.795
08	5.656	5.206	3.879	4.765	3.364	4.290
09	5.040	4.870	3.629	4.169	3.077	3.744
10	4.800	4.319	3.218	4.069	2.908	3.476
11	4.319	3.969	3.033	3.641	2.697	3.476
12	3.964	3.678	2.596	3.461	2.519	3.195
13	3.809	3.431	2.376	3.364	2.395	2.841
14	3.533	3.249	2.250	2.990	2.100	2.587
15	3.381	3.047	2.250	2.794	1.887	2.622
16	3.108	2.974	2.126	2.572	1.887	2.469
17	2.981	2.808	1.972	2.546	1.797	2.373
18	2.879	2.672	1.946	2.492	1.697	2.250
19	2.761	2.596	1.819	2.253	1.551	2.081
20	2.654	2.481	1.742	2.110	1.431	1.978
22	2.359	2.196	1.565	1.910	1.255	1.805
24	2.265	2.000	1.412	1.841	1.224	1.663
26	2.027	1.900	1.341	1.644	1.082	1.517
28	1.951	1.796	1.238	1.572	1.040	1.491
30	1.855	1.683	1.141	1.538	0.989	1.387
32	1.722	1.585	1.061	1.446	0.930	—
34	1.645	1.523	1.001	1.360	0.877	—
36	1.553	1.451	0.954	1.286	0.830	—
38	1.491	1.376	0.909	1.241	0.789	—
40	1.387	1.309	0.870	1.241	0.789	—
44	1.271	1.194	0.790	1.143	0.759	—
48	1.179	1.100	0.709	1.015	0.684	—
52	1.115	1.003	0.638	0.960	0.655	—
56	1.075	0.958	0.609	0.910	0.605	—
60	1.005	0.924	0.586	—	—	—

2) 負荷率と寿命比

ISO によって規定された基本定格寿命の計算は等価荷重を用いて行う。これは軸受理論に基づいて計算すると非常に複雑なため、簡易に寿命計算ができるように導入されたものである。

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^p \quad P: \text{動等価荷重 (N)}$$

軸受理論の基礎となる *Lundberg-Palmgren* 理論によると本来の寿命計算式は以下のように示されている。

$$L = \left(\frac{Q_c}{Q_m}\right)^p \dots\dots\dots (5.65)$$

L : 基本定格寿命 (10⁶ 回) Q_c : 接点での動定格荷重 (N)
 Q_m : 接点での垂直荷重 (= 転動体の 3 乗平均荷重) (N)

ここでは理論的に扱うため寿命計算式は本来の計算式を用いて寿命比を求める。軸受にラジアル荷重 F_r が負荷され、負荷率 ϵ と $\epsilon = 0.5$ の時の最大転動体荷重は式 (3.16) より

$$Q_{\max(\epsilon)} = \frac{F_r}{Z J_r(\epsilon) \cos \alpha} \dots\dots\dots (5.66)$$

$$Q_{\max(0.5)} = \frac{F_r}{Z J_r(0.5) \cos \alpha} \dots\dots\dots (5.67)$$

ここで、平均転動体荷重と最大転動体荷重の比となるパラメータを J_1 とすると、負荷率 ϵ と $\epsilon = 0.5$ の時では以下のように表される。

$$J_1(\epsilon) = \frac{Q_{m(\epsilon)}}{Q_{\max(\epsilon)}} \quad J_1(0.5) = \frac{Q_{m(0.5)}}{Q_{\max(0.5)}} \dots\dots\dots (5.68)$$

式 (5.66)、式 (5.67) を式 (5.68) に代入して整理すると

$$F_r = Q_{m(\epsilon)} Z \frac{J_r(\epsilon)}{J_1(\epsilon)} \cos \alpha$$

$$F_r = Q_{m(0.5)} Z \frac{J_r(0.5)}{J_1(0.5)} \cos \alpha$$

同じラジアル荷重が負荷されている場合、上式を整理すると

$$\frac{Q_{m(0.5)}}{Q_{m(\epsilon)}} = \frac{J_r(\epsilon) J_1(0.5)}{J_r(0.5) J_1(\epsilon)} \dots\dots\dots (5.69)$$

式 (5.65) と式 (5.69) から

$$\frac{L_\epsilon}{L} = \frac{\left(\frac{Q_c}{Q_{m(\epsilon)}}\right)^p}{\left(\frac{Q_c}{Q_{m(0.5)}}\right)^p} = \left(\frac{Q_{m(0.5)}}{Q_{m(\epsilon)}}\right)^p$$

$$\text{従って、寿命比: } \frac{L_\epsilon}{L} = \left(\frac{J_r(\epsilon) J_1(0.5)}{J_r(0.5) J_1(\epsilon)}\right)^p \dots\dots\dots (5.70)$$

ここで、 J_r は表 3.1、 J_1 は表 5.12 に示す。

また、 J_r 、 J_1 を求めて計算するのではなく式 (5.71)、式 (5.72) からパラメータ $f(\epsilon)$ を算出し、表 5.13 から寿命比を求めることもできる。

$$\begin{aligned} \text{玉軸受} &: \frac{\epsilon}{1-2\epsilon} \times J_r^{2/3} = \frac{0.00044 F_r^{2/3}}{\Delta_r D_w^{1/3} Z^{2/3} \cos^{5/3} \alpha} \\ &= 0.3448 K_r \frac{F_r^{2/3}}{\Delta_r} = \frac{1}{f(\epsilon)} \dots\dots\dots (5.71) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ころ軸受} &: \frac{\epsilon}{1-2\epsilon} \times J_r^{1.1} = \frac{0.000077 F_r^{0.9}}{\Delta_r l_{\text{eff}}^{0.8} Z^{0.9} \cos^{1.9} \alpha} \\ &= 0.2532 K_r \frac{F_r^{0.9}}{\Delta_r} = \frac{1}{f(\epsilon)} \dots\dots\dots (5.72) \end{aligned}$$

ここで、 Δ_r : ラジアル内部すきま

表 5.12 J_1 の積分表

負荷率 ϵ	玉軸受	ころ軸受
0	0	0
0.1	0.4275	0.5287
0.2	0.4306	0.5772
0.3	0.5150	0.6079
0.4	0.5411	0.6309
0.5	0.5625	0.6495
0.6	0.5808	0.6653
0.7	0.5970	0.6792
0.8	0.6104	0.6906
0.9	0.6248	0.7028
1	0.6372	0.7132
1.25	0.6652	0.7366
1.67	0.7064	0.7705
2.5	0.7707	0.8216
5	0.8675	0.8989
∞	1	1

表 5.13 負荷率と寿命比

ϵ	玉軸受		ころ軸受	
	$f(\epsilon)$	$\frac{L_\epsilon}{L}$	$f(\epsilon)$	$\frac{L_\epsilon}{L}$
0.1	33.713	0.294	51.315	0.220
0.2	10.221	0.546	14.500	0.469
0.3	4.045	0.737	5.539	0.691
0.4	1.408	0.889	1.887	0.870
0.5	0	1.0	0	1.0
0.6	-0.857	1.069	-1.133	1.075
0.7	-1.438	1.098	-1.897	1.096
0.8	-1.862	1.094	-2.455	1.065
0.9	-2.195	1.041	-2.929	0.968
1.0	-2.489	0.948	-3.453	0.805
1.25	-3.207	0.605	-4.934	0.378
1.5	-3.877	0.371	-6.387	0.196
1.67	-4.283	0.276	-7.335	0.133
1.8	-4.596	0.221	-8.082	0.100
2.0	-5.052	0.150	-9.187	0.067
2.5	-6.114	0.078	-11.904	0.029
3	-7.092	0.043	-14.570	0.015
4	-8.874	0.017	-19.721	0.005
5	-10.489	0.008	-24.903	0.002
10	-17.148	0.001	-48.395	0.0002

5.2.6 揺動寿命

転がり寿命は内輪、外輪の転動体荷重と負荷の繰返し数で決まるといふ軸受理論は、Lundberg-Palmgrenによって体系化された。これは一方向に回転する軸受に対しての理論であるが、基本的には揺動運動する軸受でも当てはめることができる。

1) 揺動寿命

揺動運動では揺動角が小さく転動跡がオーバーラップしない状態で使用した場合、転がり寿命となる前にフレッチング等の発生により軸受が使用不能になることがある。その為、オーバーラップする状態で使用する事が望ましいが、その場合、軌道面上の位置によって負荷の回数や大きさが異なってくる。図 5.14 は転動体ピッチ角 ψ の軸受において内輪は揺動半角 β 、転動体は揺動半角 β_0 で揺動運動をしている状態を表したものである。領域 I では転動体①のみが転動し、領域 II では転動体①と②がオーバーラップして転動する。1 サイクルの揺動で考えれば領域 I は転動体①により 2 回の負荷を受けるのに対し、領域 II では転動体①と②により 4 回の負荷を受けている。従って、転動面を負荷の異なる領域に分割して残存確率（寿命）を求めなければならない。これらを詳細に解析して求めた揺動寿命計算式が下式である。

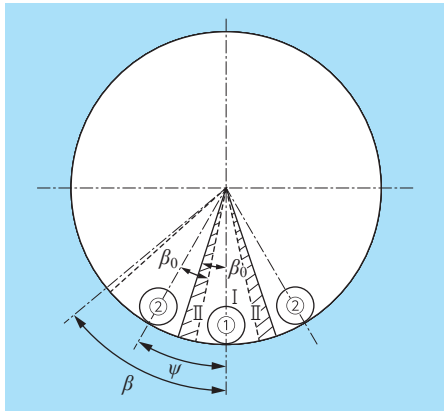


図 5.14 転動跡のオーバーラップ

$$L_{OSC} = \Omega L_{ROT} \dots\dots\dots (5.73)$$

$$\text{揺動寿命係数} : \Omega = \frac{A_s Y_s + A_o Y_o + Y_r}{X_e + A X_i + B X_r} \dots\dots\dots (5.74)$$

- L_{OSC} : 揺動寿命
- L_{ROT} : 揺動速度を回転速度と仮定した時の定格寿命
- A, A_s, A_o : 軌道輪の残存確率を求める式の係数
- X_i, X_e, X_r : 最大転動体荷重から残存確率を求める式の中の関数（一方向回転）
- Y_o, Y_s, Y_r, B : 最大転動体荷重から残存確率を求める式の中の関数（揺動回転）
- 関数式は複雑なため省略
- 添字 i, e, r : 内輪, 外輪, 転動体
- O, S, R : 回転輪, 固定輪, 転動体

揺動寿命係数 Ω は非常に複雑な計算式であり、転動体径と転動体ピッチ径の比 D_w/D_{pw} 、転動体個数 Z 、接触角 α 、負荷率 ϵ および残存確率を求める係数の比 A_{1i}/A_{1e} によって決まる係数である。 A_{1i}/A_{1e} は通常の線接触軸受では D_w/D_{pw} のみの関数であるが、点接触軸受では溝曲率半径と D_w/D_{pw} の関数である。純ラジアル荷重を受ける場合には線接触および点接触共、 $\alpha = 0, \epsilon = 0.5$ として扱う。深溝玉軸受では溝曲率はほぼ一定であるため揺動寿命係数 Ω は近似的に転動体個数 Z と D_w/D_{pw} のみにより決まる。

軸受各形式における転動体個数が最大、最小、中央での揺動寿命係数 Ω の計算値を表 5.14 に示す。

表中の数値は内輪揺動の場合であるが、() 内の数値は外輪揺動の数値である。各軸受形式とも内輪揺動と外輪揺動は実用上ほとんど同等と見なすことができる。

表 5.14 揺動寿命係数 Ω の計算値

軸受	転動体数	内輪または外輪の揺動角度 (°)						
		±2	±5	±10	±20	±45	±90	±180
針状ころ軸受	15	31.16	13.66	7.321 (7.320)	3.923	1.791 (1.777)	0.926	0.482
	30	33.86	14.84	7.956 (7.956)	4.153	1.824 (1.815)	0.937	0.486
	50	35.84	—	8.258	—	1.834	—	—
円筒ころ軸受	10	29.23	12.81	6.869 (6.89)	3.681	1.760 (1.736)	0.908	0.475
	15	30.64	13.43	7.200 (7.200)	3.858	1.816 (1.794)	0.921	0.480
	19	31.50	—	7.401	—	1.848	—	—
深溝玉軸受	6	18.80	7.340	3.950 (3.950)	2.120	1.036 (1.057)	0.567	0.325
	10	20.00	8.570	4.625 (4.585)	2.480	1.173 (1.119)	0.600	—
	15	21.10	—	4.970	—	1.214	—	—

表 5.14 をプロットしたものが図 5.15 である。各形式とも転動体個数が少ない方が Ω は小さくなるがその量は僅かである。また、円筒ころ軸受と針状ころ軸受は線図がほとんど重なるため円筒ころ軸受を記載した。

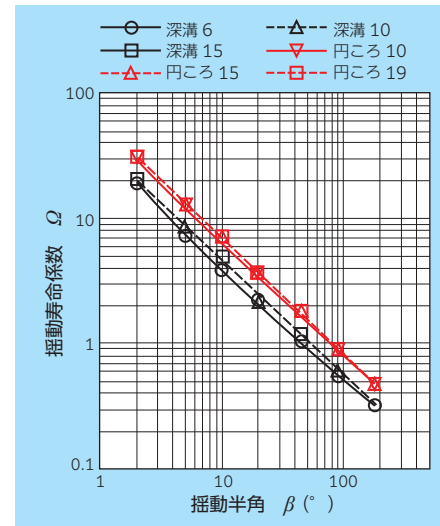


図 5.15 揺動寿命係数 Ω の比較

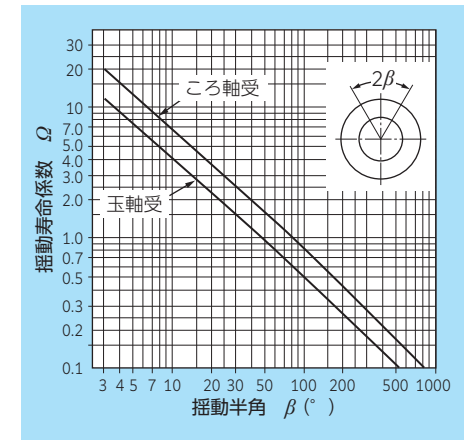


図 5.16 揺動寿命係数の算出線図

図 5.16 は、図 5.15 を基に、玉軸受ところ軸受に関して一般に使用できるように線図化したものである。揺動寿命係数 Ω は転動体個数が增大すると大きくなるが、影響はそれほど大きくないため、安全側として玉軸受では転動体個数を $Z = 6$ 、ころ軸受では $Z = 10$ で求めた。この場合、誤差としては最大でも 20 % 以下である。

2) 臨界揺動角

図 5.16 のように揺動角が小さくなると揺動寿命は大きくなるが、ある程度以下の角度になると軌道面から潤滑剤が押し出されてフレッチング等の損傷が発生し易くなる。これらの損傷が起こらない実用的な最小揺動角を臨界揺動角といい、一般的には転動体と軌道輪の転走跡がオーバーラップする角度、すなわち転動体が軌道輪に対して $(360^\circ / Z)$ 移動する角度である。

$$\begin{aligned} \text{臨界揺動角 (半角)} \quad \beta_c &= \frac{360^\circ}{Z} \frac{D_{pw}}{D_{pw} \mp D_w \cos \alpha} \dots\dots\dots (5.75) \\ &= \frac{360^\circ}{Z} \frac{1}{1 \mp \frac{D_w}{D_{pw}} \cos \alpha} \end{aligned}$$

記号：上段 内輪揺動，下段 外輪揺動
 D_{pw} ：転動体ピッチ径 (mm) D_w ：玉径 (mm)
 Z ：転動体個数 α ：接触角 ($^\circ$)

ここで、 D_w/D_{pw} は簡易的に下式で求められる。

$$\begin{aligned} \frac{D_w}{D_{pw}} &= 0.6 \frac{D-d}{D+d} \quad (\text{玉軸受}) \\ &= 0.5 \frac{D-d}{D+d} \quad (\text{ころ軸受}) \end{aligned}$$

ここで、 d ：軸受内径 (mm) D ：軸受外径 (mm)

5.2.7 高速回転での寿命

転がり軸受を高速で使用する場合は転動体に大きな遠心力が作用するため、軸受内の荷重分布が通常の使用条件と大きく異なる。従って、一般の寿命計算 (ISO の寿命計算) では求めることができず、寿命理論に基づき各転動体荷重を求めて寿命計算をしなければならない。ここでは、主として玉軸受について説明するが、接触角を持った玉軸受では遠心力だけでなくジャイロモーメントの影響も考慮しなければならない。寿命理論に基づく寿命計算式 (本来の計算式) は下式である。

$$\begin{aligned} L_i &= \left(\frac{Q_{ci}}{Q_{mi}} \right)^p \quad L_e = \left(\frac{Q_{ce}}{Q_{me}} \right)^p \\ L &= (L_i^{-e} + L_e^{-e})^{-1/e} \end{aligned}$$

Q_{ci} , Q_{ce} ：転動体 1 個当たりの内輪および外輪定格荷重 (N)
 Q_{mi} , Q_{me} ：内輪および外輪の平均転動体荷重 (N)
 L_i , L_e , L ：内輪寿命, 外輪寿命および軸受寿命 (10^6 回)

1) 内輪および転動体の変位

接触角を持った玉軸受に静荷重および遠心力が作用した場合の内輪および転動体の変位について考える。この時、外輪は固定し、それぞれの変位は内輪溝中心および玉中心の移動として考える。

図 5.17 は初期接触の状態の内外輪および j 番目の玉中心が荷重により変位した時の状態を表す。

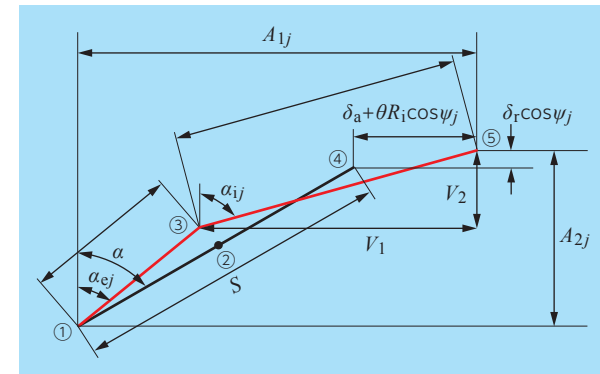


図 5.17 玉と内外輪の変位 (j 番目の玉位置)

- ①：外輪溝中心
 - ②：初期玉中心
 - ③：変位後の玉中心
 - ④：初期内輪溝中心
 - ⑤：変位後の内輪溝中心
- f_i ：玉と内輪溝曲率半径比
 f_e ：玉と外輪溝曲率半径比
 S ：内外輪溝半径中心距離
 $S = (f_i + f_e - 1)D_w$
 δ_a ：アキシャル方向変位
 δ_r ：ラジアル方向変位
 ψ_j ： j 番目の玉の位置角度
 α ：初期接触角
 α_{ij} ：内輪と玉の接触角
 α_{ej} ：外輪と玉の接触角
 R_i ：軸受中心から内輪溝中心までの距離 (半径)
 δ_{ij} ：内輪と玉の変形量
 δ_{ej} ：外輪と玉の変形量

図 5.17 より以下の関係式が求まる。

$$\tan \alpha_{ij} = \frac{V_1}{V_2} \quad \tan \alpha_{ej} = \frac{A_{1j} - V_1}{A_{2j} - V_2} \dots\dots\dots (5.76)$$

$$V_1^2 + V_2^2 - \{(f_i - 0.5) D_w + \delta_{ij}\}^2 = 0 \dots\dots\dots (5.77)$$

$$(A_{1j} - V_1)^2 + (A_{2j} - V_2)^2 - \{(f_e - 0.5) D_w + \delta_{ej}\}^2 = 0 \dots\dots\dots (5.78)$$

荷重と変位の関係式より

$$Q_{ij} = K_i \delta_{ij}^{1.5} \quad Q_{ej} = K_e \delta_{ej}^{1.5} \dots\dots\dots (5.79)$$

K_i, K_e : 内輪および外輪での弾性変形の定数

2) 転動体荷重

軸受が高速回転している時の玉に作用する荷重を図 5.18 に示す。その時の荷重の釣り合いは下式となる。

- Q_i : 内輪転動体荷重 (N)
- Q_e : 外輪転動体荷重 (N)
- M_G : ジャイロモーメント (6.1.3 項参照)
- F_C : 玉 1 個当たりの遠心力 (N)
- λ : ジャイロモーメントによる定数
外輪コントロールでは $\lambda_i = 0$,
 $\lambda_e = 2$
- 添え字 j : j 番目の玉を表す

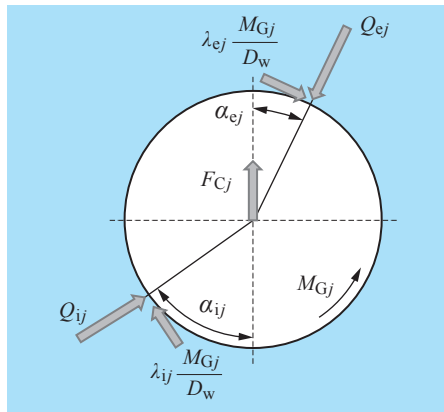


図 5.18 高速時の玉の荷重

$$Q_{ij} \sin \alpha_{ij} - Q_{ej} \sin \alpha_{ej} - \frac{M_{Gj}}{D_w} (\lambda_{ij} \sin \alpha_{ij} - \lambda_{ej} \sin \alpha_{ej}) = 0 \dots\dots\dots (5.80)$$

$$Q_{ij} \cos \alpha_{ij} - Q_{ej} \cos \alpha_{ej} + \frac{M_{Gj}}{D_w} (\lambda_{ij} \cos \alpha_{ij} - \lambda_{ej} \cos \alpha_{ej}) + F_{Cj} = 0 \dots\dots\dots (5.81)$$

式 (5.76) ~ 式 (5.81) から繰返し計算により $j = 1 \sim Z$ (転動体個数: Z) での Q_{ij}, Q_{ej} を求め、下式より平均転動体荷重を求める。

$$Q_{mi} = \left\{ \frac{1}{Z} \sum_{j=1}^Z Q_{ij}^{wi} \right\}^{1/wi} \quad Q_{me} = \left\{ \frac{1}{Z} \sum_{j=1}^Z Q_{ej}^{we} \right\}^{1/we} \dots\dots\dots (5.82)$$

各軸受の回転荷重に対する記号の数値を下表に示す。

軸受形式	内輪回転荷重		外輪回転荷重	
	wi	we	wi	we
玉軸受	3	10/3	10/3	3
ころ軸受	4	4.5	4.5	4

3) 転動体 1 個当たりの定格荷重: Q_c

i. 玉軸受の場合

玉 1 個当たりの定格荷重は 5.1 章式 (5.18) より

$$Q_c = 98.1 \lambda \left(\frac{2f}{2f-1} \right)^{0.41} \frac{(1 \mp \gamma)^{1.39}}{(1 \pm \gamma)^{1/3}} \left(\frac{\gamma}{\cos \alpha} \right)^{0.3} Z^{-1/3} D_w^{1.8} \dots\dots\dots (5.83)$$

f : 玉径に対する溝曲率半径比 (内輪: f_i , 外輪: f_e)

λ : 減少係数 $\lambda = 0.95$

α : 接触角 (°) Z : 転動体個数

D_w : 玉径 (mm)

$D_w > 25.4$ mm の場合は $D_w^{1.8} \rightarrow 13.647 D_w^{1.4}$

$$\gamma = \frac{D_w \cos \alpha}{D_{pw}}$$

D_{pw} : 転動体ピッチ径 (mm)

* 式 (5.18) に対して JIS による減少係数 λ で補正

複合符号は上段: 内輪, 下段: 外輪

ii. ころ軸受の場合

ころ軸受では玉軸受と同様に下式で求められる。

$$Q_c = 550.8 \lambda_v \frac{(1 \mp \gamma)^{29/27}}{(1 \pm \gamma)^{1/4}} \left(\frac{\gamma}{\cos \alpha} \right)^{2/9} Z^{-1/4} D_{we}^{29/27} L_{we}^{7/9} \dots\dots\dots (5.84)$$

λ_v : 減少係数 $\lambda_v = 0.83$

D_{we} : ころ平均径 (mm)

L_{we} : ころ有効長さ (mm)

* 玉軸受同様, 減少係数 λ_v で補正

ころ軸受の場合は遠心力の影響だけを考慮して Q_{ij}, Q_{ej} を求め、平均転動体荷重を算出する。

4) 軸受寿命

前項までに求めた Q_c 、 Q_m を用いて内輪寿命、外輪寿命を求め、遠心力を考慮した軸受寿命 L_c を求める。

$$L_{ci} = \left(\frac{Q_{ci}}{Q_{mi}}\right)^p \quad L_{ce} = \left(\frac{Q_{ce}}{Q_{me}}\right)^p$$

$$L_c = (L_{ci}^{-e} + L_{ce}^{-e})^{-1/e}$$

p : 玉軸受では 3, ころ軸受では 10/3
 e : 玉軸受では 10/9, ころ軸受では 9/8

同様の手法で遠心力が作用しない場合の軸受寿命 L_0 を求め、遠心力を考慮した場合との寿命比により ISO の定格寿命 L_{10} を補正し、寿命を算出する。

$$\text{遠心力考慮の寿命} : L = \frac{L_c}{L_0} L_{10}$$

通常、これらの計算はすべて専用プログラムを用いて実施する。

深溝玉軸受 6206 での計算例を図 5.19 に示す。

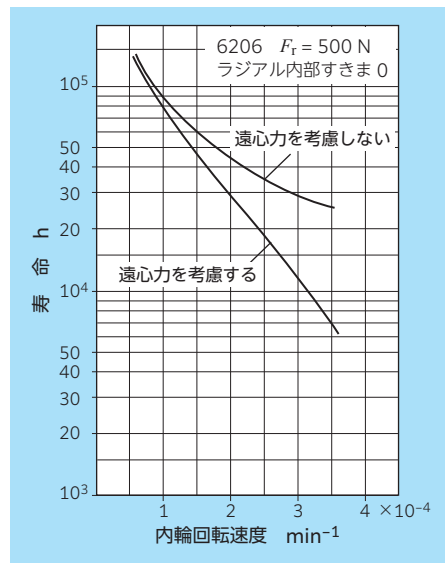


図 5.19 遠心力の影響による軸受寿命

【計算例】

(5-1) すきまと寿命

深溝玉軸受 6206 がラジアル荷重 $F_r = 2\,000\text{ N}$ 、回転速度 $n = 1\,500\text{ min}^{-1}$ で使用されている。ラジアル内部すきまが 0.02 mm の時の寿命を求める。

カタログより 6206 $C_r = 21\,600\text{ N}$

$$\text{定格寿命} : L_{10} = \left(\frac{21\,600}{2\,000}\right)^3 \times \frac{10^6}{60 \times 1\,500} = 13\,996 \text{ (h)}$$

表 5.11 より $K_r = 13.923 \times 10^{-5}$
 式 (5.71) より

$$f(\varepsilon) = \frac{\Delta_r}{0.3448 K_r F_r^{2/3}} = \frac{0.02}{0.3448 \times 13.923 \times 10^{-5} \times 2\,000^{2/3}} = 2.624$$

表 5.13 より $L_e/L_{10} = 0.8189$

従って、軸受寿命 L_e は

$$L_e = 0.8189 \times 13\,996 = 11\,500 \text{ (h)}$$

(5-2) 揺動寿命

円筒ころ軸受 NU2208 がラジアル荷重 $F_r = 20\text{ kN}$ 、内輪揺動角 $2\beta = 80^\circ$ 、揺動サイクル 150 サイクル/min の条件で使用されている。この時の揺動寿命を求める。

NU2208 $d = 40\text{ mm}$ $D = 80\text{ mm}$ $Z = 13$
 $C_r = 64.5\text{ kN}$

$$L_{ROT} = \left(\frac{64.5}{20}\right)^{10/3} \times \frac{10^6}{60 \times 150} = 5\,506 \text{ (h)}$$

図 5.16 より $\Omega = 1.9$

$$\text{揺動寿命} : L_{OSC} = 1.9 \times 5\,506 = 10\,500 \text{ (h)}$$

臨界揺動角 (半角) β_c は下記となり、使用上問題ない。

$$\beta_c \geq \frac{360}{13} \frac{1}{1 - \frac{0.5(80 - 40)}{80 + 40}} = 33.2 \text{ (}^\circ\text{)}$$

5.3 動等価荷重

転がり軸受にはラジアル荷重やアキシャル荷重が単独ではなく、複合して作用する場合が多い。軸受に複合荷重が作用した時に、これと同じ寿命を与えるような仮想荷重を動等価荷重という。ラジアル荷重では純ラジアル荷重、スラスト軸受では純アキシャル荷重で表し、それぞれ動等価ラジアル荷重、動等価アキシャル荷重という。

5.3.1 動等価ラジアル荷重

動等価ラジアル荷重 P_r は下式で表わす。

$$P_r = XF_r + YF_a \dots\dots\dots (5.85)$$

F_r : ラジアル荷重 (N) F_a : アキシャル荷重 (N)
 X : ラジアル荷重係数 Y : アキシャル荷重係数

JIS に規定されているラジアル軸受の X, Y 係数算出式を表 5.15、ラジアル玉軸受の減少係数と接触角を表 5.16、ラジアル玉軸受の X, Y 係数を表 5.17 示す。

表 5.15 ラジアル軸受の X, Y 係数算出式

軸受形式	ラジアル玉軸受		ラジアルころ軸受	
	単列軸受	複列軸受	単列軸受	複列軸受
$F_a/F_r \leq e$	X	1	1	1
	Y	0	$\frac{0.625}{\xi \tan \alpha'}$	$0.45 \cot \alpha$
$F_a/F_r > e$	X	$1 - \frac{0.4\xi}{\eta}$	$1.625 - \frac{0.65\xi}{\eta}$	0.4
	Y	$\frac{0.4}{\eta \tan \alpha'}$	$\frac{0.65}{\eta \tan \alpha'}$	$0.4 \cot \alpha$
e	$\xi \tan \alpha'$		$1.5 \tan \alpha$	

α : 初期接触角 α' : 実接触角

表 5.16 ラジアル玉軸受の減少係数と接触角

軸受形式	ζ	η	α' の計算式
深溝玉軸受	1.05	$1 - \frac{\sin \alpha}{2.5}$	$\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} - 1 = 0.01254 \times \left(\frac{f_0 F_a \cos \alpha}{C_{0r} \sin \alpha'} \right)^{2/3}$
アンギュラ玉軸受	1.25	$\alpha \leq 15^\circ$	
		$\alpha > 15^\circ$	$\cos \alpha' = 0.9724 \cos \alpha$

深溝玉軸受は $\alpha = 5^\circ$ で計算する

表 5.17 ラジアル玉軸受の X, Y 係数 (JIS)

接触角 α	アキシャル荷重比 $f_0 F_r / C_{0r}$	係数 e	単列軸受				複列軸受										
			$F_a/F_r \leq e$		$F_a/F_r > e$		$F_a/F_r \leq e$		$F_a/F_r > e$								
			X	Y	X	Y	X	Y	X	Y							
深溝玉軸受	—	0.172	0.19	1	0	0.56	2.3	1	0	0.56	2.3						
		0.345	0.22				1.99				1.99						
		0.689	0.26				1.71				1.71						
		1.03	0.28				1.55				1.55						
		1.38	0.30				1.45				1.45						
		2.07	0.34				1.31				1.31						
		3.45	0.38				1.15				1.15						
		5.17	0.42				1.04				1.04						
6.89	0.44	1	1														
アンギュラ玉軸受	15°	0.178	0.38	1	0	0.44	1.47	1	0.72	1.65	2.39						
		0.357	0.4				1.4			1.57	2.28						
		0.714	0.43				1.3			1.46	2.11						
		1.07	0.46				1.23			1.38	2						
		1.43	0.47				1.19			1.34	1.93						
		2.14	0.5				1.12			1.26	1.82						
		3.57	0.55				1.02			1.14	1.66						
		5.35	0.56				1			1.12	1.63						
		7.14	0.56				1			1.12	1.63						
		30°	—				0.8			1	0	0.39	0.76	1	0.78	0.63	1.24
		40°	—				1.14			1	0	0.35	0.57	1	0.55	0.57	0.93

本表の数値は軸受カタログ寸法表に記載したものと同一である。

5.3.2 動等価アキシャル荷重

一般のスラスト軸受 (接触角 $\alpha = 90^\circ$) はラジアル荷重を負荷することはできないが、 $\alpha \neq 90^\circ$ のスラスト軸受ではある程度のラジアル荷重を負荷することができる。その時の動等価アキシャル荷重 P_a は動等価ラジアル荷重同様に下式となる。

$$P_a = XF_r + YF_a \dots\dots\dots (5.86)$$

F_r : ラジアル荷重 (N) F_a : アキシャル荷重 (N)
 X : ラジアル荷重係数 Y : アキシャル荷重係数

JIS に規定されているスラスト玉軸受、スラストころ軸受の X 、 Y 係数および算出式を表 5.18 に示す。一般に使用されるスラスト玉軸受に関しては予圧式スラストアンギュラ玉軸受、ボールねじ支持軸受があるが、これらには一般的にラジアル荷重は負荷されずスラスト荷重のみで使用される場合が多い。スラストころ軸受ではスラスト自動調心ころ軸受が対象となり、等価荷重計算式は下式となる。

$$P_a = 1.2F_r + F_a \dots\dots\dots (5.87)$$

ただし、 $F_r/F_a \leq 0.55$ となる必要がある。

* 下表より、 $X = \tan 50^\circ \approx 1.2$ $\alpha = 50^\circ$ (一般的接触角)

単列の $F_a/F_r \leq e$ は望ましくないため設定なし

$$F_a/F_r \leq 1.5 \tan 50^\circ \quad \therefore F_r/F_a \leq 1/1.788 \approx 0.55$$

表 5.18 スラスト軸受の X 、 Y 係数および算出式 (JIS)

軸受形式	スラスト玉軸受			スラストころ軸受	
	α	単式軸受	複式軸受	単式軸受	複式軸受
$F_a/F_r \leq e$	X	計算式	$\frac{20}{13} \tan \alpha \left(1 - \frac{1}{3} \sin \alpha\right)$	—	1.5 $\tan \alpha$
		45°	—		
		60°	1.18		
	Y	計算式	$\frac{10}{13} \tan \alpha \left(1 - \frac{1}{3} \sin \alpha\right)$	—	0.67
		45°	—		
		60°	0.59		
$F_a/F_r > e$	X	計算式	$1.25 \tan \alpha \left(1 - \frac{2}{3} \sin \alpha\right)$	$\tan \alpha$	$\tan \alpha$
		45°	0.66	0.66	
		60°	0.92	0.92	
	Y	1	1	1	1
e		1.25 $\tan \alpha$		1.5 $\tan \alpha$	

5.3.3 X 、 Y 係数の算出 (理論)

前項でラジアル荷重係数 X 、アキシャル荷重係数 Y の計算式について JIS の規定を記載したが、ここでは深溝玉軸受における計算式について簡単に紹介する。

ラジアル荷重係数、アキシャル荷重係数は軸受寿命に対してラジアル荷重とアキシャル荷重の影響度を表す係数である。これらの係数を求めるため、「同じ寿命を得るためのラジアル荷重とアキシャル荷重の組合せを考える」。この時の線図が図 5.20 に示す等寿命線図 (等価荷重曲線ともいう) である。

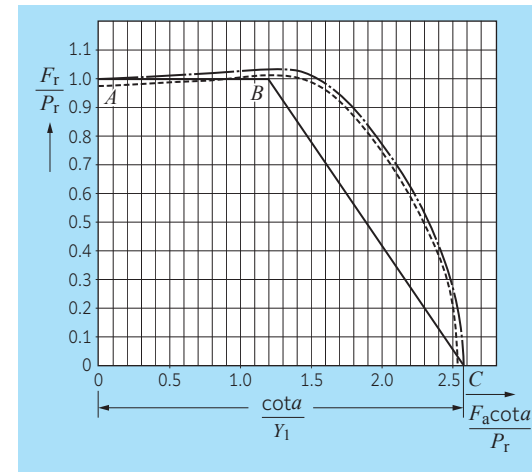


図 5.20 深溝玉軸受の等寿命線図

曲線 AC : 等寿命線図
 実線 : $C_i/C_e = 0$
 破線 : $C_i/C_e = 0.75$
 C_i : 内輪定格荷重
 C_e : 外輪定格荷重
 直線 ABC : 近似直線

等寿命線図を数学的に表すと非常に複雑になるため、Lundberg-Palmgren は簡易的に近似直線 ABC で置き換え、この直線から等価荷重を求める X 係数、 Y 係数を求めている。

残存確率や平均転動体荷重等の寿命理論より、ラジアル荷重、アキシャル荷重と等価荷重の関係式が以下のように求められる。式 (5.88)、式 (5.89) に e を代入して図 5.20 の等寿命線図を作成する。本式までの展開は煩雑なため省略する。

$$\frac{F_r}{P_r} = \left\{ \frac{1}{1 + \left(\frac{C_i}{C_e}\right)^{pe}} \left[\frac{J_r(0.5)}{J_r(\epsilon)} \right]^{pe} + \frac{1}{1 + \left(\frac{C_e}{C_i}\right)^{pe}} \left[\frac{J_r(0.5)}{J_r(\epsilon)} \right]^{pe} \right\}^{-1/pe} \dots (5.88)$$

$$\frac{F_a \cot \alpha'}{P_r} = \left\{ \frac{1}{1 + \left(\frac{C_i}{C_e}\right)^{pe}} \left[\frac{J_1(\epsilon)}{J_1(0.5)} \right]^{pe} + \frac{1}{1 + \left(\frac{C_e}{C_i}\right)^{pe}} \left[\frac{J_2(\epsilon)}{J_2(0.5)} \right]^{pe} \right\}^{-1/pe} \frac{J_a(\epsilon)}{J_r(0.5)} \dots (5.89)$$

アキシャル荷重の等価荷重への効果 (Y 係数) を求めるため、アキシャル荷重のみが負荷された場合を考える。\$F_r = 0\$ の時、表 3.1、表 5.5 より、\$e = \infty\$、\$J_1(\infty) = 1\$、\$J_2(\infty) = 1\$、\$J_a(\infty) = 1\$ となるため式 (5.89) は

$$\frac{F_a \cot \alpha'}{P_r} = \left\{ \frac{1 + \left(\frac{J_1(0.5)}{J_2(0.5)} \frac{C_i}{C_e} \right)^{pe}}{1 + \left(\frac{C_i}{C_e} \right)^{pe}} \right\}^{-1/pe} \frac{J_1(0.5)}{J_r(0.5)} \dots \dots \dots (5.90)$$

ここで、\$Y_1 = \left\{ \frac{1 + \left(\frac{J_1(0.5)}{J_2(0.5)} \frac{C_i}{C_e} \right)^{pe}}{1 + \left(\frac{C_i}{C_e} \right)^{pe}} \right\}^{1/pe} \frac{J_r(0.5)}{J_1(0.5)} \cot \alpha' \dots \dots \dots (5.91)\$

とすると、\$P_r = Y_1 F_a\$ となり、\$Y_1\$ がアキシャル荷重係数になる。
\$C_i\$ と \$C_e\$ を \$0 \sim \infty\$ に変化させると、式 (5.91) { } 部分の値は \$1 \sim J_1(0.5)/J_2(0.5)\$ の間で変化する。

これらの幾何平均値をとると、\$\sqrt{\frac{J_1(0.5)}{J_2(0.5)}}\$ となり、アキシャル荷重係数 \$Y_1\$ は

$$Y_1 = \sqrt{\frac{J_1(0.5)}{J_2(0.5)}} \frac{J_r(0.5)}{J_1(0.5)} \cot \alpha' = \frac{J_r(0.5) \cot \alpha'}{\sqrt{J_1(0.5) J_2(0.5)}} = 0.4 \cot \alpha' \dots \dots \dots (5.92)$$

調心性の無い軸受では平行度の影響により負荷容量が低下するため、実験データを基に補正係数 \$\eta\$ でアキシャル荷重係数を補正する。

補正アキシャル荷重係数：\$Y = \frac{Y_1}{\eta} \dots \dots \dots (5.93)\$

$$\eta = 1 - \frac{\sin \alpha}{2.5} \dots \dots \dots (5.94)$$

ここで、\$Y_1\$ は理論アキシャル荷重係数、\$Y\$ が等価荷重を求める時に使用するアキシャル荷重係数である。

等寿命線図の横軸の交点は \$F_r = 0\$ の時の \$\frac{F_a \cot \alpha'}{P_r}\$ になるが、その時の等価荷重は

式 (5.86) より \$P_r = Y_1 F_a\$ となる。

この式を整理して、両辺に \$\cot \alpha'\$ を掛けると、

$$\frac{F_a \cot \alpha'}{P_r} = \frac{\cot \alpha'}{Y_1} \text{ となり、これが横軸との交点となる。}$$

近似直線上 \$B\$ 点の座標を \$(\zeta, 1)\$ とすると、直線 \$OB\$ は

$$\frac{F_r}{P_r} = \frac{1}{\zeta} \frac{F_a \cot \alpha'}{P_r}$$

$$\therefore \frac{F_a}{F_r} = \zeta \tan \alpha' \dots \dots \dots (5.95)$$

\$\zeta \tan \alpha' = e\$ とおけば

① \$\frac{F_a}{F_r} \le e\$ の場合、直線 \$OB\$ の上部となるため、直線 \$AB\$ は以下である。

$$P_r = F_r$$

式 (5.86) より、\$X = 1\$、\$Y = 0\$ となる。

② \$\frac{F_a}{F_r} > e\$ の場合、直線 \$OB\$ の下部となり、\$C\$ 点の座標を \$(a, 0)\$ とすると直線 \$BC\$ は下式で表すことができる。

$$\frac{1}{a} \frac{F_a \cot \alpha'}{P_r} + \frac{a - \zeta}{a} \frac{F_r}{P_r} = 1$$

\$P_r\$ で整理すると

$$P_r = \frac{a - \zeta}{a} F_r + \frac{\cot \alpha'}{a} F_a$$

上式を式 (5.86) と比較すると、

$$X = \frac{a - \zeta}{a}, Y = \frac{\cot \alpha'}{a} \dots \dots \dots (5.96)$$

深溝玉軸受の場合、式 (5.92)、式 (5.93) より

$$Y = \frac{0.4 \cot \alpha'}{\eta} \dots \dots \dots (5.97)$$

式 (5.96)、式 (5.97) より

$$a = \frac{\eta}{0.4} \dots \dots \dots (5.98)$$

式 (5.98) を式 (5.96) に代入すると

$$X = 1 - \frac{0.4 \zeta}{\eta} \dots \dots \dots (5.99)$$

式 (5.97)、式 (5.99) は表 5.15 のラジアル玉軸受 (単列) の \$X\$ 係数、\$Y\$ 係数の式になる。

5.3.4 接触角がある軸受の等価荷重

アンギュラ玉軸受や円すいころ軸受のように接触角がある軸受にラジアル荷重が負荷されるとアキシャル方向の分力（誘起アキシャル荷重）が発生する。正面組合せや背面組合せのように同じ軸受にラジアル荷重が作用する場合には誘起アキシャル荷重は相殺されるが、軸受や荷重条件が異なる場合には誘起アキシャル荷重を考慮して等価荷重を計算しなければならない。表 5.19 は軸受の配置とその時の等価荷重についてまとめたものである。

表 5.19 軸受配置と等価荷重

軸受配置	荷重条件	アキシャル荷重
背面 	$\frac{0.5F_{rI}}{Y_I} \leq \frac{0.5F_{rII}}{Y_{II}} + F_a$	$F_{aI} = \frac{0.5F_{rII}}{Y_{II}} + F_a$ —
正面 	$\frac{0.5F_{rI}}{Y_I} > \frac{0.5F_{rII}}{Y_{II}} + F_a$	— $F_{aII} = \frac{0.5F_{rI}}{Y_I} - F_a$
背面 	$\frac{0.5F_{rII}}{Y_{II}} \leq \frac{0.5F_{rI}}{Y_I} + F_a$	— $F_{aII} = \frac{0.5F_{rI}}{Y_I} + F_a$
正面 	$\frac{0.5F_{rII}}{Y_{II}} > \frac{0.5F_{rI}}{Y_I} + F_a$	$F_{aI} = \frac{0.5F_{rII}}{Y_{II}} - F_a$ —

備考 1 予圧がゼロのときに適用する。
 2 ラジアル荷重は上図の矢印と逆方向の場合でも正として計算する。
 3 動等価ラジアル荷重は、アキシャル荷重を求めた後、各軸受寸法表の右上の表を用いて X, Y 係数を求め計算する。

図 5.21 は表 5.19 の円すいころ軸受の背面組合せを拡大した例である。軸受 I, 軸受 II にラジアル荷重 F_{rI} , F_{rII} , 右方向にアキシャル荷重 F_a が負荷されている。ここで、ラジアル荷重によって発生する誘起アキシャル荷重を、それぞれ F_{acI} , F_{acII} とする。

カタログ記載の誘起アキシャル荷重はラジアル内部すきまが 0, すなわち負荷率 $\epsilon = 0.5$ を基準としているため、以下の記号であらわす事とする。

$$F_{ac}(\epsilon = 0.5) = \frac{F_r}{2Y} \dots\dots\dots (5.100)$$

図 5.21 のアキシャル荷重の釣り合いを考えると、それぞれの荷重によっては右方向のアキシャル荷重が大きい場合と、左方向のアキシャル荷重が大きい場合がある。

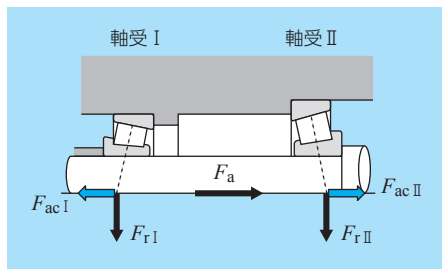


図 5.21 背面組合せでの荷重

1) $F_{acI}(\epsilon = 0.5) \leq F_a + F_{acII}(\epsilon = 0.5)$ の場合

①軸受のアキシャル荷重

軸が右方向に移動することによって、それぞれの軸受の負荷率が変化し、それに伴って誘起アキシャル荷重も変化する。

$$F_{acI}(\epsilon = 0.5) \rightarrow F_{acI}(\epsilon > 0.5)$$

$$F_{acII}(\epsilon = 0.5) \rightarrow F_{acII}(\epsilon > 0.5)$$

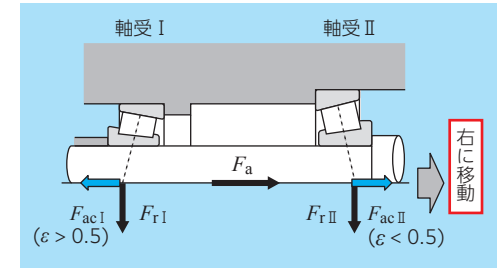


図 5.22 負荷率の変化 (右移動)

従って、軸の釣り合い式は

$$F_{acI}(\epsilon > 0.5) = F_a + F_{acII}(\epsilon < 0.5) \dots\dots\dots (5.101)$$

安全側として以下のように荷重を大きめに考える。

$$F_{acII}(\epsilon < 0.5) \doteq F_{acII}(\epsilon = 0.5) \dots\dots\dots (5.102)$$

式 (5.101) は

$$F_{acI}(\epsilon > 0.5) = F_a + F_{acII}(\epsilon = 0.5) \dots\dots\dots (5.103)$$

②等価荷重

軸受 I の等価荷重 P_{rI} は

$$P_{rI} = X_I F_{rI} + Y_I F_{acI}(\epsilon > 0.5)$$

式 (5.100), 式 (5.103) より

$$P_{rI} = X_I F_{rI} + Y_I \left(F_a + \frac{F_{rII}}{2Y_{II}} \right) \dots\dots\dots (5.104)$$

軸受 II の等価荷重 P_{rII} は

$$P_{rII} = X_{II} F_{rII} + Y_{II} F_{acII}(\epsilon < 0.5)$$

式 (5.100), 式 (5.102) より

$$P_{rII} = X_{II} F_{rII} + Y_{II} \frac{F_{rII}}{2Y_{II}}$$

$$= X_{II} F_{rII} + \frac{F_{rII}}{2} \dots\dots\dots (5.105)$$

接触角を持つ軸受の X 係数は下記になり、すべて $X < 0.5$ である。

軸受形式	アンギュラ玉軸受			円すいころ軸受
	接触角	15°	30°	
X係数	0.44	0.39	0.35	0.44

従って、式 (5.105) は安全側の数値として以下になる。

$$P_{rII} = F_{rII} \dots\dots\dots (5.106)$$

2) $F_{acI}(\epsilon = 0.5) > F_a + F_{acII}(\epsilon = 0.5)$ の場合

①軸受のアキシャル荷重

前項同様に軸が左方向に移動することによる釣り合い式から

$$F_{acI}(\epsilon < 0.5) \doteq F_{acI}(\epsilon = 0.5) \dots\dots\dots (5.107)$$

$$F_{acII}(\epsilon > 0.5) = F_{acI}(\epsilon = 0.5) - F_a \dots\dots\dots (5.108)$$

②等価荷重

軸受 I の等価荷重 P_{rI} は

$$P_{rI} = X_I F_{rI} + Y_I F_{acI}(\epsilon < 0.5)$$

$$P_{rI} = X_I F_{rI} + \frac{F_{rI}}{2} = F_{rI} \dots\dots\dots (5.109)$$

軸受 II の等価荷重 P_{rII} は

$$P_{rII} = X_{II} F_{rII} + Y_{II} \left(\frac{F_{rI}}{2Y_I} - F_a \right) \dots\dots\dots (5.110)$$

従って、ラジアル荷重およびアキシャル荷重は 1) および 2) の条件とも、表 5.19 の計算式となる。

5.3.5 4点接触玉軸受の等価荷重

NTN の 4 点接触玉軸受は接触角が 30° のアンギュラ玉軸受であり、内輪、外輪をラジアル方向に押し付けた時、玉が内輪および外輪と 4 点で接触する軸受である。1 個の軸受で両方向のアキシャル荷重を受けることができるが、4 点接触の状態で使用した場合、接触点での滑りが大きくなり、過大な温度上昇や軌道面の摩耗等が発生する可能性が大きくなるため、4 点接触玉軸受は使用時には 2 点接触状態で用いなければならない。

1) 使用時の荷重条件

本軸受が損傷を受けないように、2 点接触となる荷重条件を求める。

4 点接触玉軸受は荷重の負荷状態が複列アンギュラ玉軸受と同等と考えることができるため、軸受が片列負荷すなわち片列の負荷率が 0 となる荷重条件を表 5.20 より求める。この表は複列玉軸受の負荷率と荷重パラメータの表である。

$$\frac{F_r \tan \alpha}{F_a} < 0.6 \quad (\text{負荷率: } \epsilon_1 \geq 1, \epsilon_2 = 0) \dots\dots\dots (5.111)$$

ただし、取付誤差や使用中の荷重変動を考慮して NTN では安全を見て負荷率を $\epsilon > 1.27$ とした条件での使用を推奨している。その時のラジアル荷重とアキシャル荷重の荷重比は以下になる。

表 5.20 より、

$$\frac{F_r \tan 30^\circ}{F_a} < 0.44412 \quad (\text{負荷率: } \epsilon_1 > 1.27, \epsilon_2 = 0)$$

$$\therefore \frac{F_a}{F_r} > 1.3 \dots\dots\dots (5.112)$$

2) 動等価荷重

複列アンギュラ玉軸受と見なして、表 5.17 より動等価荷重を算出する係数および等価荷重式を求める。ただし、NTN としては荷重条件が $F_a/F_r > 1.3$ を推奨している。

$$\frac{F_a}{F_r} > 0.8 \quad (\epsilon = 0.80) \quad X = 0.63, Y = 1.24$$

従って、動等価ラジアル荷重は下式により求められる。

$$P_r = 0.63 F_r + 1.24 F_a \dots\dots\dots (5.113)$$

表 5.20 複列玉軸受の負荷率と積分値

ϵ_1	ϵ_2	$\frac{F_r \tan \alpha}{F_a}$	$J_r(\epsilon)$	$J_a(\epsilon)$
0.5	0.5	∞	0.4577	0
0.6	0.4	2.0465	0.3568	0.1744
0.7	0.3	1.0916	0.3036	0.2782
0.8	0.2	0.8005	0.2758	0.3445
0.9	0.1	0.6713	0.2618	0.3900
1.0	0	0.6000	0.2547	0.4244
1.25	0	0.4538	0.2289	0.5044
1.67	0	0.3088	0.1871	0.6060
2.5	0	0.1850	0.1339	0.7240
5	0	0.0831	0.0711	0.8558
∞	0	0	0	1

ϵ_1 : 1 列目の負荷率

ϵ_2 : 2 列目の負荷率

F_r : ラジアル荷重 (N)

F_a : アキシャル荷重 (N)

α : 接触角 (°)

J_r : ラジアル積分

J_a : アキシャル積分

3) 基本定格寿命

4 点接触玉軸受は純アキシャル荷重での使用が多いため、定格寿命を計算するための基本動定格荷重はアキシャル定格荷重がカタログに記載されている。動等価ラジアル荷重により寿命計算するにはラジアル定格荷重に換算しなければならない。正確に計算するには軸受内部諸元から JIS の計算式に基づき算出する必要があるが、ここでは基本動ラジアル定格荷重 C_r と基本動アキシャル定格荷重 C_a の簡易換算を下式で行う。

$$C_a = \frac{C_r}{Y} \dots\dots\dots (5.114)$$

Y : 等価荷重を求めるときの Y 係数

複列（背面組合せまたは正面組合せ）の場合

$$C_a = \frac{C_r'}{Y'} = \frac{C_r \times i^{0.7}}{Y'} \dots\dots\dots (5.115)$$

C_r' : 複列のラジアル動定格荷重 (N)
 C_a : アキシャル動定格荷重（複列の場合でもアキシャル荷重は1個で受けるためアキシャル動定格荷重は同一である）(N)
 Y' : 複列の等価荷重を求めるときの Y 係数

式 (5.114), 式 (5.115) より

$$C_r' = Y C_a \times 2^{0.7} \dots\dots\dots (5.116)$$

Y : 等価荷重を求めるときの単列軸受の Y 係数

① 純アキシャル荷重の場合 ($F_r = 0$)

$$\text{定格寿命} : L = \left(\frac{C_a}{F_a} \right)^3$$

純アキシャル荷重では通常の寿命計算を行う。

② 複合荷重の場合

ラジアル等価荷重 : $P_r' = 0.63F_r + 1.24F_a$

複列ラジアル定格荷重 : $C_r' = 0.76C_a \times 2^{0.7}$

ただし、荷重条件が $F_a/F_r > 1.3$ を推奨

$$\text{定格寿命} : L = \left(\frac{C_r'}{P_r'} \right)^3$$

ラジアル荷重とアキシャル荷重が同時に負荷される複合荷重の場合はラジアル定格荷重に換算して寿命計算をする必要がある。

【計算例】

(5-3) 等価荷重と寿命計算 1

深溝玉軸受軸受 6206 にラジアル荷重 $F_r = 1\,500$ N, アキシャル荷重 $F_a = 500$ N の荷重が負荷されている。この軸受が回転速度 $n = 3\,000$ min⁻¹ で使用されているときの寿命を求める。
 カタログより 6206 $C_r = 21\,600$ N, $C_{Or} = 11\,300$ N, $f_0 = 13.6$

$$\frac{f_0 F_a}{C_{Or}} = \frac{13.6 \times 500}{11\,300} = 0.60$$

カタログまたは表 5.15 より $e = 0.25$

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{500}{1\,500} = 0.33 > 0.25 = e \quad \therefore Y = 1.83$$

等価荷重 : $P_r = 0.56 \times 1\,500 + 1.83 \times 500 = 1\,755$ (N)

定格寿命 : $L_{10} = \left(\frac{21\,600}{1\,755} \right)^3 \times \frac{10^6}{60 \times 3\,000} = 10\,400$ (h)

(5-4) 等価荷重と寿命計算 2

2 個の円すいころ軸受（軸受 1 : 32208, 軸受 2 : 32206）にラジアル荷重 $F_r = 12.8$ kN アキシャル荷重 $F_a = 2$ kN の荷重が負荷されている。これらの軸受が回転速度 $n = 3\,000$ min⁻¹ で使用されているときの等価荷重と寿命を求める。軸受配置を下図に示す。

軸受のラジアル荷重とアキシャル荷重を求める。

① ラジアル荷重

$$F_{r1} = 12.8 \times \frac{105}{160} = 8.4 \text{ (kN)}$$

$$F_{r2} = 12.8 \times \frac{55}{160} = 4.4 \text{ (kN)}$$

② アキシャル荷重

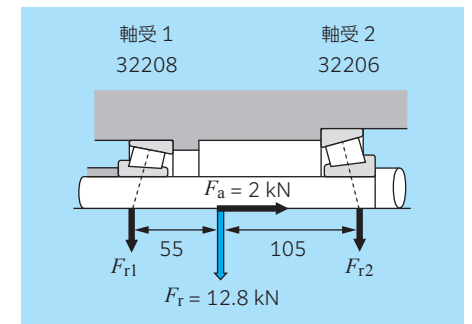
右方向を正 (+) とすると

$$F_{ac1} = -0.5 \times \frac{8.4}{1.6} = -2.625 \text{ (kN)}$$

$$F_{ac2} = 0.5 \times \frac{4.4}{1.6} = 1.375 \text{ (kN)}$$

$$F_a = 2 \text{ (kN)}$$

$$\therefore F_{ac1} < F_a + F_{ac2}$$



③等価荷重

カタログより 32208 は $e = 0.37$ のため、表 5.16 より、
 $X = 0.4$, $Y = 0.4 \times 1.5/0.37 \approx 1.6$

従って、等価荷重は

$$P_{rI} = 0.4 \times 8.4 + 1.6 \times (2 + 1.375) = 8.76 \text{ (kN)}$$

$$P_{rII} = 4.4 \text{ (kN)}$$

④軸受寿命

32206 : $C_r = 60.5$ (kN), 32208 : $C_r = 88$ (kN)

$$\text{軸受 1 : } L_{10} = \left(\frac{88}{8.76}\right)^{10/3} \times \frac{10^6}{60 \times 3000} = 12\,200 \text{ (h)}$$

$$\text{軸受 2 : } L_{10} = \left(\frac{60.5}{4.4}\right)^{10/3} \times \frac{10^6}{60 \times 3000} = 34\,600 \text{ (h)}$$

(5-5) 4点接触玉軸受

4点接触玉軸受 QJ210 がラジアル荷重 $F_r = 2$ kN, アキシアル荷重 $F_a = 5$ kN, 回転速度 $n = 1\,000 \text{ min}^{-1}$ の条件で使用されている。この時の軸受寿命を求める。

カタログより QJ210 : $C_a = 57.5$ (kN)

使用の判断 : $\frac{F_a}{F_r} = \frac{5}{2} = 2.5 > 1.3$ のため、使用可である。

等価荷重 : $P_r' = 0.63 \times 2 + 1.24 \times 5 = 7.46$ (kN)

定格荷重の換算 : $C_r' = 0.76 \times 57.5 \times 2^{0.7} = 71$ (kN)

定格寿命 : $L = \left(\frac{71}{7.46}\right)^3 \times \frac{10^6}{60 \times 1000} = 14\,400$ (h)

5.4 基本静定格荷重および静等価荷重

回転していない転がり軸受において過大な荷重が負荷されると、軸受の軌道面と転動体の接触面で塑性変形（永久変形）が発生し、軸受の円滑な回転を阻害する可能性がある。この時の指標となる荷重を基本静定格荷重という。

5.4.1 基本静定格荷重

転がり軸受は一般的な運転状態において、転動体直径の 0.0001 倍程度の総永久変形量（軌道面と転動体の変形量の合計）であれば軸受の運転にほとんど影響がないことが経験的に知られている。ISO 76 および JIS B 1519 では、この時の荷重を基本静定格荷重とし、接触部中央における接触応力として軸受形式ごとに規定している。表 5.21 に基準接触応力および基本静定格荷重、表 5.22 に f_0 の計算式および表 5.23 に玉軸受の f_0 値を示す。表 5.23 と表 5.22 の計算式とは、 m ($D_w/2$ に対する内外輪溝曲率半径比) により、以下のように使い分ける。

ラジアル軸受で内輪側 $m \leq 1.04$ かつ外輪側 $m \leq 1.06$

または、スラスト軸受で内輪側 $m \leq 1.08$ かつ外輪側 $m \leq 1.06$ の場合、表 5.23 を用いる。上記以外の場合、表 5.22 の計算式を用いる。

表 5.21 基本静定格荷重と基準接触応力

基本静定格荷重	玉軸受		ころ軸受
ラジアル軸受 C_{0r}	$f_0 i Z D_w^2 \cos \alpha$		$f_0 i Z L_{we} D_{we} \cos \alpha$
スラスト軸受 C_{0a}	$f_0 Z D_w^2 \sin \alpha$		$f_0 Z L_{we} D_{we} \sin \alpha$
基準接触応力 σ_{max}	一般 (自動調心除く)	4 200 MPa	4 000 MPa
	自動調心	4 600 MPa	

f_0 : 係数

Z : 1 列当たりの転動体個数

D_w : 玉径 (mm)

D_{we} : ころ平均径 (mm)

L_{we} : ころ有効長さ (mm)

i : 列数

α : 接触角 (°)

表 5.22 f_0 の計算式

軸受形式	計算式	
	玉軸受	ころ軸受
ラジアル軸受 (自動調心玉軸受を除く)	$2.072 \left(\frac{\sigma_{\max}}{4\,000} \right)^3 \kappa \left[\frac{E(\kappa)}{2 \pm \frac{\gamma}{1 \mp \gamma} - \frac{1}{m}} \right]^2$	$44 \left(\frac{\sigma_{\max}}{4\,000} \right)^2 (1 - \gamma)$
自動調心軸受	$2.072 \left(\frac{\sigma_{\max}}{4\,000} \right)^3 \left[\frac{\pi}{4} (1 + \gamma) \right]^2$	
スラスト軸受	$10.362 \left(\frac{\sigma_{\max}}{4\,000} \right)^3 \kappa \left[\frac{E(\kappa)}{2 \pm \frac{\gamma}{1 \mp \gamma} - \frac{1}{m}} \right]^2$	$220 \left(\frac{\sigma_{\max}}{4\,000} \right)^2 (1 - \gamma)$

複合記号：上の記号は内輪側，下の記号は外輪側であり，値の小さい方を軸受の f_0 値として採用する。

σ_{\max} ：応力水準 (表 5.21)

$E(\kappa)$ ：第 2 種だ円積分

$\gamma = D_w \cos \alpha / D_{pw}$ または $D_{we} \cos \alpha / D_{pw}$

m ： $D_w/2$ に対する内外輪溝曲率半径比

D_{pw} ：転動体ピッチ径 (mm)

κ ： a/b a ：接触だ円長軸半径 b ：接触だ円短軸半径

表 5.23 玉軸受の f_0

γ	ラジアル玉 (一般)	自動調心玉	スラスト玉
0.00	14.7	1.9	61.6
0.01	14.9	2.0	60.8
0.02	15.1	2.0	59.9
0.03	15.3	2.1	59.1
0.04	15.5	2.1	58.3
0.05	15.7	2.1	57.5
0.06	15.9	2.2	56.7
0.07	16.1	2.2	55.9
0.08	16.3	2.3	55.1
0.09	16.5	2.3	54.3
0.10	16.4	2.4	53.5
0.11	16.1	2.4	52.7
0.12	15.9	2.4	51.9
0.13	15.6	2.5	51.2
0.14	15.4	2.5	50.4
0.15	15.2	2.6	49.6
0.16	14.9	2.6	48.8
0.17	14.7	2.7	48.0
0.18	14.4	2.7	47.3
0.19	14.2	2.8	46.5
0.20	14.0	2.8	45.7
0.21	13.7	2.8	45.0
0.22	13.5	2.9	44.2
0.23	13.2	2.9	43.5
0.24	13.0	3.0	42.7
0.25	12.8	3.0	41.9
0.26	12.5	3.1	41.2
0.27	12.3	3.1	40.5
0.28	12.1	3.2	39.7
0.29	11.8	3.2	39.0
0.30	11.6	3.3	38.2
0.31	11.4	3.3	37.5
0.32	11.2	3.4	36.8
0.33	10.9	3.4	36.0
0.34	10.7	3.5	35.3
0.35	10.5	3.5	34.6
0.36	10.3	3.6	—
0.37	10.0	3.6	—
0.38	9.8	3.7	—
0.39	9.6	3.8	—
0.4	9.4	3.8	—

5.4.2 基本静定格荷重式の誘導

基本静定格荷重は前項で紹介したように軸受形式ごとに基準の接触応力が定められており、応力と荷重の関係より求めることができる。

1) 点接触の場合

点接触での回転体荷重と接触応力の関係は Hertz の式より求めることができる。ここでは主に、深溝玉軸受、アンギュラ玉軸受の基本静定格荷重式について求める。

点接触の最大接触応力は下式によって与えられる。

$$\sigma_{\max} = \frac{3Q_{\max}}{2\pi ab} \quad \therefore Q_{\max} = \frac{2\pi ab}{3} \sigma_{\max} \dots\dots\dots (5.117)$$

σ_{\max} : 最大接触応力 Q_{\max} : 最大回転体荷重
 a : 接触だ円長軸半径 b : 接触だ円短軸半径

接触だ円半径は下式により求めることができる。

$$a = \left(\frac{2\chi^2 E}{\pi} \right)^{1/3} \left(\frac{3Q}{\sum \rho} \frac{1-v^2}{E} \right)^{1/3} \dots\dots\dots (5.118)$$

$$b = \left(\frac{2E}{\pi\chi} \right)^{1/3} \left(\frac{3Q}{\sum \rho} \frac{1-v^2}{E} \right)^{1/3} \dots\dots\dots (5.119)$$

χ : 係数 $\chi = a/b$ E : 第二種完全だ円積分
 $\sum \rho$: 曲率総和 v : ポアソン比
 E : 縦弾性係数

式 (5.117) ~ 式 (5.119) より

$$Q_{\max} = \frac{32\pi}{3} \chi \left(\frac{1-v^2}{E} \right)^2 \left(\frac{E}{\sum \rho} \right)^2 \sigma_{\max}^3$$

転がり軸受では、通常 $E = 2.07 \times 10^5$ MPa, $v = 0.3$ であるため

$$Q_{\max} = 6.4762 \times 10^{-10} \chi \left(\frac{E}{\sum \rho} \right)^2 \sigma_{\max}^3 \dots\dots\dots (5.120)$$

深溝玉軸受およびアンギュラ玉軸受の曲率総和 $\sum \rho$ は次式となる。

$$\begin{aligned} \sum \rho &= \rho_{11} + \rho_{12} + \rho_{21} + \rho_{22} \\ &= \frac{2}{D_w} \left(2 \pm \frac{2 \pm \gamma}{1 \mp \gamma} - \frac{1}{2f} \right) \dots\dots\dots (5.121) \end{aligned}$$

符号は上段 : 内輪, 下段 : 外輪
 D_w : 玉径 $\gamma = D_w \cos \alpha / D_{pw}$
 f : 玉径に対する溝半径比
 $f_i = r_i / D_w$ $f_e = r_e / D_w$
 r_i : 内輪溝半径 r_e : 外輪溝半径

式 (5.120), 式 (5.121) より

$$Q_{\max} = 6.4762 \times 10^{-10} \chi \left(\frac{D_w}{2} \frac{E}{2 \pm \frac{\gamma}{1 \mp \gamma} - \frac{1}{2f}} \right)^2 \sigma_{\max}^3 \dots\dots\dots (5.122)$$

ラジアル荷重として静定格荷重 C_{0r} が負荷された時の最大回転体荷重は式 (3.19) より

$$C_{0r} = 0.2ZQ_{\max} \cos \alpha \dots\dots\dots (5.123)$$

式 (5.122), 式 (5.123) を整理すると

$$C_{0r} = 2.072 \left(\frac{\sigma_{\max}}{4000} \right)^3 \chi \left(\frac{E}{2 \pm \frac{\gamma}{1 \mp \gamma} - \frac{1}{2f}} \right)^2 Z D_w^2 \cos \alpha$$

玉の列数 i を導入し、軸受諸元以外を f_0 にまとめると

$$C_{0r} = f_0 i Z D_w^2 \cos \alpha \dots\dots\dots (5.124)$$

$$\text{ここで, } f_0 = 2.072 \left(\frac{\sigma_{\max}}{4000} \right)^3 \chi \left(\frac{E}{2 \pm \frac{\gamma}{1 \mp \gamma} - \frac{1}{2f}} \right)^2 \dots\dots\dots (5.125)$$

基本静定格荷重は内輪側と外輪側の内、小さい方の値を採用する。特別な溝曲率でない限り、通常は内輪側の方が小さい。

2) 線接触の場合

線接触の最大接触応力は下式によって与えられる。

$$\sigma_{\max} = \frac{2Q_{\max}}{\pi L_{we} b} \quad \therefore Q_{\max} = \frac{\pi L_{we} b}{2} \sigma_{\max} \dots\dots\dots (5.126)$$

σ_{\max} : 最大接触応力 Q_{\max} : 最大回転体荷重
 L_{we} : ころ有効長さ b : 接触半幅

接触半幅は下式により求めることができる。

$$b = \left(\frac{8Q}{\pi L_{we} \sum \rho} \frac{1-v^2}{E} \right)^{1/2} \dots\dots\dots (5.127)$$

$\sum \rho$: 曲率総和 v : ポアソン比
 E : 縦弾性係数

式 (5.126), 式 (5.127) より

$$Q_{\max} = 2\pi \frac{1-v^2}{E} \frac{L_{we}}{\sum \rho} \sigma_{\max}^2$$

転がり軸受では、通常 $E = 2.07 \times 10^5$ MPa, $\nu = 0.3$ であるため

$$Q_{\max} = 2.7622 \times 10^{-5} \frac{L_{we}}{\sum \rho} \sigma_{\max}^2 \dots\dots\dots (5.128)$$

ラジアルころ軸受の曲率総和 $\sum \rho$ は次式となる。

$$\sum \rho = \frac{2}{D_{we}} \frac{1}{1 \mp \gamma} \dots\dots\dots (5.129)$$

符号は上段：内輪，下段：外輪
 D_{we} ：ころ平均径 $\gamma = D_{we} \cos \alpha / D_{pw}$

式(5.128)，式(5.129)より

$$Q_{\max} = 1.3811 \times 10^5 (1 \mp \gamma) L_{we} D_{we} \sigma_{\max}^2 \dots\dots\dots (5.130)$$

式(5.123)，式(5.130)を整理すると

$$C_{0r} = 44 \left(\frac{\sigma_{\max}}{4\,000} \right)^2 (1 \mp \gamma) Z L_{we} D_{we} \cos \alpha$$

* ISO では最大転動体荷重を算出する簡易式を玉，ころ共，同じ式を適用している。

ころの列数 i を導入し，軸受諸元以外を f_0 にまとめると

$$C_{0r} = f_0 i Z D_{we}^2 \cos \alpha \dots\dots\dots (5.131)$$

ここで， $f_0 = 44 \left(\frac{\sigma_{\max}}{4\,000} \right)^2 (1 \mp \gamma) \dots\dots\dots (5.132)$

ころ軸受の場合，基本静定格荷重は内輪側の値（上段）を採用する。

5.4.3 静等価荷重

静等価荷重とはラジアル荷重とアキシャル荷重が同時に負荷された軸受において，最大荷重を受ける転動体と軌道面との接触部中央に生じる接触応力と同等の接触応力となる仮定の純ラジアル荷重または純アキシャル荷重のことをいう。この静等価荷重は軸受が静止または非常に低速で回転する時，静定格荷重と比較することによって軸受到有害な圧痕が生成されるかどうかの判定を行う。軸受形式ごとの静等価荷重は，ISO 76 および JIS B 1519 によって定められている。

1) 静等価ラジアル荷重

ラジアル軸受の静等価ラジアル荷重は以下の式の内，大きい方の値とする。

$$P_{0r} = X_0 F_r + Y_0 F_a \dots\dots\dots (5.133)$$

$$P_{0r} = F_r \dots\dots\dots (5.134)$$

ラジアル玉軸受およびラジアルころ軸受の X_0 ， Y_0 を表 5.24 に示す。

表 5.24 ラジアル軸受の X_0 ， Y_0

軸受形式	単列軸受		複列軸受	
	X_0	Y_0	X_0	Y_0
深溝玉軸受	0.6	0.5	0.6	0.5
アンギュラ玉軸受	0.5	$\alpha = 5^\circ$	1	1.04
		$\alpha = 10^\circ$		1.00
		$\alpha = 15^\circ$		0.92
		$\alpha = 20^\circ$		0.84
		$\alpha = 25^\circ$		0.76
		$\alpha = 30^\circ$		0.66
		$\alpha = 45^\circ$		0.44
自動調心玉軸受	0.5	$0.22 \cot \alpha$	1	$0.44 \cot \alpha$
円筒ころ軸受 円すいころ軸受 自動調心ころ軸受	0.5	$0.22 \cot \alpha$	1	$0.44 \cot \alpha$

2) 静等価アキシャル荷重

スラスト軸受の静等価アキシャル荷重は以下の式となる。

$$\alpha \neq 90^\circ \quad P_{0a} = X_0 F_r + Y_0 F_a \dots\dots\dots (5.135)$$

$$\alpha = 90^\circ \quad P_{0a} = F_a \dots\dots\dots (5.136)$$

スラスト玉軸受およびスラストころ軸受の X_0 , Y_0 を表 5.25 に示す。

表 5.25 スラスト軸受の X_0 , Y_0

軸受形式	X_0	Y_0	備考
スラスト玉軸受	2.3tan α	1	単式の場合、 $F_r/F_a \leq 0.44\cot\alpha$ の時に問題なく適用でき、 $0.44\cot\alpha < F_r/F_a \leq 0.67\cot\alpha$ の時にほぼ満足する。複式はすべて該当する。
スラストころ軸受			
自動調心ころ軸受	2.7	1	$F_r/F_a \leq 0.55$ で使用可

5.4.4 X_0 , Y_0 係数の算出

静等価荷重の定義では「複合荷重によって発生する最大接触応力と同等の最大接触応力となる純ラジアル荷重」であるから、最大接触応力となる最大転動体荷重から静等価荷重を求めればよい。ここでは、静等価荷重を求めるための X_0 係数、 Y_0 係数について ISO で採用されている *Stellrecht* の算出方法について紹介する。

1. ラジアル玉軸受

初期接触角 α のラジアル玉軸受にアキシャル荷重 F_a とラジアル荷重 F_r が負荷された時の最大転動体荷重について示したものが図 5.23 である。この時、アキシャル荷重により接触角は α' に変化するものとする。この軸受の転動体個数を Z とすれば、転動体が 1 個あたりに受けるアキシャル荷重は F_a/Z となり、それによる転動体荷重は下式になる。

$$Q_a = \frac{F_a}{Z \sin \alpha'} \dots\dots\dots (5.137)$$

アキシャル荷重が負荷された状態で更にラジアル荷重が作用した場合、最大転動体位置には $5F_r/Z$ のラジアル荷重が負荷され、それによる転動体荷重は下式となる。

$$Q_r = \frac{1}{2} \frac{5F_r}{Z} \frac{1}{\cos \alpha'} = \frac{2.5F_r}{Z \cos \alpha'} \dots\dots\dots (5.138)$$

従って、アキシャル荷重とラジアル荷重が作用した場合の最大転動体荷重は

$$Q_{\max} = Q_r + Q_a = \frac{2.5}{Z \cos \alpha'} F_r + \frac{1}{Z \sin \alpha'} F_a \dots\dots\dots (5.139)$$

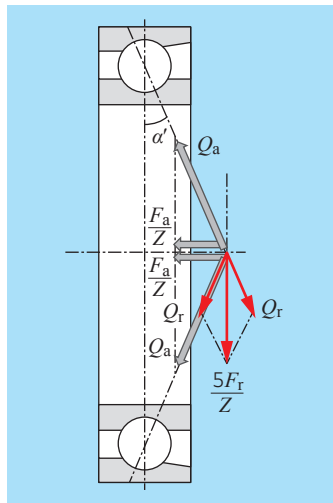


図 5.23 最大転動体荷重

同様に、上記の軸受にラジアル荷重 F_r のみが負荷された場合の最大転動体荷重は式 (3.19) より下式となる。

$$Q_{\max} = \frac{5F_r}{Z \cos \alpha} \dots\dots\dots (5.140)$$

複合荷重が負荷された時の最大転動体荷重と同じ最大転動体荷重になる純ラジアル荷重を求めれば、それが等価荷重 P_{0r} になるため、式 (5.139) と式 (5.140) より

$$\frac{5P_{0r}}{Z \cos \alpha} = \frac{2.5}{Z \cos \alpha'} F_r + \frac{1}{Z \sin \alpha'} F_a$$

$$\therefore P_{0r} = \frac{\cos \alpha}{2 \cos \alpha'} F_r + \frac{\cos \alpha}{5 \sin \alpha'} F_a \dots\dots\dots (5.141)$$

ここで、動等価荷重と同様に平行度の影響を考慮して、 Y_0 係数の補正を行う。

$$\text{減少係数: } \eta_0 = 1 - 0.2 \sin \alpha$$

従って、式 (5.141) は

$$P_{0r} = \frac{\cos \alpha}{2 \cos \alpha'} F_r + \frac{\cos \alpha}{5 \sin \alpha' (1 - 0.2 \sin \alpha)} F_a \dots\dots\dots (5.142)$$

式 (5.133) と式 (5.142) を比較することによって X_0 係数、 Y_0 係数が求まる。

$$X_0 = \frac{\cos \alpha}{2 \cos \alpha'} \dots\dots\dots (5.143)$$

$$Y_0 = \frac{\cos \alpha}{5 \sin \alpha' (1 - 0.2 \sin \alpha)} \dots\dots\dots (5.144)$$

複列の場合の詳細説明は省略するが、深溝玉軸受ではそれぞれの列が同じ挙動をするため X_0 係数、 Y_0 係数は同じになり、アンギュラ玉軸受では 2 倍になる。

1) 深溝玉軸受

深溝玉軸受ではアキシャル荷重が負荷されると、接触角が変化する。ISO では *Palmgren* の論文を基に、アキシャル荷重として C_{0r} が負荷された時 ($F_a = C_{0r}$) の接触角で X_0 係数、 Y_0 係数を求めると規定している。その場合、初期接触角 $\alpha = 5^\circ$ がアキシャル荷重負荷後に接触角 $\alpha' = 26.6^\circ$ となり、式 (5.143)、式 (5.144) より X_0 係数、 Y_0 係数は表 5.22 の数値である。

$$X_0 = \frac{\cos 5^\circ}{2 \cos 26.6^\circ} = 0.5571 \approx 0.6$$

$$Y_0 = \frac{\cos 5^\circ}{5 \sin 26.6^\circ (1 - 0.2 \sin 5^\circ)} = 0.4529 \approx 0.5$$

複列の場合も、1 列当りの荷重条件は同じのため、 X_0 係数、 Y_0 係数も同じである。

2) アンギュラ玉軸受

アンギュラ玉軸受ではアキシャル荷重として $C_{0r}/2$ が負荷された時 ($F_a = C_{0r}/2$) の接触角により X_0 係数, Y_0 係数を求める。式 (5.136), 式 (5.137) より算出した α' , X_0 係数, Y_0 係数を表 5.26 に示す。

複列の場合は 1 列当たりの荷重が 1/2 (転動体荷重も 1/2) となるため, X_0 係数, Y_0 係数は 2 倍になる。

表 5.26 単列アンギュラ玉軸受の接触角と係数

初期接触角: α	変化後接触角: α'	X_0	Y_0
15°	26.1°	0.5	0.46
20°	28.5°		0.42
25°	31.6°		0.38
30°	35.1°		0.33
40°	43.0°		0.26
45°	47.3°		0.22

2. ラジアルころ軸受

ころ軸受はアキシャル荷重により接触角は変化しないため, α は一定である。

従って, 式 (5.141) は以下の式となる。

$$P_{0r} = 0.5F_r + 0.2c \cot \alpha F_a \dots\dots\dots (5.145)$$

ここで, ISO は玉軸受同様, 平行度の影響を考慮するため, Y_0 を 10% 増加させると規定している。従って, ころ軸受の X_0 係数, Y_0 係数は式 (5.142) より求められ, 表 5.24 の数値および数式となる。

$$X_0 = 0.5$$

$$Y_0 = 0.22c \cot \alpha$$

複列の場合は玉軸受同様, 2 倍の数値になる。

5.5 潤滑と寿命: EHL 理論

転がり軸受は潤滑剤により軌道輪と転動体の間に油膜を生成させ, 金属接触を防いでいるが, 油膜の生成状態によっては軸受寿命に影響を与える。従って, 油膜の生成状態, 特に油膜厚さを求めることは, 軸受寿命を考える上で非常に重要である。すべり軸受でよく使用されている流体潤滑理論を転がり軸受に適用しても十分な油膜が生成されない結果となり, 使用実態と一致しないが, 弾性流体潤滑理論 (EHL 理論) を用いることによりよく説明できるようになった。潤滑剤に関して, 流体潤滑理論では等粘度流体として扱っているため面粗さよりはるかに小さい油膜しか生成されないが, EHL 理論では圧力により粘度が大きく変化する高粘度流体として扱うためほぼ妥当な油膜を得ることができる。

5.5.1 油膜厚さの計算

EHL 理論による線接触および点接触での油膜厚さの計算式を紹介する。参考のため一般的流体潤滑理論についても紹介する。

1) 流体潤滑理論

非圧縮性等粘度ニュートン流体により潤滑され, レイノルズ方程式より求めた油膜厚さの計算式は下式である。すべり軸受では転がり軸受に比べて負荷面積が大きく, 面圧が低いため流体潤滑理論が問題なく適用される。図 5.24 に流体潤滑の模式図, 図 5.25 に等価円筒, 相加速度の説明図を示す。

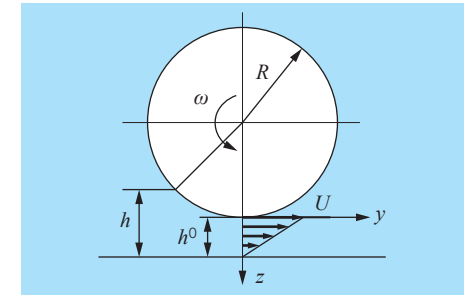


図 5.24 流体潤滑模式図

$$h^0 = 0.66 \frac{(\eta_0 U)^{2/3} R^{1/3}}{p^{2/3}} \dots\dots\dots (5.146)$$

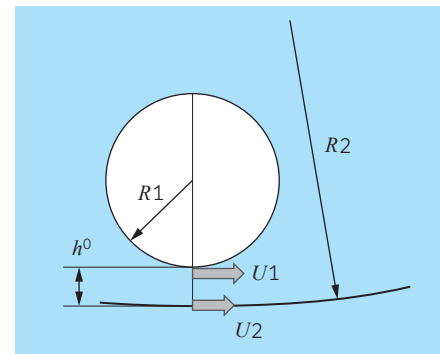


図 5.25 等価円筒, 相加速度

- η_0 : 絶対粘度
 $\eta_0 = \nu \rho \times 10^{-9}$ (N · s/mm²)
- U : 速度の和 (mm/s)
 $U = U_1 + U_2$
 U_1 : 円筒 1 の速度
 U_2 : 円筒 2 の速度
- R : 等価円筒半径 (mm)
 $R = (R_1^{-1} \pm R_2^{-1})^{-1}$
上段: 内輪, 下段: 外輪
- p : 面圧 (MPa)
- h^0 : 最小油膜厚さ (mm)
- ω : 回転速度 (rad/s)
- h : 油膜厚さ (mm)
- ν : 動粘度 (mm²/s)
- ρ : 密度 (kg/mm³ × 10⁻⁶)

2) 弾性流体潤滑理論 (EHL 理論)

転がり軸受は軌道輪と転動体の接触面積が小さいため、非常に大きい応力を受ける (Hertz 応力)。流体は高圧を受けると粘度が変化することは以前からわかっていたが、この高圧による粘度変化と接触面での弾性変形を盛り込んだものが弾性流体潤滑理論である。

図 5.26 に Dowson-Higginson の提唱した弾性流体潤滑の模式図を示す。接触面の圧力分布は全体的には Hertz の接触理論による半円形状に近似している。左側の入口ではくさび形状の流体膜による圧力上昇、右側の出口では圧カスパイクと呼ばれるピークが認められる。流体膜の膜厚はほぼ一様であるが、出口付近では圧カスパイクに対応した位置でくびれがみられる。この部分で膜厚が最小になっている。

油膜厚さの計算式は多くの研究者により発表されているが、主な計算式について表 5.27 に示す。また、これらの式の内、実用的に書き改められたものについて以降に示す。

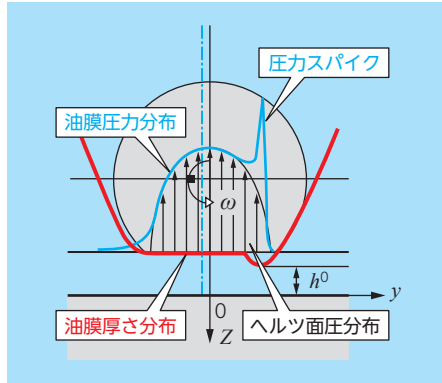


図 5.26 弾性流体潤滑模式図

表 5.27 各種油膜厚さ計算式

	著者	計算式	対象
線接触	Martin	$\frac{h^0}{R} = 4.9 \frac{\bar{U}}{\bar{W}}$	等粘度剛体
	Grubin	$\frac{h^0}{R} = 1.95 \frac{(G\bar{U})^{0.727}}{\bar{W}^{0.091}}$	高圧粘度弾性体
	Dowson-Higginson	$\frac{h^0}{R} = 1.6 \frac{G^{0.6} \bar{U}^{0.7}}{\bar{W}^{0.13}}$	↑
	Dowson-Higginson 修正	$\frac{h^0}{R} = 2.65 \frac{G^{0.54} \bar{U}^{0.7}}{\bar{W}^{0.13}}$	↑
	H.S.Cheng	$\frac{h^0}{R} = 1.625 \left(\frac{\eta_0 \bar{U}}{R} \right)^{0.74} \left(\frac{P_{\max}}{E} \right)^{-0.22}$	↑
点接触	Dowson	$\frac{h^0}{R} = 2.8 \frac{\bar{U}^2}{\bar{W}}$	等粘度剛体
	Archard-Cowking	$\frac{h^0}{R} = 2.04 \phi^{0.74} \frac{(G\bar{U})^{0.74}}{\bar{W}^{0.074}}$	高圧粘度弾性体
	Hamrock-Dowson	$\frac{h^0}{R} = 3.63 \frac{G^{0.49} \bar{U}^{0.68} (1 - e^{-0.68K})}{\bar{W}^{0.073}}$	↑

- h^0 : 最小油膜厚さ
- R : 等価半径
- G : 材料パラメータ
- \bar{U} : 速度パラメータ
- \bar{W} : 荷重パラメータ
- K : $K = a/b$
- a : 接触だ円長軸半径
- b : 接触だ円短軸半径

《線接触：Ertel-Grubin 式》

$$h^0 = 0.228 \left\{ \frac{D_{we}}{2} (1 \mp \gamma) \right\}^{1.091} \left(\eta_0 \alpha n \cos \theta \frac{1 \pm \gamma}{\gamma} \right)^{0.727} \left(\frac{E' L_{we}}{Q_{max}} \right)^{0.091}$$

$$= K \times A \times B \times C \times D$$

K : 材料係数 $K = 0.228 E'^{0.091}$: 等価縦弾性係数
 $E' = 228.5$ (GPa)

A : 形式係数 $A = \left\{ \frac{D_{we}}{2} (1 \mp \gamma) \right\}^{1.091} \left(\cos \theta \frac{1 \pm \gamma}{\gamma} \right)^{0.727} L^{0.091}$

θ : 接触角 D_{we} : ころ平均径 (mm)

$$\gamma = \frac{D_{we} \cos \theta}{D_{pw}} \quad D_{pw} : \text{ころピッチ径 (mm)}$$

L_{we} : ころ有効長さ (mm)

B : 粘度係数 $B = (\eta_0 \times \alpha)^{0.727}$ 図 5.27 参照
 η_0 : 絶対粘度 ($N \cdot s/mm^2$), α : 圧力粘度指数

C : 速度係数 $C = n^{0.727}$ n : 回転速度 (min^{-1})

D : 荷重係数 $D = \frac{1}{Q_{max}^{0.091}}$ Q_{max} : 最大転動体荷重 (kN)

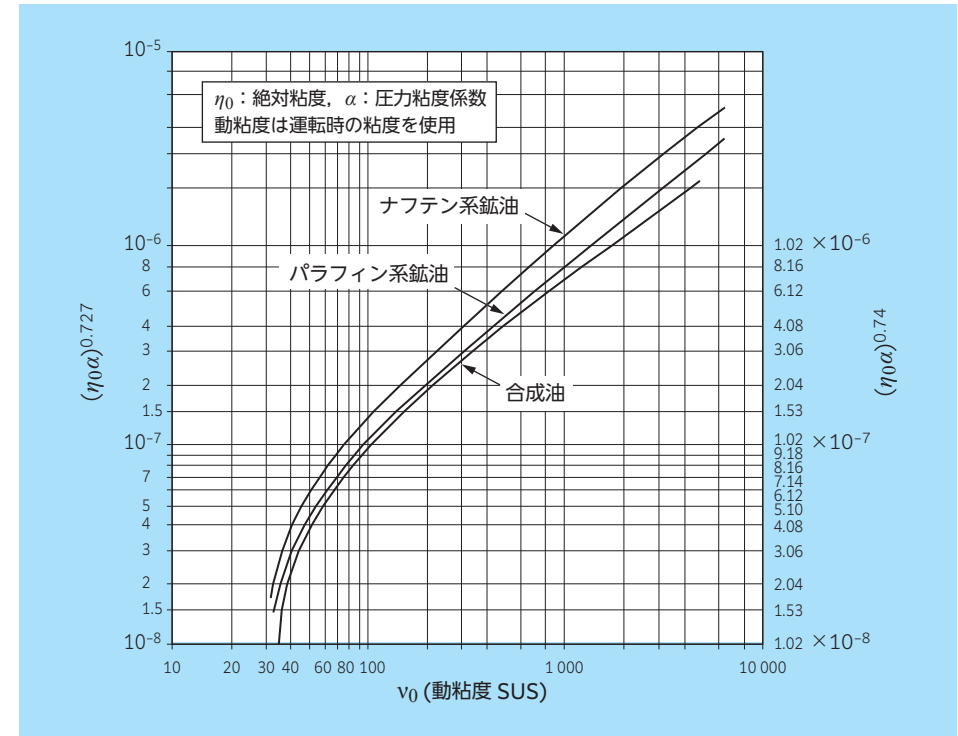


図 5.27 動粘度と粘度係数

《点接触：Archard-Cowking 式》

$$h^0 = 0.230\phi^{0.74} \left\{ \frac{D_w}{2} (1 \mp \gamma) \right\}^{1.148} \left(\eta_0 \alpha n \cos\theta \frac{1 \pm \gamma}{\gamma} \right)^{0.74} \left(\frac{E'}{Q_{\max}} \right)^{0.074}$$

$$= K \times A \times B \times C \times D$$

K : 材料係数 $K = 0.230E'^{0.074}$ $E' = 228.5$ (GPa)

A : 形式係数 $A = \phi^{0.74} \left\{ \frac{D_w}{2} (1 \mp \gamma) \right\}^{1.148} \left(\cos\theta \frac{1 \pm \gamma}{\gamma} \right)^{0.74}$

ϕ : 漏れ係数 (だ円率) θ : 接触角

D_w : 玉径 (mm) $\gamma = \frac{D_w \cos\theta}{D_{pw}}$

B : 粘度係数 $B = (\eta_0 \times \alpha)^{0.74}$ 図 5.27 参照

C : 速度係数 $C = n^{0.74}$ n : 回転速度 (min⁻¹)

D : 荷重係数 $D = \frac{1}{Q_{\max}^{0.074}}$ Q_{\max} : 最大転動体荷重 (kN)

Q_{\max} の概算値

ラジアル荷重の場合 $Q_{\max} = 5 \frac{F_r}{Z}$

アキシャル荷重の場合 $Q_{\max} = \frac{F_a}{Z \sin\theta}$

軸受形式ごとの形式係数を表 5.28, 表 5.29 に示す。一般的に内輪側の油膜が薄くなるため、内輪での数値を示す。

油膜厚さについては、実際には油の圧力粘度係数を特定できない、また、油膜厚さを明確に計測できる方法がない等の問題点があるため、これらの計算式で得られた数値の絶対値で判断するのではなく、相対的な数値として判断するべきである。また、使用した計算式は明確にしておくことが重要である。

表 5.28 ころ軸受の形式係数 A (内輪)

内径番号	系列符号 (上段：円すいころ, 下段：円筒ころ)					
	302 NU2E	303 NU3E	320 —	322 NU22E	323 NU23E	330 —
04	13.3	18.6	—	13.8	15.5	—
05	14.7	21.9	13.2	15.5	18.8	13.4
06	18.2	25.2	15.9	18.6	22.2	16.2
07	21.7	28.4	18.2	22.2	25.6	18.5
08	24.4	32.4	20.4	25.2	28.8	20.6
09	26.4	36.5	22.8	27.0	33.1	22.9
10	28.4	40.4	24.3	28.8	37.2	24.4
11	32.2	44.5	27.9	32.6	41.2	28.2
12	35.4	48.8	29.2	36.2	45.3	29.5
13	39.7	52.9	30.8	40.7	49.6	31.0
14	41.4	57.1	34.5	42.5	53.7	35.4
15	43.5	61.8	36.0	44.5	58.2	35.8
16	47.4	65.5	40.8	48.6	62.7	41.6
17	51.2	69.9	42.2	52.5	66.5	43.3
18	55.2	73.7	46.1	56.7	70.8	48.1
19	59.1	79.8	47.7	60.9	75.8	49.4
20	63.3	18.6	49.1	65.1	82.3	50.7
22	72.0	89.2	58.2	73.9	91.1	58.8
24	78.0	98.9	61.2	79.9	102.4	61.9
26	84.6	107.9	70.2	86.9	111.9	71.7
28	91.3	116.2	73.3	96.4	121.3	74.9
30	99.8	126.5	79.4	104.7	128.5	81.7

軸受形式の相違による誤差は 5 % 以下であるため円すいころ軸受の値を代表値とした

表 5.29 玉軸受の形式係数 A (内輪)

内径番号	系列符号 (上段：深溝玉軸受, 下段：アンギュラ玉軸受)				
	68 78	69 79	60 70	62 72	63 73
00	4.20	4.95	5.95	6.82	8.19
01	4.69	5.50	6.82	7.51	8.74
02	5.39	6.59	7.74	8.71	10.6
03	5.83	7.39	8.80	10.2	11.7
04	7.73	9.17	10.8	12.4	13.3
05	8.93	10.5	12.2	13.9	16.5
06	10.1	11.8	14.7	17.0	19.8
07	11.2	14.1	16.8	20.0	22.3
08	12.2	16.3	18.4	22.6	25.6
09	13.3	17.8	20.7	24.7	29.9
10	15.2	18.9	22.1	26.3	33.5
11	17.6	21.3	25.5	29.7	36.2
12	19.9	22.6	27.0	33.7	40.1
13	21.2	23.8	28.4	36.2	43.2
14	22.3	27.5	32.0	38.4	46.9
15	23.4	28.8	33.4	40.4	50.5
16	24.4	30.2	37.1	43.7	54.2
17	28.5	33.9	38.6	47.0	57.9
18	29.7	35.2	42.3	51.0	61.6
19	30.8	36.5	43.8	54.6	65.3
20	31.9	40.4	45.3	58.4	70.8
22	36.0	43.1	52.9	65.9	80.9
24	39.6	48.4	56.0	71.6	86.6
26	45.1	53.8	63.0	77.3	94.5
28	47.5	56.6	66.1	82.8	102.4
30	53.2	63.9	71.7	88.2	108.8

接触角の相違による誤差は 5 % 以下であるため深溝玉軸受の値を代表値とした

5.5.2 油膜パラメータと寿命

転がり軸受の接触面における潤滑状態は回転によって形成される潤滑油膜の厚さと接触面の表面粗さとの比によって判定することができる。この油膜厚さと表面粗さの比を油膜パラメータ (Λ) といい、この値が大きいかほど良い潤滑状態で使用されていることとなる。油膜パラメータは下式により求める。

$$\Lambda = \frac{h^0}{\sqrt{R_1^2 + R_2^2}}$$

h^0 : 油膜厚さ

R_1, R_2 : 表面粗さ (rms)

表面粗さは実効値 (rms) で表す

平均粗さ (R_a) からの換算 $R_{rms} = 1.1R_a$

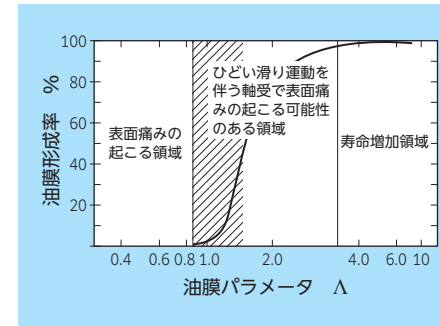


図 5.28 油膜パラメータと油膜形成率

Harris によって求められた油膜パラメータと油膜形成率の関係を図 5.28 示す。

Λ が 4 以上では油膜形成率がほぼ 100 % となるため十分に油膜が形成され、軸受寿命も計算寿命 (定格寿命: L_{10}) 以上が期待できる。 $\Lambda = 0.9 \sim 1.5$ の範囲 (斜線部) では油膜形成率が 50 % 以下となり表面損傷により定格寿命を満足できない場合がある。

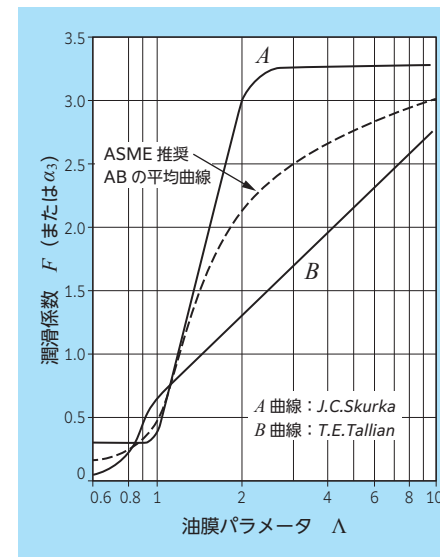


図 5.29 油膜パラメータと潤滑係数

図 5.29 は Tallian と Skurka によって提案されたものに ASME によって平均値が追加された線図である。油膜パラメータから潤滑係数 (ISO の α_3 に相当) を求めることができるが、前項で述べたように油膜計算自体が前提付きの値であるため使用条件や使用実績を考慮の上慎重に適用すべきである。また、ISO では潤滑の影響を考慮した修正定格寿命も提案されているが、適用はまだ一部の機種にとどまっているため、油膜の影響は基本的には相対的に評価し、数値評価は参考とするべきであると思われる。

5.5.3 高速回転時の油膜補正

転がり軸受が高速回転で使用される場合、転がり接触の入り口部分における油はせん断により局部的に温度が上昇して油の粘度が低下する。その結果、油膜厚さが低下するため、油膜パラメータの補正が必要になる。図 5.30 に回転速度と減少係数の線図を示す。

横軸は $d_m n$ 値（転動体ピッチ径×回転速度 = $D_{pw} \times n$ ）、縦軸は減少係数 ϕ_T である。

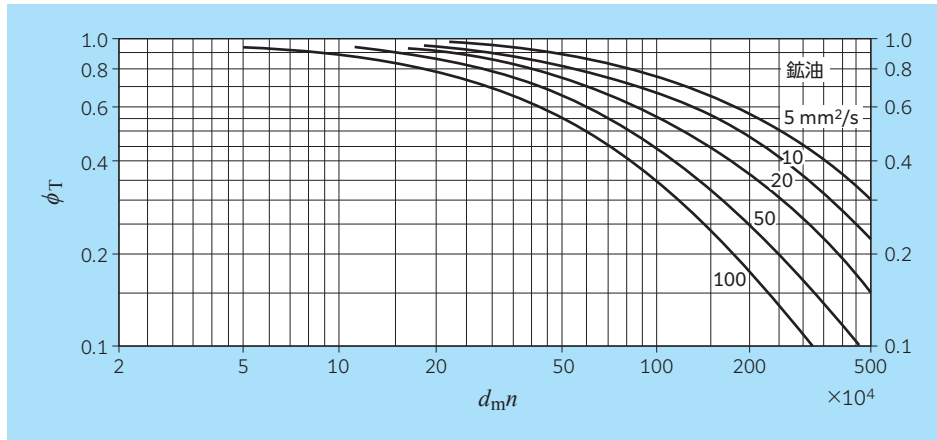


図 5.30 回転速度と減少係数

補正後の油膜厚さ： $\Lambda' = \phi_T \Lambda$
 ϕ_T ：減少係数
 Λ ：補正前の油膜厚さ

5.5.4 潤滑油不足の場合での油膜補正

油膜厚さを求める計算式は接触領域に潤滑剤が十分に供給されている潤滑方法を前提としている。オイルミスト潤滑、エアオイル潤滑およびグリース潤滑のような場合には潤滑不足による油膜厚さの減少を考慮する必要がある。文献によれば、通常の油膜厚さに対して 0.46 ~ 0.71 の減少係数を乗ずればよい。これらの減少係数を求める式として Wolveridge の式や Hamrock-Dowson の式が提案されているが、いずれの式も図 5.31 に示すような、接触中心から油膜湾曲部までの距離 (x_0 または x_B) が必要となる。ただし、この距離を求めるための最終式は開発されておらず実験で求めなければならないため実用的でない。

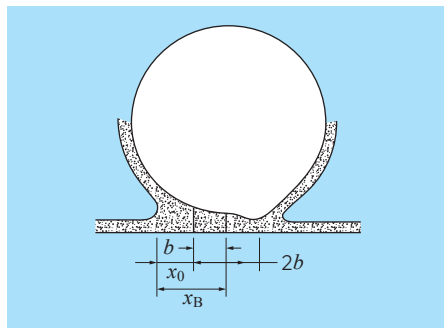


図 5.31 油膜生成状態

ここでは、潤滑剤の不足とそれに伴う冷却効果の減少の効果を組み合わせて減少係数を算出した Goksem の式を紹介する。

$$h^{0'} = \phi \times h^0$$

$h^{0'}$ ：修正油膜厚さ ϕ ：発熱と潤滑不足による減少係数

$$\phi = \phi_T \left[1 - \frac{1}{(4.6 + 1.15L^{0.6})(0.6345/\phi_T)^{(0.52/(1+0.001L)})} \right]$$

発熱による係数： $\phi_T = \frac{1}{1 + 0.0766G^{0.687} Q_L^{0.447} L^{0.527} e^{0.875S}}$

粘度係数： $G = \alpha E'$

α ：圧力粘度係数 (mm²/N)
 $\alpha = \{0.6 + 0.965 \log(v\rho)\} \times 10^{-2}$
 v ：動粘度 ρ ：比重 (0.88)
 E' ：等価縦弾性係数

荷重係数： $Q_L = \frac{Q_{max}}{L_{we} E' R_y}$ $R_y = \frac{D_{we}}{2} (1 - \gamma)$ $\gamma = \frac{D_{we} \cos\theta}{D_{pw}}$

Q_{max} ：最大転動体荷重 (kN)
 L_{we} ：ころ有効長さ (mm) D_{we} ：ころ平均径 (mm)

速度係数： $S = \frac{2(u_1 - u_2)}{(u_1 + u_2)}$ $u_1 = \frac{D_{pw}}{2} (1 - \gamma)(\omega_i - \omega_c)$ $u_2 = \frac{D_{we}}{2} \omega_r$

u_1 ：内輪相対速度 (mm/s) u_2 ：転動体速度 (mm/s)
 ω_i ：内輪角速度 (rad/s) ω_c ：公転角速度 (rad/s)
 ω_r ：ころ自転角速度 (rad/s) D_{pw} ：転動体ピッチ径 (mm)
 純転がりの場合は $u_1 = u_2$ となるため $S = 0$

熱係数： $L = \frac{\beta \eta_1}{T_1^2} \times \frac{(u_1 + u_2)^2}{4k_b}$ $\beta = \frac{T_2 T_1}{T_2 - T_1} \ln\left(\frac{v_1}{v_2}\right)$

絶対粘度： $\eta_1 = v_1 \rho$
 熱伝導率： $k_b = 0.1385$ (W/mK) ρ ：潤滑油の密度 (g/cm³)
 v_1 ：運転時の動粘度 (mm²/s) v_2 ：規格温度 (98.9℃) の動粘度 (mm²/s)
 T_1 ：運転温度 (K) T_2 ：規格温度 (98.9℃ = 372.1 K)

【計算例】

(5-6) 油膜厚さ：円筒ころ軸受

円筒ころ軸受 N209E が以下の条件で運転されているとき、内輪での油膜厚さと油膜パラメータを求める。遠心力の影響は無視し、最大転動体荷重は概算値を使用する。線接触：Grubin 式を用いて計算する。

ラジアル荷重 $F_r = 4\,450\text{ N}$ 、回転速度 $n = 6\,000\text{ min}^{-1}$

潤滑油：ナフテン系鉱油 動粘度 $\nu = 100\text{ SUS}$

転動体個数： $Z = 15$

表面粗さ：内輪 $R_i = 0.15\text{ }\mu\text{m}$ 、ころ $R_r = 0.15\text{ }\mu\text{m}$

$$h^0 = 0.228 \left\{ \frac{D_{we}}{2} (1 \mp \gamma) \right\}^{1.091} \left(\eta_0 \alpha n \cos \theta \frac{1 \pm \gamma}{\gamma} \right)^{0.727} \left(\frac{E' L}{Q_{\max}} \right)^{0.091}$$

$$= K \times A \times B \times C \times D$$

材料係数： $K = 0.228 \times 228.5^{0.091} = 0.3738$

形式係数： $A = 26.4$ 表 5.28 より

粘度係数： $B = 1.4 \times 10^{-7}$ 図 5.27 より

速度係数： $C = 6\,000^{0.727} = 558$

荷重係数： $D = \frac{1}{1.365^{0.091}} = 0.9721$

$$Q_{\max} = \frac{4.6 \times 4.45}{15} = 1.365 \text{ (kN)}$$

$$h^0 = 0.3738 \times 26.4 \times 1.4 \times 10^{-7} \times 558 \times 0.9721 = 0.00075 \text{ (mm)}$$

$$\Lambda = \frac{0.75}{\sqrt{(1.1 \times 0.15)^2 + (1.1 \times 0.15)^2}} = 3.2$$

(5-7) 油膜厚さ：アンギュラ玉軸受

アンギュラ玉軸受 7020C が以下の条件で運転されているとき、内輪での油膜厚さと油膜パラメータを求める。遠心力の影響は無視し、最大転動体荷重は概算値を使用する。点接触：Archard-Cowking 式を用いて計算する。

アキシャル荷重 $F_a = 7\,000\text{ N}$ 、回転速度 $n = 8\,000\text{ min}^{-1}$

潤滑油：ナフテン系鉱油 動粘度 $\nu = 10\text{ mm}^2/\text{s}$

転動体個数： $Z = 22$

表面粗さ：内輪 $R_i = 0.12\text{ }\mu\text{m}$ 、玉 $R_r = 0.12\text{ }\mu\text{m}$

$$h^0 = 0.230 \phi^{0.74} \left\{ \frac{D_w}{2} (1 \mp \gamma) \right\}^{1.148} \left(\eta_0 \alpha n \cos \theta \frac{1 \pm \gamma}{\gamma} \right)^{0.74} \left(\frac{E'}{Q_{\max}} \right)^{0.074}$$

$$= K \times A \times B \times C \times D$$

材料係数： $K = 0.230 \times 228.5^{0.074} = 0.344$

形式係数： $A = 45.3$ 表 5.29 より

粘度係数： $B = 7.5 \times 10^{-8}$ 図 5.27 参照

動粘度の換算 $10\text{ mm}^2/\text{sec} = 60\text{ SUS}$ (NTN 転がり軸受 総合カタログ 付表より)

速度係数： $C = 8\,000^{0.74} = 773$

荷重係数： $D = 0.985$

アキシャル荷重の場合 $Q_{\max} = \frac{7}{22 \times \sin 15^\circ} = 1.23 \text{ (kN)}$

$$h^0 = 0.344 \times 45.3 \times 7.5 \times 10^{-8} \times 773 \times 0.985 = 0.00089 \text{ (mm)}$$

$$\Lambda = \frac{0.89}{\sqrt{(1.1 \times 0.12)^2 + (1.1 \times 0.12)^2}} = 4.8$$

(5-8) 高速時の油膜

例題 (5-6) の円筒ころ軸受 N209E において、回転速度が $10\,000\text{ min}^{-1}$ となった場合の油膜厚さを求める。この時、温度上昇により動粘度は 80 SUS まで低下していたものとする。また、せん断による温度影響を考慮して油膜厚さを補正する。

N209E： $d = 45\text{ mm}$ 、 $D = 85\text{ mm}$

速度係数と粘度係数が変わるだけのため

$B = 1.1 \times 10^{-7}$ 図 5.27 参照

$C = 809$

$$h^0 = 0.3738 \times 26.4 \times 1.1 \times 10^{-7} \times 809 \times 0.9721 = 0.00085 \text{ (mm)}$$

$$\Lambda = \frac{0.85}{\sqrt{(1.1 \times 0.15)^2 + (1.1 \times 0.15)^2}} = 3.6$$

本条件での $d_m n$ は

$$d_m n = \frac{45 + 85}{2} \times 10\,000 = 65 \times 10^4$$

粘度の換算 (比重 0.88 とする)

$$80\text{ SUS} = 15.8\text{ mm}^2/\text{s} = 15.8 \times 0.88\text{ cP} \doteq 13.9\text{ cP}$$

図 5.30 より、減少係数： $\phi_T = 0.75$

油膜および油膜パラメータを補正すると

$$h^{0'} = 0.75 \times 0.85 = 0.64\text{ }\mu\text{m}$$

$$\Lambda' = 0.75 \times 3.6 = 2.7$$

(5-9) 潤滑不足の油膜

例題 (5-8) の円筒ころ軸受 N209E において、潤滑不足が発生するグリース潤滑としたときの油膜厚さを求める。この時、運転時の温度は 60℃ となり、基油の動粘度は 15.8 mm²/s であったとする。使用した潤滑剤は 98.9℃ で 7.5 mm²/s の粘度を持つナフテン系鉱油とする。

動粘度 15.8 mm²/s は換算すると 80 SUS となるため、例題 (5-8) より
 油膜厚さ： $h^0 = 0.00085$ (mm)
 油膜パラメータ： $\Lambda = 3.6$

グリース潤滑のため、潤滑不足による補正をする。

粘度係数： $G = \alpha E'$

α ：圧力粘度係数 (mm²/N)

$$\alpha = \{0.6 + 0.965 \times \log(15.8 \times 0.88)\} \times 10^{-2} = 0.01703$$

ν ：動粘度 (mm²/s) ρ ：比重 (0.88)

E' ：等価縦弾性係数 $E' = 228\,500$ (N/mm²)

$$G = 0.01703 \times 228\,500 = 3\,891$$

$$\text{荷重係数：} Q_L = \frac{Q_{\max}}{L_{we} E' R_y}$$

ころ平均径 $D_{we} = 11$ mm, ころ有効長さ $L_{we} = 9$ mm

転動体ピッチ径 $D_{pw} = 65.5$ mm とする

$$R_y = \frac{11}{2} \times \left(1 - \frac{11}{65.5}\right) = 4.576 \text{ (mm)}$$

$$Q_{\max} = \frac{4.6 F_r}{Z} = \frac{4.6 \times 4\,450}{15} = 1\,365 \text{ (N)}$$

$$Q_L = \frac{1\,365}{9 \times 228\,500 \times 4.576} = 0.145 \times 10^{-3}$$

速度係数： S

$$\omega_i = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi \times 2 \times 10\,000}{60} = 1\,047 \text{ (rad/s)}$$

$$\omega_c = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{11}{65.5}\right) \times 1\,047 = 435.6 \text{ (rad/s)}$$

$$\omega_r = \frac{1}{2} \left(\frac{65.5}{11} - \frac{11}{65.5}\right) \times 1\,047 = 3\,029 \text{ (rad/s)}$$

$$u_1 = \frac{65.5}{2} \left(1 - \frac{11}{65.5}\right) \times (1\,047 - 435.6) = 16\,660 \text{ mm/s} = 16.66 \text{ (m/s)}$$

$$u_2 = \frac{11 \times 3\,029}{2} = 16\,660 \text{ mm/s} = 16.66 \text{ (m/s)}$$

純転がりの場合は $u_1 = u_2$ となるため $S = 0$

$$\text{熱係数：} L = \frac{2\,372 \times 0.0139}{333^2} \times \frac{(2 \times 16.66)^2}{4 \times 0.1385} = 0.5959$$

$$\eta_1 = 15.8 \times 0.88 \times 10^{-3} = 0.0139 \text{ (Nsec/m}^2\text{)}$$

$$\beta = \frac{372.1 \times 333.2}{372.1 - 333.2} \ln\left(\frac{15.8}{7.5}\right) = 2\,375 \text{ (K)}$$

熱伝導率： $k_b = 0.1385$ W/mK ρ ：潤滑油の密度 0.88 g/cm³

ν_1 ：運転時の動粘度 15.8 mm²/s

ν_2 ：規格温度 (98.9℃) の動粘度 7.5 mm²/s

T_1 ：運転温度 333.2 K T_2 ：規格温度 (98.9℃ = 372.1 K)

$$\phi_T = \frac{1}{1 + 0.0766 \times 3\,891^{0.687} \times 0.000145^{0.447} \times 0.5959^{0.527} \times 1} = 0.753$$

$$\phi = 0.753 \times \left[1 - \frac{1}{(4.6 + 1.15 \times 0.5959^{0.6}) (0.6345/0.753)^{(0.52/(1 + 0.001 \times 0.5959))}}\right] = 0.59$$

グリース潤滑のため油膜厚さおよび油膜パラメータは 59% 低下して下記になる。

$$h^{0'} = 0.59 \times 0.85 = 0.50 \text{ } \mu\text{m}$$

$$\Lambda' = 0.59 \times 3.6 = 2.1$$

5.6 ワイブル分布と軸受寿命

転がり軸受の疲労寿命は非常にばらつきが大きいので統計的に処理する必要があるが、統計学のいろいろな分布の中で、ワイブル分布が転がり軸受の寿命実験結果とよく一致する。Palmgren が適用して以来、転がり軸受の寿命分布には一般的にワイブル分布が用いられている。ワイブル分布の累積分布関数は下式で示される。

$$F(L) = 1 - e^{-\alpha L^\beta} \dots\dots\dots (5.147)$$

- $F(L)$: 累積破損確率
全体の個数に対する破損した累積個数の割合
- L : 寿命
- α : 材料の強さを表す定数
- β : 材料強さのばらつきを表す定数 (ワイブルスロープ)

5.6.1 寿命線図 (ワイブル線図)

1) ワイブル確率紙

ワイブル分布を利用することによって、具体的な寿命データから L_{10} (定格寿命) や L_{50} (平均寿命) を求めることができる。
式 (5.147) を整理し、逆数の対数を取ると下式になる。

$$\ln \left[\frac{1}{1 - F(L)} \right] = \alpha L^\beta$$

自然対数と常用対数には次式の関係があるため上式は以下のようになる。

$$\ln G = k \log G \quad k = 2.303$$

$$\log \left[\frac{1}{1 - F(L)} \right] = \alpha_1 L^\beta \dots\dots\dots (5.148)$$

$$\alpha_1 = \frac{\alpha}{k}$$

式 (5.148) の対数を取ると下式になる。

$$\log \log \left[\frac{1}{1 - F(L)} \right] = \beta \log L + \log \alpha_1 \dots\dots\dots (5.149)$$

式 (5.149) を以下におくと、

$$Y = \log \log \left[\frac{1}{1 - F(L)} \right]$$

$$X = \log L$$

$$A = \log \alpha_1$$

$Y = \beta X - A$ は 1 次方程式となり、縦軸に Y 、横軸に X としたチャートを作ればこの線図は直線となる。この時のチャートをワイブル確率紙と呼び、定まった様式の用紙が用意されている (図 5.32)。この線図の傾き β をワイブルスロープと呼ぶ。

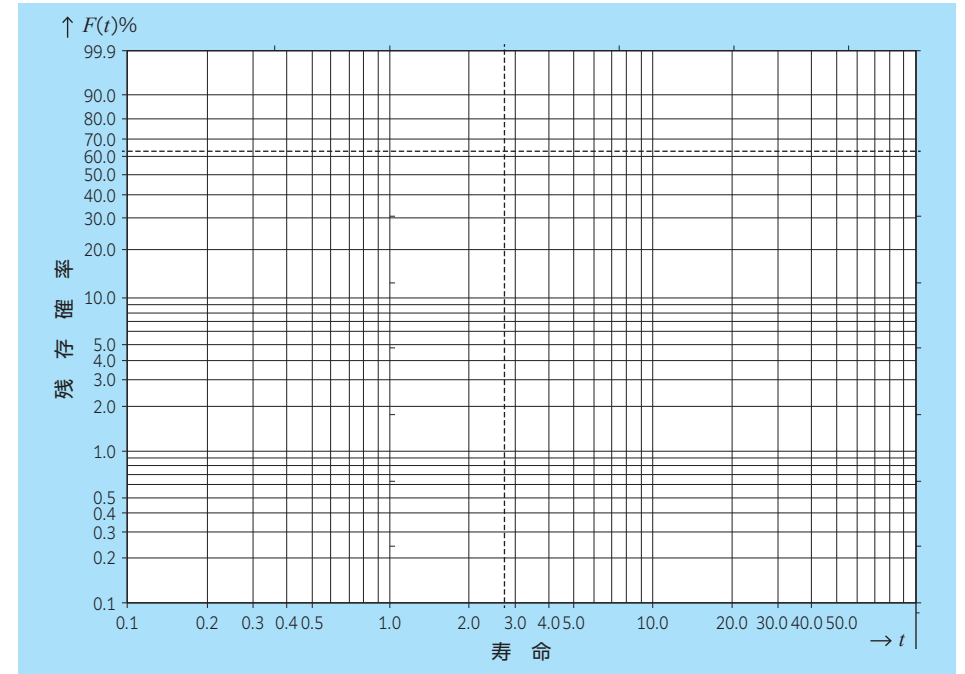


図 5.32 ワイブル確率紙

2) 寿命線図 (ワイブル線図) の作成

寿命線図はワイブル確率紙に寿命データを打点して作成するが、寿命データを打点するには表 5.30 のメディアンランクを使用する。メディアンランクとは累積破損確率の中央値を表す数値であり、この表の横軸はデータの大きさ (個数)、縦軸は破損順位である。

今、表 5.31 に示す 8 個の寿命データが得られたとして、このデータよりワイブル線図を作成する。

- (1) 寿命データを表 5.32 のように短い順に並べ替え、メディアンランク表より $n = 8$ の数値を当てはめる。
- (2) 表 5.32 の数値をワイブル確率紙に打点する。
(縦軸はメディアンランク、横軸は寿命)
- (3) 作成された点より直線 (回帰直線) を作成し、 L_{10} (定格寿命)、 L_{50} (平均寿命) 等の特性値を読み取る。(図 5.33)

表 5.30 メディアンランク

サンプルサイズ = n

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	.5000	.2929	.2063	.1591	.1294	.1091	.0943	.0830	.0741	.0670	.0611	.0561	.0519	.0483	.0452	.0424	.0400	.0378	.0358	.0341
2		.7071	.5000	.3864	.3147	.2655	.2295	.2021	.1806	.1632	.1489	.1368	.1266	.1178	.1101	.1034	.0975	.0922	.0874	.0831
3			.7937	.6136	.5000	.4218	.3648	.3213	.2871	.2594	.2366	.2175	.2013	.1873	.1751	.1644	.1550	.1465	.1390	.1322
4				.8409	.6853	.5782	.5000	.4404	.3935	.3557	.3244	.2982	.2760	.2568	.2401	.2254	.2125	.2009	.1905	.1812
5					.8706	.7345	.6352	.5596	.5000	.4519	.4122	.3789	.3506	.3263	.3051	.2865	.2700	.2553	.2421	.2302
6					.8909	.7705	.6787	.6065	.5481	.5000	.4596	.4253	.3958	.3700	.3475	.3275	.3097	.2937	.2793	
7						.9057	.7979	.7129	.6443	.5878	.5404	.5000	.4653	.4350	.4085	.3850	.3641	.3453	.3283	
8							.9170	.8194	.7406	.6756	.6211	.5747	.5347	.5000	.4695	.4425	.4184	.3968	.3774	
9								.9259	.8368	.7634	.7018	.6494	.6042	.5650	.5305	.5000	.4728	.4484	.4264	
10									.9330	.8511	.7825	.7240	.6737	.6300	.5915	.5575	.5272	.5000	.4755	
11										.9389	.8632	.7987	.7432	.6949	.6525	.6150	.5816	.5516	.5254	
12											.9439	.8734	.8127	.7599	.7135	.6725	.6359	.6032	.5736	
13												.9481	.8822	.8249	.7746	.7300	.6903	.6547	.6226	
14													.9517	.8899	.8356	.7875	.7447	.7063	.6717	
15														.9548	.8966	.8450	.7991	.7579	.7207	
16															.9576	.9025	.8535	.8095	.7698	
17																.9600	.9078	.8610	.8188	
18																	.9622	.9126	.8678	
19																		.9642	.9169	
20																			.9659	

表 5.31 寿命データ

軸受	寿命(h)
I	327
II	586
III	265
IV	184
V	500
VI	389
VII	683
VIII	408

表 5.32 メディアンランク当てはめ

順位	寿命(h)	メディアンランク
①	184	0.0830
②	265	0.2021
③	327	0.3213
④	389	0.4404
⑤	408	0.5596
⑥	500	0.6787
⑦	586	0.7979
⑧	683	0.9170

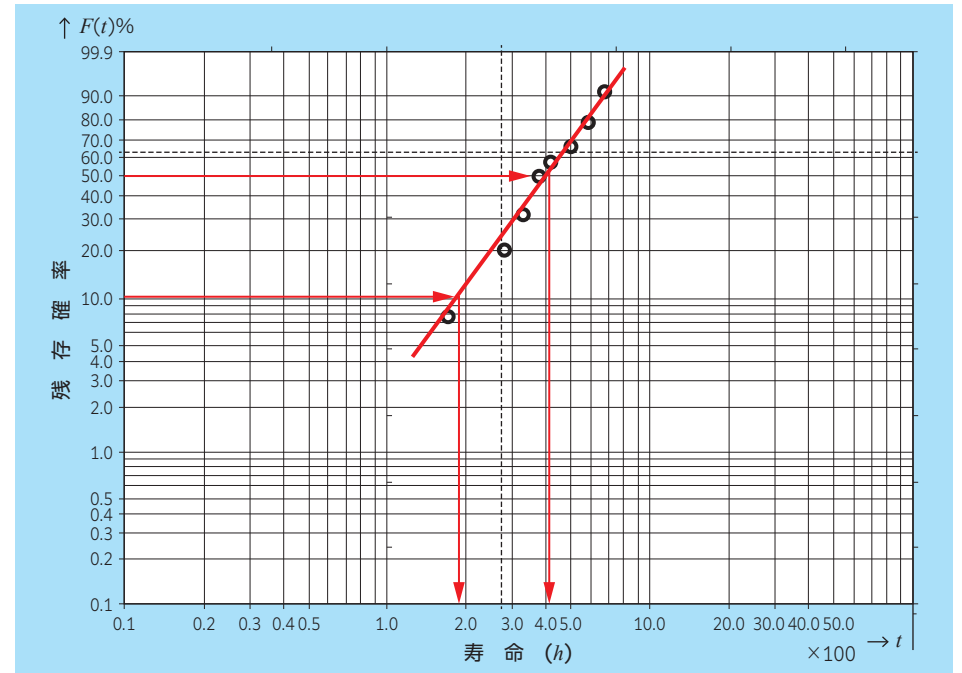


図 5.33 寿命線図 (例)

5.6.2 メディアンランクと信頼幅

1) メディアンランク

メディアンランクとは前項で、「累積破損確率の中央値を表す数値」と説明したが、ここではもう少し詳しく説明する。

≪100個の寿命データがあったとする≫

寿命データ：DATA1～DATA100

(1) 100個のデータから10個のデータを抜き出し、寿命の短いものから順番に並べる。これを10回繰り返す。

表 5.33 10個の抜き取りと順位

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
No1	1-①	1-②	1-③	1-④	1-⑤	1-⑥	1-⑦	1-⑧	1-⑨	1-⑩
No2	2-①	2-②	2-③	2-④	2-⑤	2-⑥	2-⑦	2-⑧	2-⑨	2-⑩
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
No10	10-①	10-②	10-③	10-④	10-⑤	10-⑥	10-⑦	10-⑧	10-⑨	10-⑩

- (2) 順位ごとの 10 個を 1 つの集団とし、順位集団ごとに、横軸に順位、縦軸に個数の分布図 (図 5.34) を作る。
- (3) 個数の影響を除くため、横軸を全体が 1 となる「順位率」に変換する。
各順位集団の分布中央値 → メディアンランク
各順位集団の分布関数 → 各順位での確率密度関数
- (4) 確率密度関数およびメディアンランクは下式で表される。
確率密度関数：

$$g_{n \cdot j}(\lambda) = n C_j [j \lambda^{j-1} (1-\lambda)^{n-j}] \dots \dots \dots (5.150)$$

n : データ数 j : 順位数

メディアンランク：

本来、確率密度関数で囲まれた面積 (累積分布関数： $G_{n \cdot j}(\lambda)$) が 0.5 となる λ がメディアンランク (λ_m) であるが、計算が煩雑になるため近似式が提案されている。この近似式でも誤差は小さいため実用上問題ない。表 5.30 は本式で作成されたものである。

$$G_{n \cdot j}(\lambda_m) = \int_0^{\lambda_m} g_{n \cdot j}(\lambda) d\lambda = 0.5 \rightarrow \lambda_m$$

近似式

$$\lambda_m = 1 - 2^{-1/n} + \frac{j-1}{n-1} \{ 2^{(1-1/n)} - 1 \} \dots \dots \dots (5.151)$$

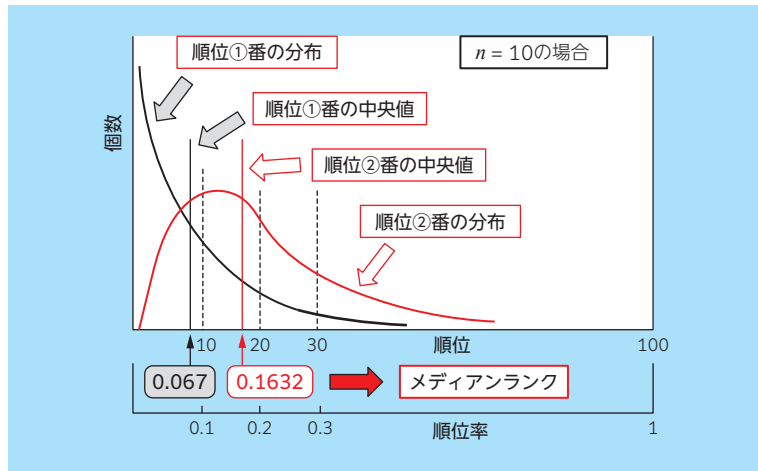


図 5.34 確率密度関数とメディアンランク

2) 信頼幅

信頼幅はそれぞれの順位の累積密度関数より求める。

図 5.35 に示すように順位②での累積密度関数が 5% と 95% の時の順位率 (λ_5, λ_{95}) を求めれば 90% 信頼幅を求めることができる。

$$G_{n \cdot j}(\lambda_5) = 0.05 \quad G_{n \cdot j}(\lambda_{95}) = 0.95$$

図 5.36 は寿命線図に信頼幅を書き込んだものである。

信頼幅を求めるためには非常に煩雑な繰返し計算が必要であるが、市販の統計解析ツールを用いれば簡単に寿命線図や信頼幅曲線を作成することができる。

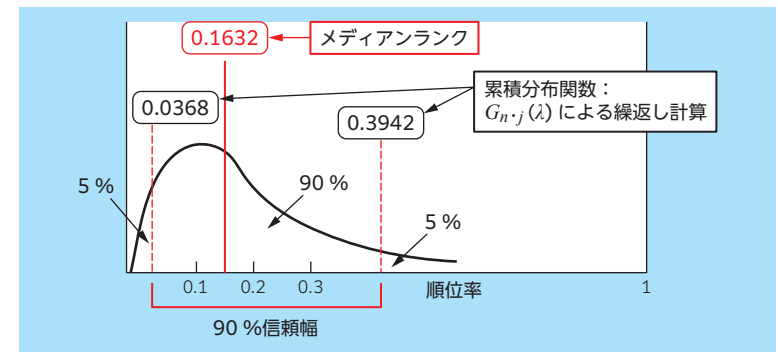


図 5.35 $n = 10$, 順位②番の信頼幅

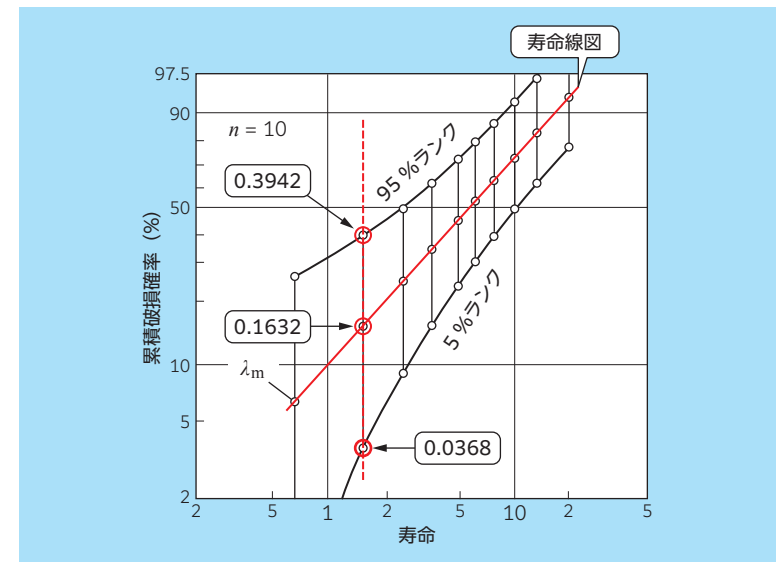


図 5.36 寿命線図の信頼幅

5.6.3 途中打ち切りデータの取扱い

寿命データの中に途中打ち切りデータがある時には、データの順位数を補正する必要がある。順位数を補正する増分を求める補正式は以下である。

$$\text{順位数の増分} = \frac{n + 1 - (\text{前の順位})}{1 + (\text{打ち切りデータより後ろに来る数})} \dots\dots\dots (5.152)$$

n : 全体個数

補正は破損データ（寿命データ）のみ行い、打ち切りデータは対象としない。ただし、打ち切りデータは全体の個数には含める。

表 5.34 のデータの一部が打ち切りデータであるとして、補正例を表 5.35 に示す。

《補正の方法》

- (1) 破損データの順位数を補正する
: 式 (5.152)
- (2) 補正順位数から補正メディアンランクを求める。
: 式 (5.151)
- (3) 補正値をワイブル確率紙に打点し、寿命線図を作成する。
: 図 5.37

この時、有効データ数 n は打ち切りデータを含む $n = 8$ とし、打ち切りデータの 2 個は打点から除外する。

表 5.34 全点寿命による破損

順位	寿命 (h)	メディアンランク
①	184	0.0830
②	265	0.2021
③	327	0.3213
④	389	0.4404
⑤	408	0.5596
⑥	500	0.6787
⑦	586	0.7979
⑧	683	0.9170

表 5.35 途中打ち切りデータを含む場合

順位	寿命 (h)	状態	補正計算	補正後の順位数	補正後メディアンランク
①	184	破損		1	0.083
②	265	破損		2	0.2021
③	327	打ち切り			
④	389	破損	$2.000+(8+1-2)/(1+5)$	3.167	0.3411
⑤	408	破損	$3.167+(8+1-2)/(1+5)$	4.334	0.4802
⑥	500	破損	$4.334+(8+1-2)/(1+5)$	5.501	0.6192
⑦	586	打ち切り			
⑧	683	破損	$5.501+(8+5.501)/(1+1)$	7.251	0.8277

- ④の補正：打ち切りデータには順位が付かないため
前の順位 = 2 後ろの数 = 5
- ⑤、⑥の補正：増分はそのまま加算
- ⑧：前の順位 = 5.501 後ろの数 = 1

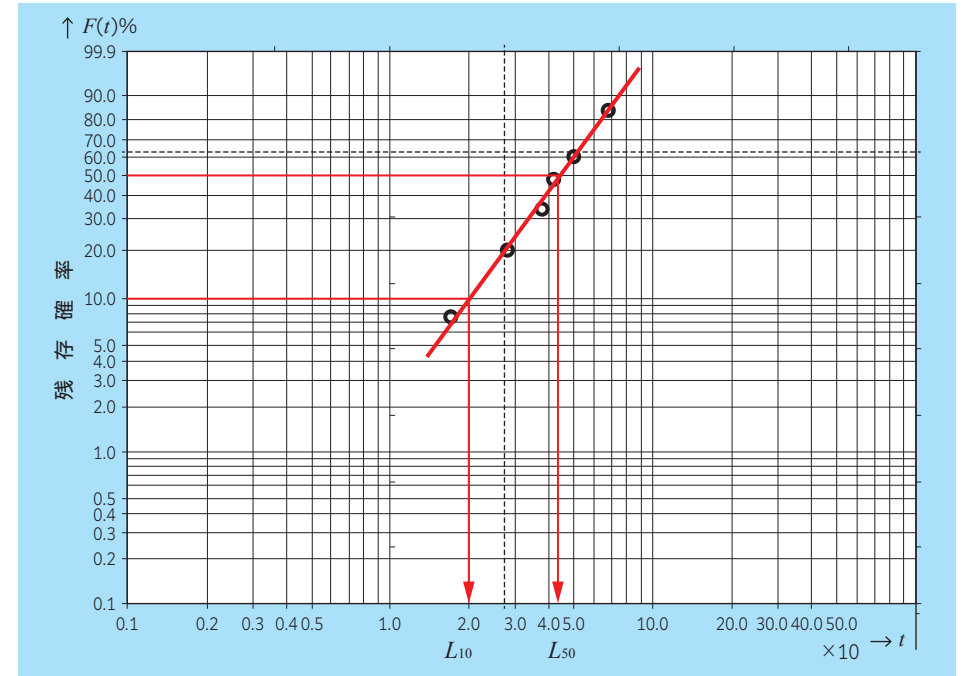


図 5.37 寿命線図 (途中打ち切り)

6. 軸受の内部滑りと摩擦トルク

転がり軸受は滑り軸受に比べて摩擦トルクは非常に小さいが、接触点が面積を持たない点や線でない限りは摩擦トルクが発生する。接触点が面積を持つと、転がり運動を行う際に、その部分で滑りが発生し、摩擦トルクが発生する。接触部以外にも、保持器と転動体やころ軸受のつば部等で滑りが発生し、これが摩擦トルクとなる。

6.1 軸受各部の滑り

軸受内部で摩擦トルクが発生する主な滑りについて説明する。

- ・差動滑り
- ・スピン滑り
- ・ジャイロ滑り
- ・つば滑り

6.1.1 差動滑り

転がり軸受に荷重が作用すると接触点は弾性変形により一定の面積を持つ（玉軸受の場合、接触だ円という）。曲率を持った軸受では、軌道輪の溝を転動体（玉）が転がる時、接触だ円内のすべての点で転がることはできない。そのため接触面積内で滑りを発生することになるが、この時の滑りを差動すべりという。図 6.1 は転動体が軌道面の溝を転がる時の状態を表している。玉の自転軸から接触面までの半径を $r_1 \sim r_4$ ($r_1 < r_2 < r_3 < r_4$)、内輪中心線からの内輪半径を $R_1 \sim R_4$ ($R_1 > R_2 > R_3 > R_4$) とする。玉が一定の速度で内輪上を転がるためには、夫々の接点で周速が等しくなる必要があるが、半径が異なるためすべての点で等しくならない。仮に r_2 と R_2 で純転がり運動（周速が等しい）を行うとすれば、 r_1 、 R_1 の接点では $R_1 > R_2$ 、 $r_1 < r_2$ となるため内輪側の周速が早くなりこの部分は進行方向に滑り（正の滑り）を発生させる。また、 r_3 と R_3 、 r_4 と R_4 では内輪側の周速が遅くなり、この点では進行方向とは逆方向の滑り（負の滑り）を発生させる。これら正負の滑りの境界では純転がり運動を行い、その位置を純転がり線またはノンスリップラインという。純ラジアル荷重負荷の場合、接触だ円および応力は左右対称のため 2 箇所の純転がり線が発生する。

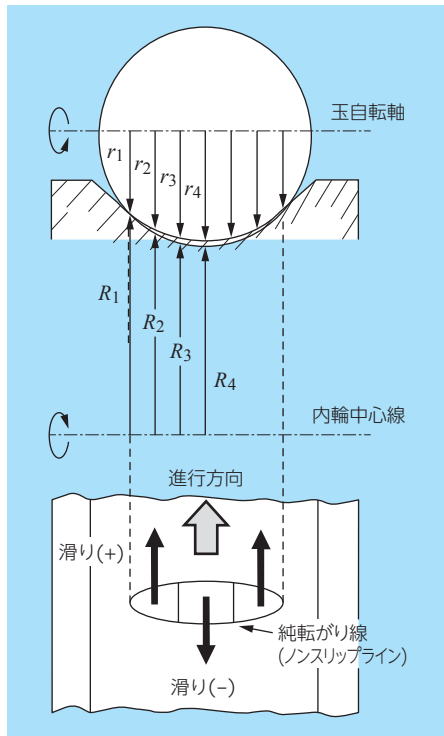


図 6.1 差動滑り

接触だ円内の接触応力 σ は

$$\sigma = \frac{3Q}{2\pi ab} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2} \dots\dots (6.1)$$

- Q : 転動体荷重
- a : 接触だ円長軸半径
- b : 接触だ円短軸半径

接触だ円内に図 6.2 のように微小部分 ds を想定する $ds = dx dy$

摩擦係数 μ が面圧や滑り速度に依存せず、一定と仮定した場合、微小部分 ds にかかる微小摩擦力 dF は

$$dF = \frac{3\mu Q}{2\pi ab} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2} ds \dots\dots\dots (6.2)$$

μ : 摩擦係数

滑り方向を考慮した全体の滑り摩擦力 F は

$$F = \frac{6\mu Q}{\pi ab} \left\{ \int_0^{ca} \int_{-b'}^{+b'} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2} dy dx - \int_{ca}^0 \int_{-b'}^{+b'} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2} dy dx \right\} \dots (6.3)$$

ここで、 $b' = b \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}$

c : 接触だ円中心線よりノンスリップラインまでの長軸半径 (a) に対する比率

式 (6.3) を積分すると

$$F = \mu Q (3c - c^3 - 1) \dots\dots\dots (6.4)$$

前方向の滑りと後方向の滑り摩擦力が釣り合う時、 $F = 0$ となるため

$c = 0.3473$ となる

従って、接触だ円の中央部から 35% の位置にノンスリップラインが発生する。図 6.3 に玉軸受の差動滑りメカニズムを示す。

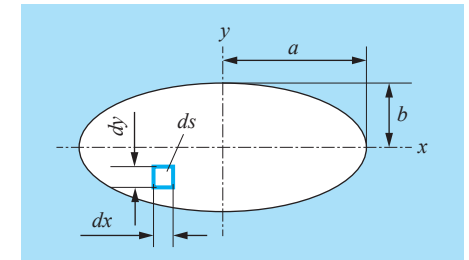


図 6.2 接触だ円

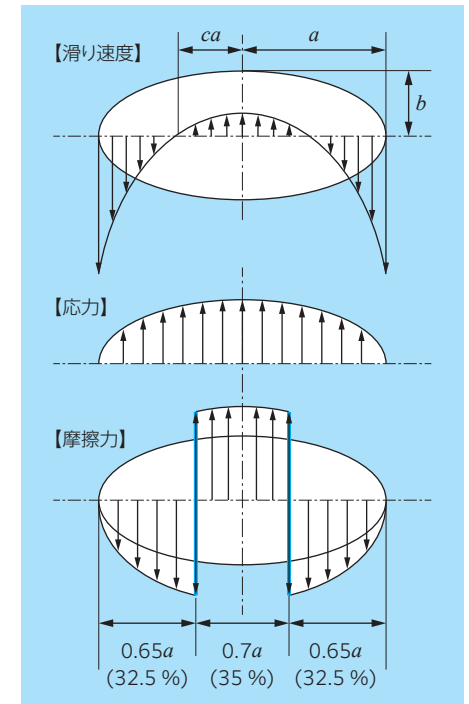


図 6.3 玉軸受の差動滑りメカニズム

6.1.2 スピン滑り

アンギュラ玉軸受のような接触角を持つ玉軸受では回転中の玉が、内輪軌道面および外輪軌道面により回転させられるスピンという現象がある(図 6.4)。この時、玉は接触点で自転しており、接触角を持つ玉軸受においては構造上避けられない現象である。このスピンにより内輪または外輪の接触点で滑り(スピン滑り)が発生する。

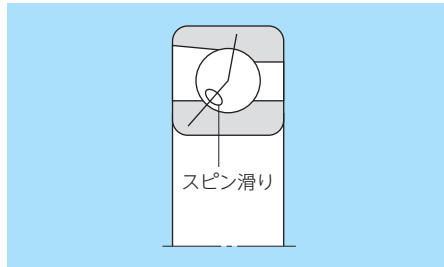


図 6.4 スピン滑り

1) スピン滑り

スピンは内輪接点と外輪接点では逆方向の回転が発生し、そのため、どちらか一方で滑るといわれている*。内輪あるいは外輪のどちらで滑るかはそれぞれの接触点に発生するトルク(スピントルク)の大小によって決まり、スピントルクの大きい軌道輪が「コントロールしている」と定義している。

*スピンの配分はエネルギー損失が最小となるように決まり、内輪コントロールから外輪コントロールに遷移する速度域では両輪に混在することもある。

《内輪コントロール》

内輪スピントルクが大きく、反対側の外輪接点でスピン滑りが発生する。
低速域で発生する。

《外輪コントロール》

外輪スピントルクが大きく、反対側の内輪接点でスピン滑りが発生する。
高速域で発生する。

図 6.5 に内輪コントロールの場合のスピン滑りの模式図を示す。内輪が回転すると内外輪と玉は A 点、B 点を接点として回転する。内輪コントロールの場合、玉は A 点での接線と中心軸との交点 O と玉の中心 C を結んだ軸を中心に自転し、玉と内輪は A 点で純転がり状態となる。

外輪での接触状態を考えると、

①接触だ円の中心部に比べて玉大径部では玉の周速は速くなるのに対し外輪半径は小さいため周速は遅くなる。

②玉小径部ではこれの逆になり、図の玉と外輪の周速図はこの状態を表している。

③玉と外輪の周速の差から接触だ円中心でスピンを発生する。

その結果、図 6.5 に示すようにスピン滑りを発生する。

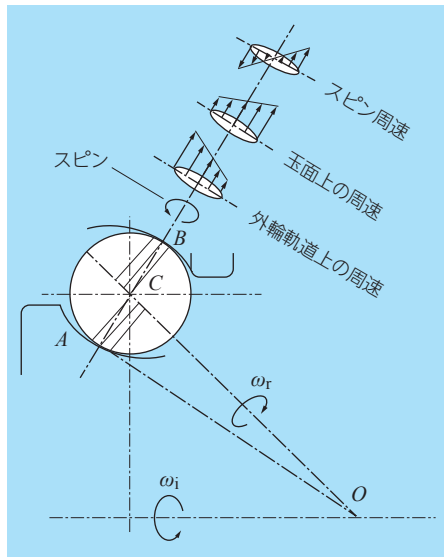


図 6.5 スピン滑り模式図(内輪コントロール)

転がり軸受は回転により転動体に遠心力が作用し、低速の場合には無視できるが、高速の場合にはこれを考慮する必要がある。玉軸受では、遠心力によって接触角が影響を受けるが、内輪接触角は大きく、外輪接触角は小さく変化する。遠心力により接触角が変化する状態を図 6.6 に示す。

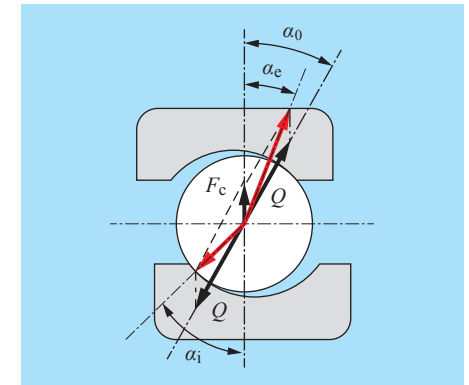


図 6.6 遠心力と接触角

- Q : 転動体荷重 (N)
- F_c : 遠心力 (N)
- α₀ : 初期接触角 (°)
- α_i : 内輪接触角 (°)
- α_e : 外輪接触角 (°)

2) スピン速度

玉軸受が高速で使用された時の玉に作用する角速度を図 6.7 に示す。図中の矢印は角速度ベクトルで、矢印の向きに右回転が正である。

- α : 転動体自転角度 (°)
- α_i : 内輪接触角 (°)
- α_e : 外輪接触角 (°)
- ω_i : 内輪角速度 (rad/s)
- ω_e : 外輪角速度 (rad/s)
- ω_{si} : 内輪側スピン角速度 (rad/s)
- ω_{se} : 外輪側スピン角速度 (rad/s)
- ω_{Ri} : 内輪側転がり角速度 (rad/s)
- ω_{Re} : 外輪側転がり角速度 (rad/s)
- ω_B : 玉の自転角速度 (rad/s)

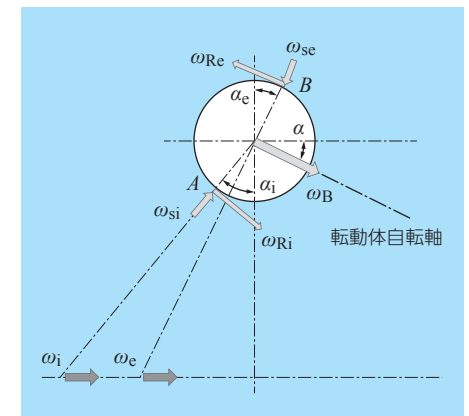


図 6.7 転動体の角速度

内輪接触角と外輪接触角が異なる場合の玉の自転角速度 ω_B および公転角速度 ω_c は下式となる。

$$\omega_B = \frac{D_{pw}}{D_w} (\omega_e - \omega_i) \frac{(1 + \gamma_e)(1 - \gamma_i)}{(1 + \gamma_e)\cos(\alpha_i - \alpha) + (1 - \gamma_i)\cos(\alpha_e - \alpha)} \dots\dots\dots (6.5)$$

$$\omega_c = \frac{\omega_i (1 - \gamma_e)\cos(\alpha_i - \alpha) + \omega_e (1 + \gamma_i)\cos(\alpha_e - \alpha)}{(1 - \gamma_e)\cos(\alpha_i - \alpha) + (1 + \gamma_i)\cos(\alpha_e - \alpha)} \dots\dots\dots (6.6)$$

ここで、D_w: 玉径 (mm) D_{pw}: 転動体ピッチ径 (mm)

$$\gamma_i = \frac{D_w \cos \alpha_i}{D_{pw}} \quad \gamma_e = \frac{D_w \cos \alpha_e}{D_{pw}}$$

玉と軌道輪の周速の差から、内輪側で発生するスピンの角速度 ω_{si} および外輪側でのスピン角速度 ω_{se} は下式が求まる。

$$\omega_{si} = (\omega_i - \omega_c)\sin\alpha_i - \omega_B \sin(\alpha_i - \alpha) \dots\dots\dots (6.7)$$

$$\omega_{se} = (\omega_c - \omega_e)\sin\alpha_e + \omega_B \sin(\alpha_e - \alpha) \dots\dots\dots (6.8)$$

スピンの発生するときは内輪か外輪のどちらかでコントロールされるが、内輪コントロールの場合 $\omega_{si} = 0$ となるため、式 (6.7) より

$$\alpha = \tan^{-1} \left\{ \frac{\sin\alpha_i \cos\alpha_i}{\cos^2\alpha_i - \gamma_i} \right\} \dots\dots\dots (6.9)$$

外輪コントロールの場合も同様に式 (6.8) より

$$\alpha = \tan^{-1} \left\{ \frac{\sin\alpha_e \cos\alpha_e}{\cos^2\alpha_e - \gamma_e} \right\} \dots\dots\dots (6.10)$$

コントロールがどちらになるかはスピントルクの大きさによって決まり、A.B.Jones は外輪コントロールを下式で判定している。

《外輪コントロール》

$$M_{se} \cos(\alpha_i - \alpha_e) > M_{si}$$

M_{si} : 内輪側スピントルク (N・mm)

M_{se} : 外輪側スピントルク (N・mm)

スピントルクは下式で求める。

$$M_s = \frac{3uaQE(k)}{8}$$

ここで、 $E(k)$: 第 2 種完全だ円積分

$$k = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

3) PV 値

接触角を持つ玉軸受ではスピン滑りの発生が構造上避けられないため、特に、高速での使用時に発熱や摩耗等の不具合を発生させる場合がある。そのため、一般的に玉と軌道面の接触部の Hertz 面圧 (P) とスピン速度 (V) を乗じた PV 値で使用可否の判定をすることが多い。図 6.8 は PV 値と接触だ円、スピン速度、面圧の関係を示したものである。

最大応力は x 軸上で発生するため、面圧式は下式となる。

$$P(x) = \frac{3Q}{2\pi ab} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \dots\dots (6.11)$$

スピン速度は式 (6.7)、式 (6.8) のスピン角速度から下式となる。

$$V(x) = x\omega_s \dots\dots\dots (6.12)$$

従って、PV 値は

$$PV(x) = \frac{3Q\omega_s}{2\pi ab} x \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \dots\dots (6.13)$$

PV 値の最大は $PV(x)' = 0$ の時であるため

$$PV(x)' = \frac{3Q\omega_s}{2\pi a^2 b} \frac{a^2 - 2x^2}{\sqrt{a^2 - x^2}} = 0$$

$$\therefore x = \frac{a}{\sqrt{2}} \dots\dots\dots (6.14)$$

PV 値は接触だ円の中心から $\frac{a}{\sqrt{2}}$ の位置で最大 (PV_{max}) となる。

式 (6.13) に式 (6.14) を代入して整理すると、最大 PV 値 (PV_{max}) は下式となる。

$$PV_{max} = \frac{3Q}{4\pi b} \omega_s \dots\dots\dots (6.15)$$

PV 値の計算は非常に煩雑なため、手計算では計算することができず、計算プログラムにて求める。また、高速軸受の経験から、PV 値が 4.2×10^6 MPa・mm/s 以上になると摩耗や発熱が大きくなるといわれている。

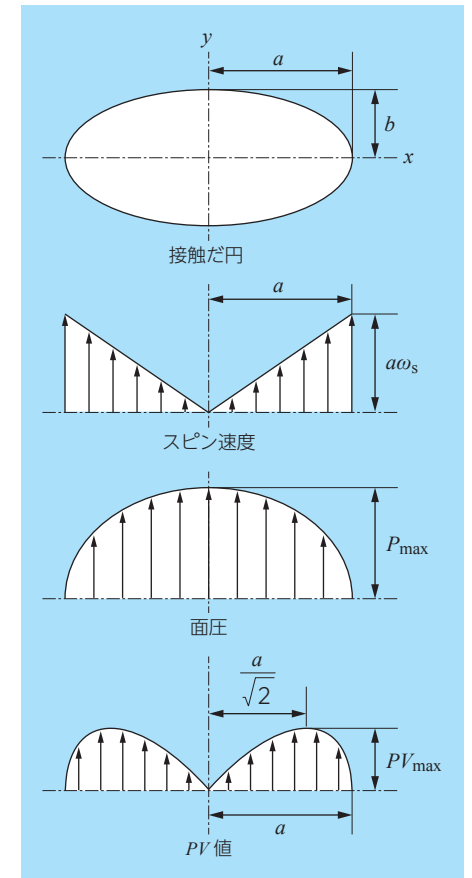


図 6.8 PV 値 (模式図)

6.1.3 ジャイロ滑り

玉軸受の玉は自転軸を中心に回転運動をしており、アンギュラ玉軸受のように接触角を持った軸受では、自転軸が傾いている。一般に、自転しながら公転している物体は、自転軸と公転軸を一致させようとする性質があり、図 6.9 のように AA' を自転軸として回転する玉には自転軸の方向を変え、滑りを生じさせる力が働く。この力をジャイロモーメントという。玉に作用するジャイロモーメントはピッチ円の接線と一致する回転軸を持っており、以下の式で求めることができる。

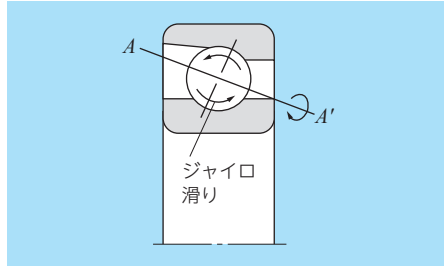


図 6.9 ジャイロ滑り

$$M_g = I_r \omega_R \omega_c \sin \alpha \dots\dots\dots (6.16)$$

- M_g : ジャイロモーメント (mN・mm)
- I_r : 玉の慣性モーメント (kg・mm²)
- ω_R : 玉の自転角速度 (rad/s)
- ω_c : 玉の公転角速度 (rad/s)
- α : 玉の自転角 (接触角) (°)

ここで、

$$\omega_R = \frac{2\pi}{60} n_R = \frac{\pi D_{pw}}{60 D_w} \left\{ 1 - \left(\frac{D_w \cos \alpha}{D_{pw}} \right)^2 \right\} n_i \dots\dots\dots (6.17)$$

$$\omega_c = \frac{2\pi}{60} n_c = \frac{\pi}{60} \left(1 - \frac{D_w \cos \alpha}{D_{pw}} \right) n_i \dots\dots\dots (6.18)$$

$$I_r = m \times \frac{D_w^2}{10} = \frac{\pi \rho D_w^5}{60} \dots\dots\dots (6.19)$$

- n_i : 内輪回転速度 (min⁻¹) n_R : 玉の自転速度 (min⁻¹)
- n_c : 玉の公転速度 (min⁻¹) m : 玉の質量
- D_w : 玉径 (mm) D_{pw} : 玉ピッチ径 (mm)
- ρ : 玉の密度 7.8×10^{-6} (kg/mm³)

式 (6.16) ~ 式 (6.19) より

$$M_g = \left(\frac{\pi}{60} \right)^3 \rho D_w^4 D_p \left(1 - \frac{D_w \cos \alpha}{D_{pw}} \right)^2 \left(1 + \frac{D_w \cos \alpha}{D_{pw}} \right) n_i^2 \sin \alpha \dots\dots\dots (6.20)$$

アキシャル荷重または予圧が負荷された時の接点位置での摩擦力 (μQ) によるモーメントは

$$M_s = \mu Q D_w = \frac{\mu F_a D_w}{Z \sin \alpha} \dots\dots\dots (6.21)$$

- M_s : 摩擦力によるモーメント (N・mm) μ : 摩擦係数
- Q : 転動体荷重 (N) F_a : アキシャル荷重 (N)

ここで、 $Q = \frac{F_a}{Z \sin \alpha}$

アキシャル荷重による摩擦力でジャイロ滑りを防止するためには $M_s \geq M_g$ となる必要があるため、その時のアキシャル荷重は下式となる。

$$F_a \geq 9.8 K n_i^2 \dots\dots\dots (6.22)$$

ここで、

$$K = \frac{1.15 \times 10^{-13}}{\mu} D_w^3 D_{pw} Z \sin^2 \alpha \left(1 - \frac{D_w \cos \alpha}{D_{pw}} \right)^2 \left(1 + \frac{D_w \cos \alpha}{D_{pw}} \right) \dots\dots\dots (6.23)$$

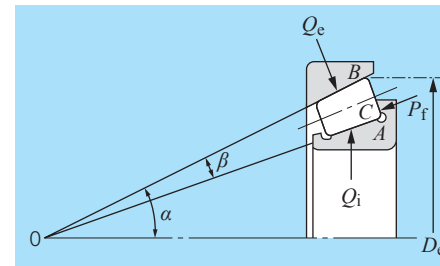
ジャイロモーメントは式 (6.16) で示されるように、玉の自転角とともに増加する。ラジアル玉軸受の純ラジアル荷重ではジャイロモーメントは発生せず、 $\alpha = 90^\circ$ のスラスト軸受で最大となり、接触角の影響が大きいが分かる。ただ、式 (6.22) には玉の遠心力による接触角や応力の変化が考慮されておらず、高速域での使用は望ましくない。高速域 (目安として $D_{pw} \cdot n_i \geq 70 \times 10^4$) で使用する場合には、これらの影響を考慮した計算が必要になる。

個別の軸受についての K 値または高速使用の場合は **NTN** にご照会ください。

6.1.4 つば滑り

1) 円すいころ軸受

通常の円すいころ軸受は、軸受の内輪に固定した案内つばがあるため、軸受到荷重が作用すると、軸受の軌道面だけでなくこのつばの部分でも荷重を受ける (図 6.10)。その結果、円すいころ軸受では回転によりつばとこころ端面は荷重を受けながら滑り運動を行うことになり、この部分で摩擦トルクが発生する。



- Q_i : 内輪転動体荷重
- Q_e : 外輪転動体荷重
- P_f : つば荷重
- α : 外輪半角 (接触角)
- β : こころ角度
- D_e : 外輪内径 (最大)

図 6.10 円すいころ軸受のつば荷重

使用される条件 (特に高荷重の条件) によっては、つばの滑りによって発熱や摩擦等が発生する可能性があるため、つば部でのこころの面圧 (P) と滑り速度 (V) を乗じた係数 PV 値で使用可否を判定するのが一般的である。

許容 PV 値は実験データや使用実績に基づいて決められているため、使用機械や使用個所により判断する必要がある。 PV 値が必要な場合には **NTN** にご照会ください。

2) 円筒ころ軸受

一般的な円筒ころ軸受（N形、NU形）は内輪または外輪のどちらか一方にしかつばを持たない。これらのつばはころを案内するために設けられたものであり、アキシャル荷重を負荷するものではないが、NUP形等の一部の形式では内輪と外輪の両方につばを設けることによって、アキシャル荷重を負荷させることができる。

この場合の許容アキシャル荷重（ $F_{a \max}$ ）は、以下の2通りの方法で定義している。実際に許容アキシャル荷重を求める場合は、式(1)および式(2)で求められる P_t および F_{ar} のうち、小さい方の値を採用する。

(1) つばの許容面圧を基準とする許容アキシャル荷重 P_t

ころ端面とつばの間の滑り面の発熱、焼付き、摩耗などによって限界を決めている許容アキシャル荷重である。中心アキシャル荷重を負荷する場合の、つばの許容面圧を基準とする許容アキシャル荷重 P_t は、従来からの経験および実験に基づき、近似的に式(1)によって求められる。

$$P_t = k_1 \cdot d^2 \cdot P_z \dots\dots\dots (6.24)$$

ここで、

P_t : つばの許容面圧を基準とする許容アキシャル荷重 (N)

k_1 : 軸受の内部設計により決まる係数 (表 6.1 参照)

d : 軸受内径 (mm)

P_z : つばの許容面圧 (MPa) (図 6.11 または下式参照)

① 常時アキシャル荷重の場合

$$D_{pw} \cdot n < 12 \times 10^4 : P_z = -3 \times 10^{-4} D_{pw} \cdot n + 60$$

$$D_{pw} \cdot n \geq 12 \times 10^4 : P_z = -5.6 \times 10^{-5} D_{pw} \cdot n + 31$$

② 間欠アキシャル荷重の場合

$$D_{pw} \cdot n < 12 \times 10^4 : P_z = -6 \times 10^{-4} D_{pw} \cdot n + 120$$

$$D_{pw} \cdot n \geq 12 \times 10^4 : P_z = -1.1 \times 10^{-4} D_{pw} \cdot n + 61$$

③ 瞬間アキシャル荷重の場合

$$D_{pw} \cdot n < 12 \times 10^4 : P_z = -9 \times 10^{-4} D_{pw} \cdot n + 180$$

$$D_{pw} \cdot n \geq 12 \times 10^4 : P_z = -1.7 \times 10^{-4} D_{pw} \cdot n + 92$$

D_{pw} : 転動体ピッチ径 (mm) n : 回転速度 (min^{-1})

(2) ラジアル荷重を基準とする許容アキシャル荷重 F_{ar}

ラジアル荷重に対するアキシャル荷重の比率が大きいと、ころの正常な転がり運動が得られなくなる。ラジアル荷重を基準とする許容アキシャル荷重 F_{ar} は、式(2)によって求められる。

$$F_{ar} = k_2 \cdot F_r \dots\dots\dots (6.25)$$

ここで、

F_{ar} : ラジアル荷重を基準とする許容アキシャル荷重 (N)

k_2 : 軸受の内部設計により決まる係数 (表 6.1 参照)

F_r : ラジアル荷重 (N)

《使用箇所上の留意事項》

- (1) アキシャル荷重を負荷させるときは、必ずラジアル荷重が負荷されていること。
- (2) 軸受寿命やころと軌道面の間の摩耗に影響する必要があるため必要以上のラジアル内部すきまを採らない。
- (3) 極圧添加剤入りの潤滑剤を用い、ころ端面と鏝面の間に潤滑剤が十分に行き渡る様にする。
- (4) 軸受の取り付け精度に留意し、十分に慣らし運転を行う。

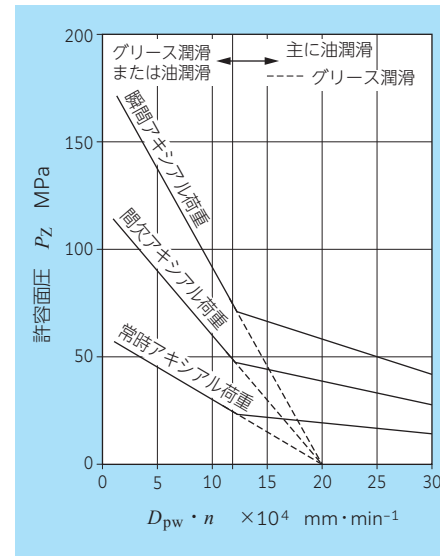


図 6.11 つば部許容面圧

許容アキシャル荷重が不足する場合には、高アキシャル荷重用円筒ころ軸受（HTタイプ）が用意されていますので、NTNにご照会ください。

表 6.1 係数 k_1 および k_2

軸受系列	k_1	k_2
NJ, NUP10	0.040	0.4
NJ, NUP, NF, NH2		
NJ, NUP, NH22		
NJ, NUP, NF, NH3	0.065	0.4
NJ, NUP, NH23		
NJ, NUP, NH2EA	0.050	0.4
NJ, NUP, NH22EA		
NJ, NUP, NH3EA	0.080	0.4
NJ, NUP, NH23EA		
NJ, NUP, NH4	0.100	0.4
SL01-48	0.022	0.2
SL01-49	0.034	0.2
SL04-50	0.044	0.2

【計算例】

(6-1) ジャイロ滑り

アンギュラ玉軸受 7008UC, 7018UC, 7208C, 7218C において、ジャイロ滑りを防止するための予圧量を求める。回転速度は $D_{pw} \cdot n = 100 \times 10^4$ までとし、予圧量は動定格荷重に対する比で線図を作成する。

≪計算諸元≫

軸受	動定格荷重 C_r (N)	係数 K 値
7008UC	23 700	9.914×10^{-8}
7018UC	82 000	1.741×10^{-6}
7208C	40 500	2.633×10^{-7}
7218C	136 000	4.249×10^{-6}

式 (6.22) を用いて線図を作成する。

$$F_a \geq 9.8Kn_i^2 \dots\dots\dots (6.22)$$

図 6.12 に計算結果の線図を示す。縦軸は動定格荷重に対する予圧比 (F_a/C_r)、横軸に $D_{pw} \cdot n$ 値を示す。

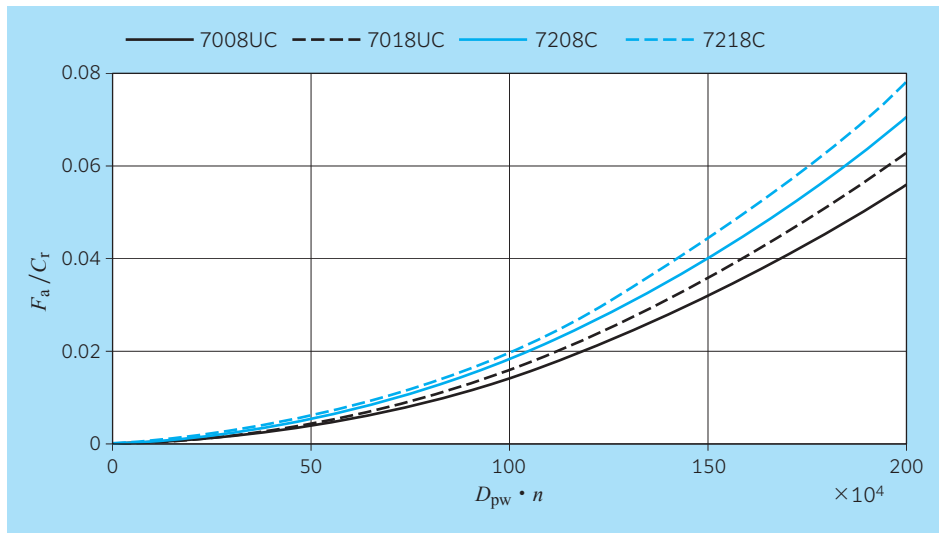


図 6.12 ジャイロ滑り防止の予圧量 (計算例)

6.2 摩擦トルク

転がり軸受の摩擦トルクはいろいろな部分で発生し、主な原因は軸受要素の接触点での滑りであるが、摩擦トルクの主なものとして以下の要因が考えられる。

- ① 転がり運動における弾性ヒステリシス損失
- ② 転動体と軌道面の転がり接触による摩擦トルク
- ③ ころ端面と内輪または外輪つば面での滑り
- ④ 接触部の変形による摩擦トルク
- ⑤ 保持器と転動体および軌道輪の滑り
- ⑥ 潤滑剤の粘性抵抗 (転がり粘性抵抗)

これらの合計が、軸受全体の摩擦トルクとなる。

なお、厳密な摩擦トルク計算理論は非常に複雑である。そのため、本章で示す摩擦トルクの計算理論では、計算を簡単にするためのモデル化を行っており、これが厳密計算や実測値との誤差要因となり得ることに注意されたい。

6.2.1 摩擦トルクの要因

上記の摩擦トルクの内、軌道面と転動体の接触による摩擦トルクについて考える。玉軸受の場合は転がり方向の滑り摩擦トルクとスピントルク、ころ軸受の場合はころとつばの間での滑り摩擦トルクとなる。

1) 差動滑りによる摩擦トルク：玉軸受

6.1 章で述べたが、玉軸受の場合は弾性変形により接触だ円全体で転がることができず、転がり方向の滑りにより摩擦トルクが発生する。

玉軸受の転がり接触状態を図 6.13 に示す。

接触だ円での応力は下式となる

$$\sigma = \frac{3Q}{2\pi ab} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2} \dots (6.1)$$

また、同様に微小面積 d_s に作用する摩擦力は下式となる。

$$dF = \frac{3\mu Q}{2\pi ab} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2} ds \dots\dots\dots (6.2)$$

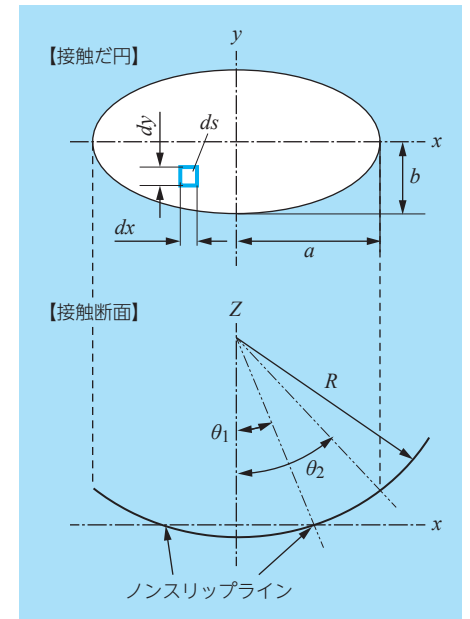


図 6.13 転がり接触状態図

接触部の断面図で弾性変形後の玉の半径を R 、接触だ円中心軸からノンスリップラインまでの角度を θ_1 、接触だ円長軸半径までの角度を θ_2 とする。任意の角度 θ での玉の自転軸から接触点までの距離（半径）は $R\cos\theta$ となるため、転動体中心周りで微小面積 ds の摩擦トルクは $R\cos\theta dF$ となる。従って、転動体全体での摩擦モーメントは下式となる。

$$m_R = 2R \left(\int_0^{\theta_1} \cos\theta dF - \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos\theta dF \right)$$

$$= \frac{3\mu QR}{4\sin\theta_2} \left\{ 2\sin\theta_1 \cos\theta_1 - \sin\theta_2 \cos\theta_2 - \frac{\sin 4\theta_2 - 2\sin 4\theta_1}{16\sin^2\theta_2} + (\theta_2 - 2\theta_1) \left(\frac{1}{4\sin\theta_2} - 1 \right) \right\}$$

上式は複雑なため、近似式として下式が与えられている。

$$m_R = 0.04018 \frac{\mu a^{1.986} Q}{R^{0.986}} \dots \dots \dots (6.26)$$

- a : 接触だ円長軸半径
- μ : 摩擦係数
- Q : 転動体荷重

2) スピントルク：玉軸受

スピン滑りによるトルクを求めるため、図 6.14 のように接触だ円を極座標で表すと、微小面積 d_s は下式となる。

$$d_s = d\theta dr \dots \dots \dots (6.27)$$

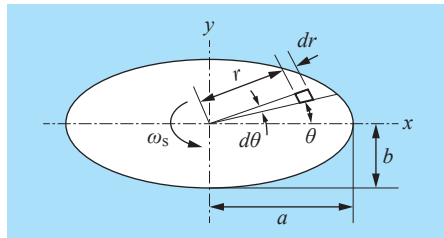


図 6.14 スピントルク

式 (6.1) の応力式を極座標で表すと

$$\sigma = \frac{3Q}{2\pi ab} \sqrt{1 - \frac{r^2}{b^2} (1 - k^2 \cos^2\theta)} \dots \dots \dots (6.28)$$

ここで、 $k = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$

微小面積 d_s に作用する摩擦力は、式 (6.27)、式 (6.28) より

$$dF = \frac{3\mu Q}{2\pi ab} \sqrt{1 - \frac{r^2}{b^2} (1 - k^2 \cos^2\theta)} d\theta dr \dots \dots \dots (6.29)$$

接触だ円全域でのスピンモーメントは

$$m_s = \int_0^b \int_0^{2\pi} r dF = \frac{3\mu a Q E(k)}{8} \dots \dots \dots (6.30)$$

ここで、 $E(k)$: 第 2 種だ円積分

3) つば部での滑り摩擦トルク：円すいころ軸受

円すいころ軸受にアキシャル荷重 F_a が作用した場合の力の釣り合いを図 6.15 に示す。ころには内輪および外輪から転動体荷重 Q_i 、 Q_e が作用し、さらに、それらの合力の反作用としてつば荷重 P_f がころとつばとの接触点 E に作用している。

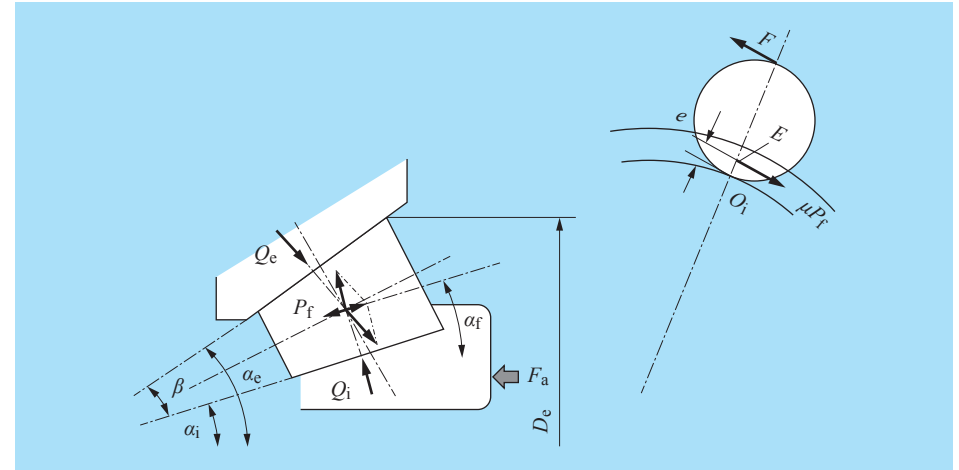


図 6.15 円すいころ軸受の力の釣り合いところ端面の滑り

ラジアル方向およびアキシャル方向での荷重の釣り合い式を求めると以下の式となる。

$$Q_i \cos\alpha_i - P_f \sin\alpha_f - Q_e \cos\alpha_e = 0 \dots \dots \dots (6.31)$$

$$Q_i \sin\alpha_i + P_f \cos\alpha_f - Q_e \sin\alpha_e = 0 \dots \dots \dots (6.32)$$

- α_i : 軸受中心軸と内輪軌道面との角度
- α_e : 軸受中心軸と外輪軌道面との角度 (= 接触角 α)
- α_f : 軸受中心軸とつば荷重方向との角度
- β : ころ角度
- e : 内輪軌道面とつばとの接触点までの距離
- μ : ころ端面と内輪つば面との摩擦係数
- F : ころに作用する円周方向の力
- D_e : ころ最大径位置での外輪外径

上式を整理して、 Q_i 、 P_f を求めると、

$$Q_i = Q_e \frac{\cos(\alpha_e - \alpha_f)}{\cos(\alpha_i - \alpha_f)} \dots \dots \dots (6.33)$$

$$P_f = Q_e \frac{\sin(\alpha_e - \alpha_i)}{\cos(\alpha_i - \alpha_f)} \dots \dots \dots (6.34)$$

つば荷重は近似的に内輪軌道面に平行に作用すると考えると、 $\alpha_i = \alpha_f$ となり、 Q_i 、 P_f は以下のようになる。

$$Q_i = Q_e \cos\beta \dots\dots\dots (6.35)$$

$$P_f = Q_e \sin\beta \dots\dots\dots (6.36)$$

ここで、 $Q_e = \frac{F_a}{Z \sin\alpha} \dots\dots\dots (6.37)$

ころと内輪の接点 O_i を瞬間回転中心とすると、接点 E での摩擦トルクは $e\mu P_f$ であるため、回転トルクとの釣り合いは下式となる。

$$FD_{w1} = e\mu P_f \dots\dots\dots (6.38)$$

ここで、 D_{w1} : ころ最大径

軸受 1 個としての摩擦トルク M_f は

$$M_f = FZ \frac{D_e}{2} \dots\dots\dots (6.39)$$

式 (6.36)、式 (6.37)、式 (6.38) を式 (6.39) に代入すると

$$M_f = \frac{e\mu D_e \sin\beta}{2D_{w1} \sin\alpha} F_a$$

ころ最大径 D_{w1} と外輪内径 D_e はころ端面半径 T_r との間に以下の関係がある。

$$D_{w1} = 2T_r \sin \frac{\beta}{2} \quad D_e = 2T_r \sin\alpha$$

従って、摩擦トルク M_f は下式で算出することができる。

$$M_f = e\mu F_a \cos \frac{\beta}{2} \dots\dots\dots (6.40)$$

6.2.2 摩擦トルクの一般式

摩擦モーメントに関するトルク計算式として *Palmgren* の実験式が知られている。

$$M = M_0 + M_1$$

- M : 軸受の摩擦トルク (N・mm)
- M_0 : 粘性摩擦トルク (速度項)
- M_1 : 負荷による摩擦トルク (荷重項)

①粘性摩擦トルク：速度項

本来、粘性摩擦トルクは弾性流体理論に基づいた転がり粘性抵抗を基準に算出するべきであるが、非常に煩雑になるため、ここでは実験に基づいた式より求める。

$$M_0 = f_0 (vn)^{2/3} D_{pw}^3 \times 10^{-7} \quad (\text{N} \cdot \text{mm})$$

f_0 : 軸受構造と潤滑による係数

表 6.2 の数値は横軸、油浴潤滑の場合である
 小さい方の数値は軽荷重、大きい数値は重荷重に適用
 縦型油浴潤滑およびジェット潤滑の場合、 f_0 を 2 倍にする
 オイルミスト潤滑の場合、 f_0 を 1/2 にする
 グリース潤滑の場合、基油動粘度を用いる。

v : 潤滑油の動粘度 (mm²/s)

n : 軸受回転速度 (min⁻¹)

D_{pw} : 転動体ピッチ径 (mm)

②負荷による摩擦トルク：荷重項

Palmgren はすべての機構上の摩擦トルクを実験に基づいて評価している。ただし、軸受内部に封入されたグリースの量については考慮していない。

$$M_1 = f_1 P_f D_{pw} \quad (\text{N} \cdot \text{mm})$$

f_1 : 軸受構造による係数 (表 6.2)

P_{0r} : 静等価荷重 (N)

C_{0r} : 基本静定格荷重 (N)

P_f : 相当荷重

ラジアル玉軸受 $P_f = 0.9F_a \cot\alpha - 0.1F_r \geq F_r$

ラジアルころ軸受 $P_f = 0.8F_a \cot\alpha \geq F_r$

スラスト軸受 $P_f = F_a$

D_{pw} : 転動体ピッチ径 (mm)

表 6.2 軸受構造による係数と潤滑による係数 f_0 、 f_1

軸受	f_0	接触角	f_1
深溝玉軸受	1.5~2	(15°)	$0.0009(P_{0r}/C_{0r})^{0.55}$
アンギュラ玉軸受	2	30°	$0.001(P_{0r}/C_{0r})^{0.33}$
	4	40°	$0.0013(P_{0r}/C_{0r})^{0.33}$
自動調心玉軸受	1.5~2	10°	$0.0003(P_{0r}/C_{0r})^{0.4}$
スラスト玉軸受	1.5~2	90°	$0.0012(P_{0r}/C_{0r})^{0.33}$
円筒ころ軸受	2~3	—	0.00025~0.0003
円すいころ軸受	3~4	—	0.0004~0.0005
自動調心ころ軸受	4~6	—	0.0004~0.0005

6.2.3 起動トルク計算式

起動トルクとは軸受が始動時に発生するトルクのことをいい、玉軸受ところ軸受ではトルク発生要因が異なる。玉軸受ではアンギュラ玉軸受、ころ軸受では円すいころ軸受についての起動トルク計算式を以下に示す。

1) アンギュラ玉軸受の予圧と起動トルク

アンギュラ玉軸受のように接触角を持つ軸受は1個で使うことができず、2個対向させるかまたは組合せで使われる。この場合、予圧で使われることが多く、予圧量が大きくなればなる程軸受の摩擦トルクは大きくなる。予圧が負荷された時のアンギュラ玉軸受の起動トルクはスピン滑りと転がり摩擦トルクがほとんどを占め、それぞれの計算式は下記である。

①スピン滑り： M_s

転動体1個当たりのスピンモーメント m_s は

$$m_s = \frac{3\mu a Q E(k)}{8} \quad (\text{N} \cdot \text{mm})$$

- μ : 軌道面の摩擦係数
- a : 接触だ円長軸半径 (mm)
- Q : 転動体荷重 (N)

$$Q = \frac{F_a}{Z \sin \alpha} \quad Z: \text{転動体個数} \quad \alpha: \text{接触角}$$

$E(k)$: 第2種完全だ円積分

$$E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k \sin^2 \phi} d\phi$$

$$k = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

b : 接触だ円短軸半径 (mm)

スピン滑りによる軸受全体のトルク M_s は

$$M_s = m_s Z \sin \alpha \quad (\text{N} \cdot \text{mm})$$

②転がりトルク： M_R

転動体中心回りのモーメント m_R の近似式は

$$m_R = 0.04018 \frac{\mu a^{1.986} Q}{R^{0.986}}$$

- R : 転動体等価半径 (mm)
- Q : 転動体荷重 (N)
- a : 接触だ円長軸半径 (mm)
- μ : 摩擦係数

転がりによる軸受全体のトルク M_R は

$$M_R = m_R Z \frac{D_{pw}}{D_w}$$

D_{pw} : 転動体ピッチ径 (mm)

D_w : 転動体径 (mm)

③軸受全体の起動トルク： M

$$M = M_s + M_R \quad (\text{N} \cdot \text{mm})$$

上式の摩擦係数 μ を0.15に設定すると表6.3のように実測値とよく一致する。

図6.16にアンギュラ玉軸受(70C系列)の計算結果を示す。

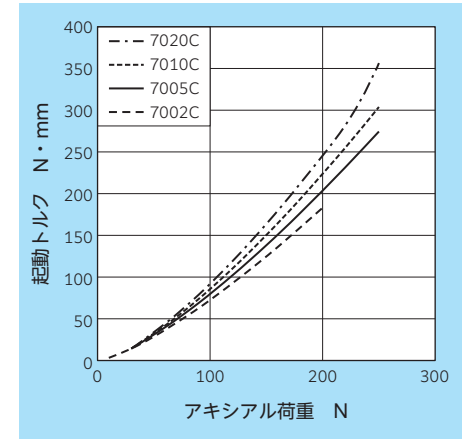


図 6.16 70C 系列のアキシャル荷重と起動トルク (計算値)

表 6.3 トルク計算結果と実測値

軸受品名	接触角 °	アキシャル荷重 N	起動トルク N・mm	
			実測値	計算値
HTA020	40	1 000	32.3	31.4
		2 000	82.3	86.2
HSB020	30	1 000	41.2	38.2
		2 000	88.2	102
HSB020C	15	1 000	58.8	62.7
		2 000	129.4	172.5
7020	30	1 000	76.4	58.8
		2 000	164.6	156.8
7020C	15	1 000	82.3	92.1
		2 000	211.7	250.9
HSB016C	15	1 000	82.3	62.7
		2 000	164.6	172.5
7016C	15	1 000	105.8	92.1
		2 000	200	243
SF1229	15	300	11.8	11.8
7010C	15	300	18.6	15.7

それぞれのトルク要因を求めるには各転動体位置での損失トルクを合計する必要があるが、計算式が複雑になるため転動体 1 個当たりのそれぞれの計算式を示す。

i) 転がり粘性抵抗: M_V

転動体と軌道面の接触部において、潤滑油の入り口部で発生するせん断抵抗により発生する回転と逆方向のモーメント

$$M_V = 29.2 \phi_T L G^{0.648} U^{0.648} W^{0.246} f(r_i, r_e, r_w)$$

ϕ_T : せん断発熱による補正係数
 L : 接触面軸方向長さ
 G : 材料パラメータ
 U, W : 速度, 荷重の無次元量
 $f(r_i, r_e, r_w)$: 溝半径および転動体半径に関する関数

ii) 弾性ヒステリシス損失: M_E

接触時に弾性変形に要したエネルギーの一部が解放時に熱となって散逸する。この熱エネルギーの損失分を弾性ヒステリシス損失という。

【玉軸受】

$$M_E = \frac{D_{pw}}{4} \left(1 - \frac{D_w^2}{D_{pw}^2} \cos^2 \alpha \right) \phi \beta_E$$

ϕ : 弾性圧縮仕事量 D_{pw} : 転動体ピッチ径
 β_E : 損失係数 D_w : 転動体径
 α : 接触角 (外輪半角)

【ころ軸受】

$$M_E = \frac{D_{pw}}{4} \left(1 - \frac{D_w^2}{D_{pw}^2} \right) (\phi_i + \phi_e) \beta_E$$

ϕ_i, ϕ_e : 内輪および外輪の弾性圧縮仕事量

iii) 差動滑り: M_B

玉の自転軸から接触だ円内の各点までの距離が異なるため発生する滑り

$$M_B = (R_i + D_w) F_e + R_i F_i$$

$$F_{i,e} = \frac{3Q\mu a}{2D_w} G(v, \beta_B)$$

R_i : 内輪溝底半径 Q : 転動体荷重
 μ : 摩擦係数 a : 接触だ円長軸半径
 $G(v, \beta_B)$: 差動滑りに関する係数

iv) スピン滑り: M_s

接触角を持つ玉軸受では構造的に発生する接触だ円でのスピン現象

$$M_s = \frac{3\mu a Q(\phi) E(k)}{8}$$

$E(k)$: 第 2 種完全だ円積分
 $Q(\phi)$: 各転動体位置での転動体荷重

v) ジャイロ滑り: M_G

ジャイロモーメントにより玉の自転軸が水平または垂直になるとうとする現象

$$M_G = I \omega_w \omega_m \sin \gamma$$

I : 玉の慣性モーメント γ : 玉の自転角
 ω_w : 玉の自転角速度 ω_m : 玉の公転角速度

vi) つば滑り: M_f

軸受にアキシャル荷重のみが負荷された場合、各転動体には均等なつば荷重が負荷されるため、転動体 1 個当たりのつば滑りトルク M_f は

$$M_f = \frac{F_a}{Z} e\mu(\lambda) \cos \frac{\beta}{2}$$

$\mu(\lambda)$: 使用状態によって変化する摩擦係数
 β : ころ角度

複合荷重が負荷された場合は、各転動体ごとにつば荷重を求め、つば滑りトルクを算出する。

$$M_f = P_t(\phi) e\mu(\lambda) \frac{\sin \alpha}{2 \sin \frac{\beta}{2}}$$

$P_t(\phi)$: 各転動体位置でのつば荷重

vii) 転動体と保持器の滑り: M_P

転動体と保持器の滑りによる摩擦トルクはポケット面での油膜のせん断抵抗である

$$F_P = \iint \tau(x, y) dx dy = \iint \frac{\eta V(x, y)}{h(x, y)} dx dy$$

$$M_P = F_P \times R_i$$

η : 粘度 $h(x, y)$: 油膜厚さ
 $V(x, y)$: ポケット面での速度

これらの計算は、計算プログラムで行うため、必要な場合には **NTN** にご照会ください。

【計算例】トルク計算

(6-2) 円筒ころ軸受 NU210 がラジアル荷重 5 000 N, 回転速度 8 000 min⁻¹ で運転されている。運転時の潤滑油動粘度が 20 mm²/s として、この時の摩擦トルクを計算する。

NU210 の計算諸元：内径 $d = 50$ mm, 外径 $D = 90$ mm

荷重が大きいため表 6.2 より

$$f_0 = 3, f_1 = 0.0003 \text{ とする}$$

粘性による摩擦トルク M_0 は

$$M_0 = 3 \times (20 \times 8\,000)^{2/3} \times \left(\frac{50+90}{2}\right)^3 \times 10^{-7} = 303 \text{ (N} \cdot \text{mm)}$$

荷重による摩擦トルク M_1 は

$$M_1 = 0.0003 \times 5\,000 \times \frac{50+90}{2} = 105 \text{ (N} \cdot \text{mm)}$$

従って、軸受全体の摩擦トルク M は

$$M = M_0 + M_1 = 303 + 105 = 408 \text{ (N} \cdot \text{mm)}$$

(6-3) アンギュラ玉軸受 7020 がアキシャル荷重 15 000 N, 回転速度 10 000 min⁻¹ で運転されている。潤滑はジェット潤滑で運転時の潤滑油動粘度は 5 mm²/s であった。この時の摩擦トルクを計算する。

7020 の計算諸元：内径 $d = 100$ mm, 外径 $D = 150$ mm

$$C_{0r} = 70\,500 \text{ N}, X_0 = 0.33$$

表 6.2 より、 f_0 はジェット潤滑のため 2 倍として

$$f_0 = 4$$

$$f_1 = 0.001 \times \left(\frac{15\,000 \times 0.33}{70\,500}\right)^{0.33} = 0.000416$$

相当荷重 P_f は

$$P_f = 0.9 \times 15\,000 \times \cot 30^\circ = 23\,383 \text{ (N)}$$

粘性による摩擦トルク M_0 は

$$M_0 = 4 \times (5 \times 10\,000)^{2/3} \times \left(\frac{100+150}{2}\right)^3 \times 10^{-7} = 1\,060 \text{ (N} \cdot \text{mm)}$$

荷重による摩擦トルク M_1 は

$$M_1 = 0.000416 \times 23\,383 \times \frac{100+150}{2} = 1\,216 \text{ (N} \cdot \text{mm)}$$

従って、軸受全体の摩擦トルク M は

$$M = M_0 + M_1 = 1\,060 + 1\,216 = 2\,276 \text{ (N} \cdot \text{mm)}$$

(6-4) 円すいころ軸受 30216U, 32216U, 32316U にアキシャル荷重 15 000 N が作用している時の起動トルクを求める。

図 6.17 より起動摩擦トルク係数 K_T を読み取る。

$$30216U : K_T = 0.24$$

$$32216U : K_T = 0.33$$

$$32316U : K_T = 0.46$$

式 (6.40) より

$$30216U : M = 0.24 \times 15\,000 = 3\,600 \text{ (N} \cdot \text{mm)}$$

$$32216U : M = 0.33 \times 15\,000 = 4\,950 \text{ (N} \cdot \text{mm)}$$

$$32316U : M = 0.46 \times 15\,000 = 6\,900 \text{ (N} \cdot \text{mm)}$$

7. 軸受の振動

「振動」とは一点を中心として前後左右に周期的運動を繰り返す現象であり、簡単にいえば物体を揺らす運動である。この物体の揺れ(物体の振動)が、主に空気等の媒体を通して人間の耳に届いたものが「音」である。

転がり軸受は回転によって振動を発生し、軸受が組み込まれた機械や装置を振動させることによって騒音を発生させることがある。音の発生源は振動であることから、この章では主に軸受の振動について説明する。振動には軸受の回転によって発生する振動(強制振動)と軸受が固有に持っている振動(固有振動)があるが、それぞれの特徴を利用して判別することができる。

7.1 強制振動

- ・ 軸受が回転することによって発生する振動である。
- ・ 回転速度の変化に応じて発生周波数が変化する。
→ 回転速度を変化させ、周波数が移動すれば強制振動である。

7.1.1 回転による振動

回転により発生するそれぞれの回転周波数を図 7.1 に示す。

1) 回転周波数: f_r (Hz)

回転する物体の回転周波数
内輪回転の場合

$$f_r = f_i = \frac{n_i}{60} : \text{内輪回転周波数}$$

n_i : 内輪回転速度 (min⁻¹)

外輪回転の場合

$$f_r = f_e = \frac{n_e}{60} : \text{外輪回転周波数}$$

n_e : 外輪回転速度 (min⁻¹)

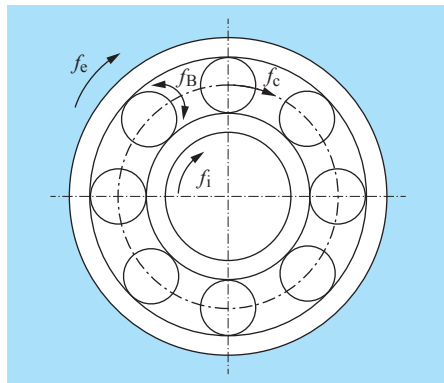


図 7.1 回転周波数

2) 保持器回転周波数: f_c (Hz)

保持器回転周波数と転動体公転周波数は同じものである。

$$f_c = \frac{1}{2} f_r (1 \mp \gamma) \dots\dots\dots (7.1)$$

ここで、符号 上段: 内輪回転, 下段: 外輪回転

$$\gamma = \frac{D_w \cos \alpha}{D_{pw}} \quad \text{または} \quad \gamma = \frac{D_{we} \cos \alpha}{D_{pw}}$$

D_w : 玉径 (mm)

D_{we} : 計算に用いるころの直径 (mm)

D_{pw} : 転動体ピッチ径 (mm)

3) 保持器相対回転周波数: f_{cr} (Hz)

この回転周波数は回転軸に対する保持器の相対回転周波数である。内輪回転の場合は内輪に対する保持器の相対回転速度、外輪回転の場合は外輪に対する保持器の相対回転速度である。

$$f_{cr} = \frac{1}{2} f_r (1 \pm \gamma) \dots\dots\dots (7.2)$$

ここで、符号 上段: 内輪回転, 下段: 外輪回転

4) 転動体自転周波数: f_B (Hz)

転動体が自転する時の周波数である。内輪回転と外輪回転では回転方向は逆になるが、周波数の計算式は同一になる。

$$f_B = \frac{1}{2} \frac{D_{pw}}{D_w} f_r (1 - \gamma^2) \dots\dots\dots (7.3)$$

7.1.2 構造による振動

転がり軸受は有限個の転動体で支持されているため、転動体の位置によって回転軸の中心(軸心)は変動する。転がり軸受は構造上、図 7.2 (a) のように転動体が荷重方向に対して真下にある場合と図 7.2 (b) のように両側にある場合を繰り返す、それによって振動を発生する。この振動は転動体が通過するたびに発生するため、転動体通過振動という。特に、使用時に内部すきまが残留していると軸心の変動が顕著に表れるが、内部すきまがない場合でも荷重が負荷される転動体個数が変化することによって転動体の弾性変形量が変わり、軸心の変動が発生する。

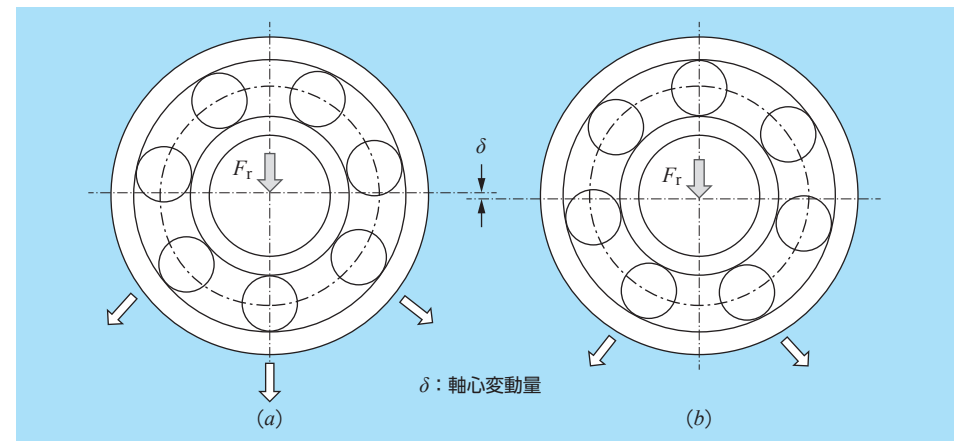


図 7.2 転動体通過振動

転動体通過振動の周波数 (f_p) は下式で求めることができる。

$$f_p = n Z f_c \text{ (Hz)} \dots\dots\dots (7.4)$$

Z : 転動体個数, n : 次数 (整数)

7.1.3 軌道面の損傷による振動

軸受には組み込み時の圧痕や使用時に発生したフレーキング、スミアリングによって軌道面および転動面に損傷が発生する場合があります。これらが図7.3のように1個所に発生した場合（スポット傷）は特定の周波数で振動が発生する。

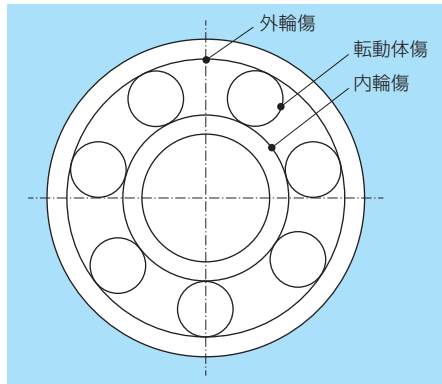


図 7.3 軌道面および転動面のきず

1) 固定輪のきず

静止したきずの上を転動体が通過するため、前項で述べた転動体通過振動と同じ周波数が発生する。

固定輪：内輪回転の場合は外輪
外輪回転の場合は内輪

$$f = nZf_c = \frac{1}{T} \text{ (Hz)} \dots\dots\dots (7.5)$$

Z：転動体個数
f_c：保持器回転周波数
n：次数（整数）
T：きずによる振動の周期

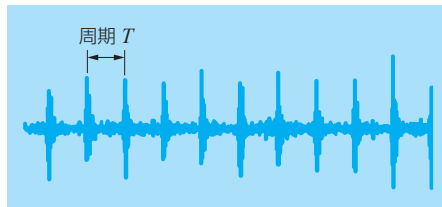


図 7.4 固定輪のきず波形

2) 回転輪のきず

回転している軌道輪の上を転動体が通過するため、回転輪と保持器の相対回転速度と転動体個数より下式となる。

回転輪：内輪回転の場合は内輪
外輪回転の場合は外輪

$$f = nZf_{cr} = \frac{1}{T} \text{ (Hz)} \dots\dots\dots (7.6)$$

および $f = nZf_{cr} \pm f_r \text{ (Hz)} \dots (7.7)$
Z：転動体個数, n：次数（整数）
T：きずによる振動の周期, T_r：回転輪の回転周期
f_{cr}：保持器相対回転周波数
f_r：回転周波数

振動の測定点（固定輪）に対して回転輪のきずの位置は回転周波数（f_r）で変化するため、f_rの振幅変調がかかる場合がある。

3) 転動体のきず

転動体は1回転で内輪と外輪に接触するため、転動体の自転周波数の2倍となり下式となる。

$$f = 2nf_B = \frac{1}{T} \text{ (Hz)} \dots\dots\dots (7.8)$$

および $f = 2nf_B \pm f_c \dots\dots\dots (7.9)$

f_B：転動体自転周波数
n：次数（整数）
f_c：転動体公転周波数

振動の測定点に対して転動体の傷の位置は公転周波数（f_c）で変化するため、f_cの振幅変調がかかる場合がある。

T：きずによる振動の周期, T_c：転動体公転の周期

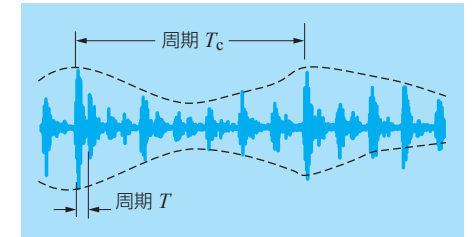


図 7.6 転動体のきず波形

7.1.4 形状による振動：軌道面および転動面の形状

純アキシアル荷重状態でのラジアル玉軸受の内外輪の軸心間振動がGustafssonによって解析され、軌道面および転動面のうねりの山数と発生する振動周波数が求められている。うねりにより発生する振動メカニズムを図7.7および図7.8に示す。また、これらの振動が発生する条件（うねりの山数）と発生周波数を表7.1に示す。図7.7は転動体個数が7個、内輪が6角形変形をしている場合の軸心の変動を表したものである。最下点の転動体と内輪の凸部が一致する(A)図の状態の時に軸心は最も上となり、凹部が一致する(B)図の時に軸心が最も下となることにより、軸受は径方向振動を発生させる。これは、うねりの角数がnz ± 1の場合に、最も顕著となる。

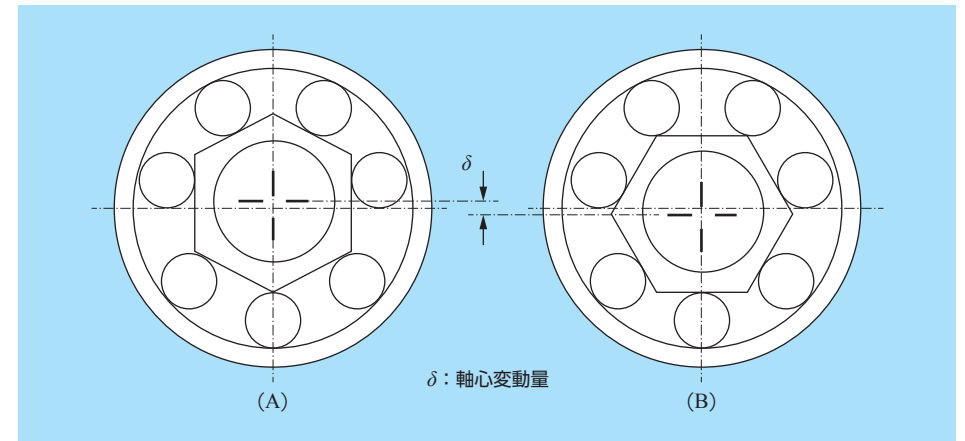


図 7.7 振動メカニズム（玉：7個、内輪：6角形）

Huston は純アキシャル荷重が作用した玉軸受において、ボールを支点とした固有振動数の計算式を以下に示している。

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{n^2 (n^2 - 1)^2 \frac{EI\pi g}{R_m^3} + \frac{K_\delta Z}{2}}{9.8\rho A\pi R_m (n^2 + 1)}} \dots\dots\dots (7.12)$$

ここで、 K_δ ：純アキシャル荷重における玉 1 個当たりのばね定数

$$\frac{K_\delta Z}{2} = \frac{\partial R}{\partial y} : \text{アキシャル荷重による径方向ばね定数}$$

通常の使用条件では分子第 2 項の径方向ばね定数は第 1 項の数値に比べて非常に小さいため省略することができる。その場合式 (7.12) は式 (7.11) と同一となる。また、振動モード以外を K_n としてまとめると、 K_n は軸受ごとに定まる定数となる。

$$\text{固有振動数} : f_n = \frac{n(n^2 - 1)}{\sqrt{n^2 + 1}} K_n \dots\dots\dots (7.13)$$

n : 振動モードによる数値

K_n : 曲げたわみ固有振動係数

$$K_n = \frac{1}{2\pi R_m^2} \sqrt{\frac{EIg}{9.8\rho A}} \dots\dots\dots (7.14)$$

通常は、内輪が軸に締めりばめで固定され、外輪がすきまばめで使用されることが多いことから外輪がフリーの円環と見なされる。従って、外輪は単独の固有振動数として発生し易いため、深溝玉軸受およびアンギュラ玉軸受外輪の K_n を表 7.2 に示す。

表 7.2 曲げたわみ固有振動係数 K_n (玉軸受, 外輪)

内径 番号	$K_n \times 10^3$				
	軸受系列				
	68, 78	69, 79	60, 70	62, 72	63, 73
00	3.598	3.499	3.293	3.071	2.808
01	3.003	2.979	2.863	2.713	2.521
02	2.371	2.402	2.352	2.290	2.121
03	2.063	2.120	2.092	2.015	1.883
04	1.778	1.802	1.770	1.714	1.647
05	1.383	1.436	1.440	1.419	1.344
06	1.117	1.178	1.202	1.184	1.134
07	0.927	1.011	1.030	1.016	0.988
08	0.787	0.881	0.899	0.894	0.869
09	0.693	0.776	0.797	0.800	0.775
10	0.630	0.682	0.711	0.721	0.700
11	0.576	0.623	0.650	0.656	0.638
12	0.525	0.563	0.591	0.601	0.586
13	0.487	0.511	0.541	0.555	0.541
14	0.445	0.485	0.505	0.515	0.503
15	0.408	0.447	0.468	0.480	0.470
16	0.376	0.413	0.442	0.450	0.441
17	0.369	0.396	0.413	0.424	0.416
18	0.343	0.370	0.392	0.401	0.393
19	0.321	0.347	0.369	0.380	0.372
20	0.301	0.335	0.348	0.361	0.352
21	0.283	0.316	0.333	0.343	0.336
22	0.280	0.299	0.320	0.328	0.319
24	0.251	0.276	0.290	0.301	0.293
26	0.236	0.256	0.270	0.277	0.271
28	0.215	0.234	0.249	0.258	0.252
30	0.204	0.223	0.232	0.240	0.235

$$E = 208\,000 \text{ (MPa)}, \quad g = 9\,800 \text{ (mm/s}^2\text{)}$$

$$\rho = 7.8 \times 10^{-6} \text{ (kg/mm}^3\text{)}$$

7.2.2 軸受固有振動

軸受を外輪が回転体で支えられた振動系であると考え、各方向成分の固有振動数の計算式は以下のよう求められる。

1) 軸方向固有振動数

図 7.10 に軸方向振動のイメージを示す。固有振動数の一般式より軸方向固有振動数は下式の通りである。

$$f_T = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\partial T}{\partial x}} g \dots\dots\dots (7.15)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{2^{3/4} \left(\frac{1}{K}\right)^{3/8} Z^{1/4}}{(\alpha + \beta)^{5/8} D_w^{1/2}} T^{3/4} \dots\dots\dots (7.16)$$

- ここで、 W : 外輪質量 (kg)
- g : 重力加速度 9800 (mm/s²)
- D_w : 玉径 (mm)
- Z : 玉個数
- α : 玉半径に対する内輪溝曲率半径の増加率
- β : 玉半径に対する外輪溝曲率半径の増加率
- K : 溝曲率比に対する定数
- T : アキシアル荷重 (N)

式 (7.15), 式 (7.16) より

$$f_T = \frac{1}{2\pi \times 9.8^{3/8}} \sqrt{\frac{g}{W} \frac{2^{3/4} \left(\frac{1}{K}\right)^{3/8} Z^{1/4}}{(\alpha + \beta)^{5/8} D_w^{1/2}}} T^{3/8} = K_T T^{3/8} \dots\dots\dots (7.17)$$

$$K_T = \frac{1}{2\pi \times 9.8^{3/8}} \sqrt{\frac{g}{W} \frac{2^{3/4} \left(\frac{1}{K}\right)^{3/8} Z^{1/4}}{(\alpha + \beta)^{5/8} D_w^{1/2}}} \dots\dots\dots (7.18)$$

軸方向固有振動数の係数 K_T を表 7.3 に示す。

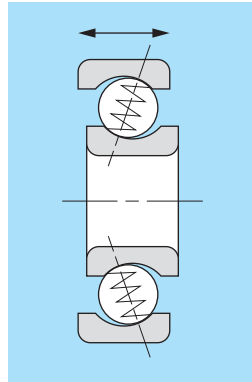


図 7.10 軸方向振動

2) 径方向固有振動数

図 7.11 に径方向振動のイメージ図, 式 (7.19) に径方向固有振動数を示す。

$$f_R = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\partial R}{\partial y}} g \dots\dots\dots (7.19)$$

$$\frac{\partial R}{\partial y} = \frac{3}{2^{3/4}} \left(\frac{1}{K}\right)^{9/8} D_w^{1/2} (\alpha + \beta)^{1/8} Z^{3/4} \frac{T^{1/4}}{9.8^{1/4}} \dots\dots (7.20)$$

* $g, D_w, Z, \alpha, \beta, K, T$ の記号は前項同様

式 (7.19), 式 (7.20) より

$$f_R = \frac{1}{2\pi \times 9.8^{1/8}} \sqrt{\frac{g}{W} \frac{3}{2^{3/4}} \left(\frac{1}{K}\right)^{9/8} D_w^{1/2} (\alpha + \beta)^{1/8} Z^{3/4} T^{1/8}} \dots\dots\dots (7.21)$$

$$= K_R T^{1/8}$$

$$K_R = \frac{1}{2\pi \times 9.8^{1/8}} \sqrt{\frac{g}{W} \frac{3}{2^{3/4}} \left(\frac{1}{K}\right)^{9/8} D_w^{1/2} (\alpha + \beta)^{1/8} Z^{3/4}} \dots\dots\dots (7.22)$$

径方向固有振動数の係数 K_R を表 7.4 に示す。

3) 傾斜方向固有振動数

図 7.12 に傾斜方向振動のイメージ図, 式 (7.23) に傾斜方向固有振動数を示す

$$f_M = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\partial M}{\partial l}} g \dots\dots\dots (7.23)$$

$$\frac{\partial M}{\partial l} = \frac{\left(\frac{1}{K}\right)^{3/8} D_p^2 Z^{1/4}}{2^{3/4} (\alpha + \beta)^{5/8} D_w^{1/2}} \frac{T^{3/4}}{9.8^{3/4}} \dots\dots\dots (7.24)$$

* $g, Z, \alpha, \beta, K, T$ の記号は前項同様

- D_{pw} : 回転体ピッチ径 (mm)
- I_0 : 軸直角断面において外輪中心を通る軸回りの慣性モーメント

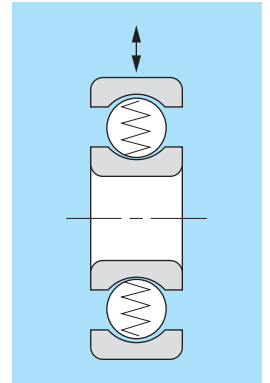


図 7.11 径方向振動

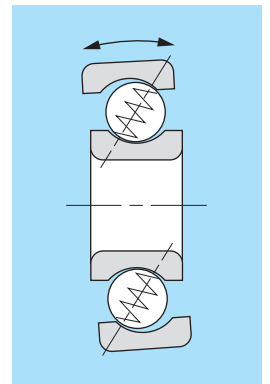


図 7.12 傾斜方向振動

式 (7.23), 式 (7.24) より

$$f_M = \frac{1}{2\pi \times 9.8^{3/8}} \sqrt{\frac{g}{I_0} \frac{\left(\frac{1}{K}\right)^{3/8} D_p^2 Z^{1/4}}{2^{3/4} (\alpha + \beta)^{5/8} D_w^{1/2}}} T^{3/8} = K_M T^{3/8} \dots\dots\dots (7.25)$$

$$K_M = \frac{1}{2\pi \times 9.8^{3/8}} \sqrt{\frac{g}{I_0} \frac{\left(\frac{1}{K}\right)^{3/8} D_p^2 Z^{1/4}}{2^{3/4} (\alpha + \beta)^{5/8} D_w^{1/2}}} T^{3/8} \dots\dots\dots (7.26)$$

傾斜方向固有振動数の係数 K_M を表 7.5 に示す。

表 7.3 軸方向固有振動係数 K_T (玉軸受, 外輪)

内径 番号	$K_T \times 10^2$				
	軸受系列				
	68, 78	69, 79	60, 70	62, 72	63, 73
00	23.24	15.93	8.89	7.20	4.76
01	21.89	15.20	8.59	6.19	4.27
02	20.27	12.18	7.36	5.37	3.75
03	19.45	11.22	6.11	4.36	3.16
04	11.56	7.55	4.54	3.40	2.73
05	10.58	7.04	4.71	3.11	2.09
06	9.85	6.55	3.83	2.42	1.71
07	9.16	5.10	3.23	1.94	1.44
08	8.58	4.02	2.92	1.69	1.19
09	7.86	3.78	2.55	1.71	1.10
10	6.72	3.69	2.46	1.63	0.95
11	5.03	3.06	1.94	1.38	0.58
12	4.24	2.95	1.88	1.19	0.72
13	3.89	2.86	1.83	1.05	0.54
14	3.76	2.14	1.49	0.99	0.57
15	3.64	2.07	1.46	0.95	0.51
16	3.52	2.02	1.22	0.84	0.46
17	2.51	1.62	1.19	0.75	0.42
18	2.44	1.58	1.01	0.65	0.39
19	2.37	1.55	1.00	0.58	0.35
20	2.31	1.28	0.97	0.52	0.31
21	2.25	1.25	0.85	0.47	0.29
22	1.80	1.23	0.74	0.43	0.26
24	1.66	1.02	0.71	0.39	0.23
26	1.32	0.87	0.57	0.36	0.21
28	1.28	0.84	0.55	0.32	0.18
30	1.05	0.66	0.49	0.29	0.17

$$g = 9\,800 \text{ (mm/s}^2\text{)}, \rho = 7.8 \times 10^{-6} \text{ (kg/mm}^3\text{)}$$

表 7.4 径方向固有振動係数 K_R (玉軸受, 外輪)

内径 番号	$K_R \times 10^2$				
	軸受系列				
	68, 78	69, 79	60, 70	62, 72	63, 73
00	156.08	117.51	82.02	68.67	51.72
01	150.24	115.07	81.96	61.64	48.97
02	144.61	99.15	72.29	57.15	44.63
03	143.42	97.63	62.97	49.22	39.44
04	98.16	71.69	51.47	41.87	35.61
05	93.12	69.74	50.40	39.43	29.45
06	90.70	66.10	44.55	33.57	25.84
07	86.63	55.61	39.59	29.19	23.09
08	83.04	46.88	36.61	26.19	20.24
09	78.61	45.51	34.20	25.28	18.51
10	70.82	45.14	33.56	24.62	16.59
11	56.83	39.07	28.24	22.19	21.22
12	51.09	38.20	27.92	20.17	13.67
13	47.50	38.15	27.60	18.26	14.91
14	46.94	30.62	23.79	17.57	11.56
15	46.36	30.16	23.63	17.35	10.72
16	45.15	29.71	20.65	15.52	9.98
17	35.13	25.26	20.59	14.57	9.32
18	34.47	25.03	18.19	13.06	8.74
19	33.85	24.79	18.19	12.08	8.23
20	33.26	21.40	17.75	11.23	7.62
21	32.70	21.29	16.26	10.47	7.21
22	27.85	21.17	14.59	9.81	6.79
24	26.64	18.46	14.36	9.06	5.99
26	22.50	16.58	12.12	8.62	5.53
28	22.13	16.24	11.98	7.71	5.08
30	19.24	13.56	11.06	7.13	4.87

$$g = 9\,800 \text{ (mm/s}^2\text{)}, \rho = 7.8 \times 10^{-6} \text{ (kg/mm}^3\text{)}$$

表 7.5 傾斜方向固有振動係数 K_M (玉軸受, 外輪)

内径 番号	$K_M \times 10^2$				
	軸受系列				
	68, 78	69, 79	60, 70	62, 72	63, 73
00	18.53	12.16	6.38	5.19	3.33
01	17.98	11.97	6.60	4.46	2.97
02	17.22	9.79	5.65	4.00	2.76
03	16.81	9.20	4.74	3.28	2.26
04	9.81	6.09	3.56	2.61	1.99
05	9.25	5.88	3.77	2.43	1.55
06	8.80	5.62	3.14	1.90	1.31
07	8.33	4.38	2.65	1.52	1.09
08	7.90	3.46	2.43	1.33	0.91
09	7.27	3.29	2.14	1.38	0.86
10	6.20	3.27	2.09	1.33	0.74
11	4.63	2.70	1.64	1.13	0.45
12	3.90	2.63	1.61	0.99	0.56
13	3.58	2.57	1.58	0.86	0.42
14	3.49	1.90	1.28	0.81	0.44
15	3.40	1.86	1.26	0.80	0.40
16	3.29	1.83	1.05	0.69	0.36
17	2.32	1.45	1.03	0.62	0.33
18	2.26	1.42	0.87	0.54	0.30
19	2.21	1.40	0.86	0.48	0.28
20	2.16	1.15	0.85	0.43	0.24
21	2.11	1.13	0.74	0.39	0.23
22	1.67	1.11	0.64	0.35	0.21
24	1.55	0.92	0.62	0.32	0.18
26	1.23	0.78	0.49	0.30	0.16
28	1.20	0.76	0.48	0.27	0.14
30	0.98	0.59	0.43	0.24	0.13

$$g = 9\,800 \text{ (mm/s}^2\text{)}, \rho = 7.8 \times 10^{-6} \text{ (kg/mm}^3\text{)}$$

7.3 振動波形の実効値

7.3.1 実効値とは

本来、交流電圧の強さを表す概念として考えられたもので、変化する信号の平均的な大きさ（強度）を表す量であるが、振動波形も変化する物理量であるため、同様に、定義される。

$$\text{実効値} : x_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x(t)^2 dt} \dots\dots\dots (7.27)$$

T : 周期 $x(t)$: 周期信号

この式は変化する波形の二乗値の平均の平方根 (*root mean square*) であるため頭文字をとって“rms” = 実効値といわれている。

従って、振幅 V の正弦波 ($\sin \omega t$) の実効値 V_{rms} は下式となる。

$$V_{\text{rms}} = \frac{V}{\sqrt{2}} = 0.707V \dots\dots\dots (7.28)$$

7.3.2 交流波形と実効値

直流電圧は電圧が一定のため、電圧の大きさを、例えば 100V の電圧と定義できるが、交流電圧は、**図 7.13** のように変動するためどの数値をもって定義すれば良いかわからない。従って、交流電圧の大きさすなわち実効値は、以下に定義されている。

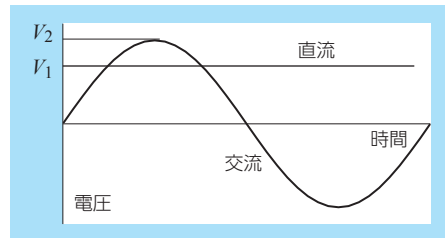


図 7.13 交流波形と直流波形

【実効値の定義】：直流の電圧と同じ仕事をする交流の電圧

* 電気の場合、仕事とは電力のことである

直流電圧を V_{DC} 、交流電圧を V_{AC} とすると、**図 7.13** の記号を使えば、

$$V_{\text{DC}} = V_1$$

$$V_{\text{AC}} = V_2 \sin t$$

電力 (P) の定義より

$$P = \frac{V^2}{R}$$

V : 電圧 R : 抵抗

直流と交流の一定時間 (T) の総電力量は

$$P_{\text{DC}} T = \frac{V_{\text{DC}}^2 T}{R} = \frac{V_1^2 T}{R}$$

$$P_{\text{AC}} T = \frac{V_2^2}{R} \int_0^T \sin^2 t dt$$

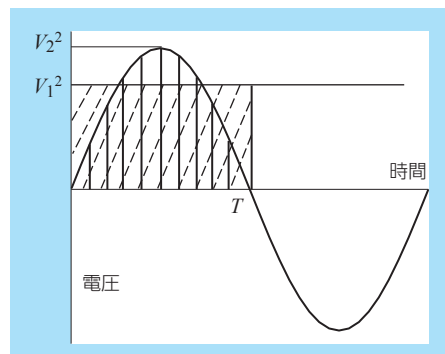


図 7.14 電力イメージ

$P_{\text{DC}} T = P_{\text{AC}} T$ とおくと

$$V_1^2 T = V_2^2 \int_0^T \sin^2 t dt$$

$$\therefore V_1 = V_2 \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \sin^2 t dt}$$

↓
実効値 (rms)

$T = 2\pi$ として考えると

$$V_1 = V_2 \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin^2 t dt}$$

$$= V_2 \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left[\frac{t}{2} - \frac{1}{4} \sin 2t \right]_0^{2\pi}}$$

..... (7.29)

$$= V_2 \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left\{ \left[\frac{2\pi}{2} - \frac{1}{4} \sin 4\pi \right] - \left[\frac{t}{2} \times 0 - \frac{1}{4} \sin(2 \times 0) \right] \right\}}$$

$$= \frac{V_2}{\sqrt{2}}$$

従って、交流電圧を正弦波と考えると実効値とピーク値の関係は下式となる。

$$(\text{実効値}) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\text{ピーク値}) \dots\dots\dots (7.30)$$

7.3.3 波形の大きさと実効値

交流電圧や振動などの変動する信号や物理量の大きさ（強度）は平均値で表すのが一般的である。平均処理の方法には算術平均、二乗平均、幾何平均等のいろいろな方法があるが、ここでは算術平均と二乗平均（実効値）の 2 通りの方法を比較した。

- ① 算術平均：交流のような正弦波の場合はそのまま平均すると 0 になるため、絶対値を取って平均する。
- ② 二乗平均 = 実効値

【1】基本的な正弦波

振幅 A 、周期 T の最も単純な下記の正弦波で絶対値平均と二乗平均を求める。

$$x(t) = A \cos(2\pi f t)$$

$$f : \text{周波数} \quad f = 1/T$$

* ここでは、波形が 1/2 周期で対称になる cos (余弦波) を用いる

1) 算術平均

基本式より絶対値の平均を求める。

$$\begin{aligned} |\bar{x}| &= \frac{1}{T} \int_0^T |\bar{x}(t)| dt \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T |A \cos(2\pi f t)| dt \end{aligned}$$

波形と周期の関係を図 7.15 に示す。
1/4 周期～3/4 周期の間がマイナスとなるため、折り返して積分する。

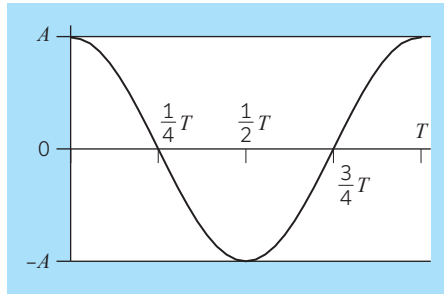


図 7.15 波形と周期

$$\begin{aligned} |\bar{x}| &= \frac{A}{T} \left\{ \int_0^{T/4} \cos(2\pi f t) dt - \int_{T/4}^{3T/4} \cos(2\pi f t) dt + \int_{3T/4}^T \cos(2\pi f t) dt \right\} \\ &= \frac{A}{2\pi f T} \left\{ [\sin 2\pi f t]_0^{T/4} - [\sin 2\pi f t]_{T/4}^{3T/4} + [\sin 2\pi f t]_{3T/4}^T \right\} \\ &= \frac{A}{2\pi} \left\{ \left[\sin \frac{\pi}{2} - \sin 0 \right] - \left[\sin \frac{3\pi}{2} - \sin \frac{\pi}{2} \right] + \left[\sin 2\pi - \sin \frac{3\pi}{2} \right] \right\} \\ &= \frac{A}{2\pi} \left\{ (1 - 0) - (-1 - 1) + (0 + 1) \right\} \\ &= \frac{2}{\pi} A \end{aligned}$$

2) 二乗平均：実効値

基本式より二乗平均を求める。

$$\begin{aligned} x_{\text{rms}} &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x(t)^2 dt} \\ &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T A^2 \cos^2(2\pi f t) dt} \\ &= \sqrt{\frac{A^2}{T} \left[\frac{t}{2} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{2\pi f} \sin(2 \times 2\pi f t) \right]_0^T} \\ &= \sqrt{\frac{A^2}{T} \times \frac{T}{2}} = \frac{A}{\sqrt{2}} \dots\dots\dots (7.31) \end{aligned}$$

3) 正弦波の平均値と実効値

単純な正弦波であれば、算術平均および実効値共、振幅の一定倍となり、どちらも振幅の強さを表す指標となりうる。

算術平均：振幅の 2/π 倍

実効値：振幅の 1/√2 倍

また、平均値と実効値の比は約 1.11 倍となる。

$$\frac{\text{実効値}}{\text{平均値}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1.11 \dots\dots\dots (7.32)$$

[2] 複合した正弦波

1 つの単純な正弦波ではなく、振幅と周波数が異なる複合した正弦波で考える。

$$x(t) = A_1 \cos(2\pi f_1 t) + A_2 \cos(2\pi f_2 t - \phi)$$

A_1, A_2 : 振幅 f_1, f_2 : 周波数
 ϕ : 位相

1) 複合波形の平均値

$$|\overline{x(t)}| = \frac{1}{T} \int_0^T |A_1 \cos(2\pi f_1 t) + A_2 \cos(2\pi f_2 t - \phi)| dt$$

複関数を解析で求めるのは困難なため、3 つの具体例で数値計算を行う。

表 7.6 計算条件

振幅	$A_1 = 3, A_2 = 2$		
周波数	$f_1 = 1, f_2 = 2$		$f_1 = 1, f_2 = 3$
位相	0	90°	0
条件	①基準	②位相変化	③周波数変化

①基準の場合

$$A_1 = 3, A_2 = 2, f_1 = 1, f_2 = 2, \phi = 0$$

$$x(t) = 3\cos(2\pi t) + 2\cos(4\pi t)$$

図 7.16 は合成前の 2 つの波形、図 7.17 は合成後の波形を表したものである。図 7.17 において負の領域は 0.18 ~ 0.82 の範囲となる。また、この波形は 0.5 周期で対称なため、0.5 周期分を折り返して積分する。

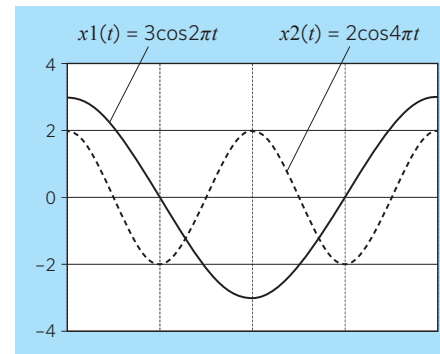


図 7.16 合成前の波形

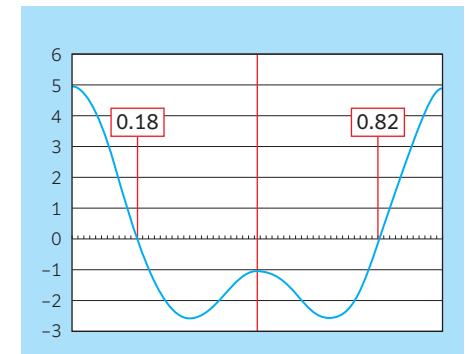


図 7.17 合成後の波形

$$\begin{aligned}
 |\bar{x}| &= \frac{1}{0.5} \int_0^{0.5} |3\cos 2\pi t + 2\cos 4\pi t| dt \\
 &= \frac{1}{0.5} \left\{ \int_0^{0.18} (3\cos 2\pi t + 2\cos 4\pi t) dt - \int_{0.18}^{0.5} (3\cos 2\pi t + 2\cos 4\pi t) dt \right\} \\
 &= \frac{1}{0.5} \left\{ \left[\frac{3}{2\pi} \sin 2\pi t + \frac{2}{4\pi} \sin 4\pi t \right]_0^{0.18} - \left[\frac{3}{2\pi} \sin 2\pi t + \frac{2}{4\pi} \sin 4\pi t \right]_{0.18}^{0.5} \right\} \\
 &= 2.2197
 \end{aligned}$$

条件②, ③も同様に計算すると下表のようになる。

表 7.7 条件ごとの平均値

条件	平均値
①基準	2.220
②位相変化	1.988
③周波数変化	1.869

表 7.8 に示すように、複合した位相や周波数の成分によって平均値の大きさは変化する。



平均値は振幅の強さを表す指標にはならない。

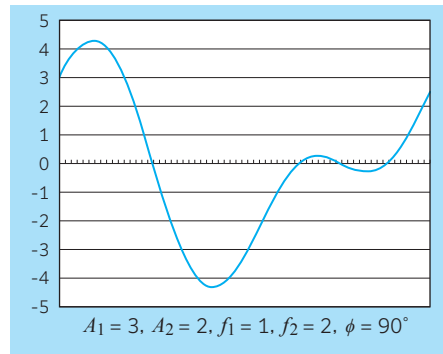


図 7.18 条件②の合成波形

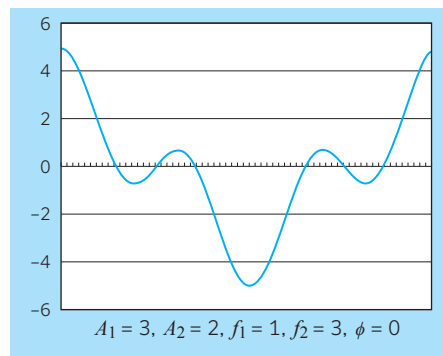


図 7.19 条件③の合成波形

2) 複合波形の実効値

複合波形の一般式より

$$\begin{aligned}
 x_{\text{rms}} &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \{A_1 \cos 2\pi f_1 t + A_2 \cos 2\pi f_2 t\}^2 dt} \\
 &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \{A_1^2 \cos^2 2\pi f_1 t + A_2^2 \cos^2 2\pi f_2 t + 2A_1 A_2 \cos 2\pi f_1 t \cos 2\pi f_2 t\} dt}
 \end{aligned}$$

三角関数を 1 周期分積分すれば 0 になるため、第 3 項は 0 となる。

$$x_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T A_1^2 \cos^2 2\pi f_1 t dt + \frac{1}{T} \int_0^T A_2^2 \cos^2 2\pi f_2 t dt}$$

また、実効値の定義式 (7.31) から

$$\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T A^2 \cos^2(2\pi f t) dt} = \frac{A}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{A^2}{2}}$$

$$\therefore x_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{A_1^2}{2} + \frac{A_2^2}{2}} = \sqrt{\frac{3^2}{2} + \frac{2^2}{2}} = 2.550$$

実効値は複合した位相や周波数の成分にかかわらず振幅の大きさに依存する。



実効値は振幅の強さを表す指標になる。

3) 複合波の平均値と実効値

表 7.8 に各条件での平均値と実効値およびその比を示す。

表 7.8 各条件での平均値と実効値

条件	平均値	実効値	実効値/平均値
①基準	2.220	2.550	1.15
②位相変化	1.988	2.550	1.36
③周波数変化	1.869	2.550	1.28

以上の結果から、波形の強さ (大きさ) を表す指標 (パラメータ) としては平均値よりも「実効値」が相応しい。従って、振動に関しても強さを表す数値として実効値を用いることが一般的である。

【計算例】軸受の強制振動

(7-1) 深溝玉軸受 6206 が $n = 1800 \text{ min}^{-1}$ の回転速度で使用されている時、この軸受から発生する強制振動数を求める。また、軸受部品（内輪、外輪、玉）にきずがある場合および変形がある場合の特徴的な角数と周波数を求める。内径 $d = 30 \text{ mm}$ 、外径 $D = 62 \text{ mm}$ 、玉個数 $Z = 9$ とする。

1) 回転による振動

① 回転周波数： f_r

$$f_r = f_i = \frac{n_i}{60} = \frac{1800}{60} = 30 \text{ (Hz)}$$

② 保持器回転周波数（外輪に対する保持器相対回転周波数）： f_c

$$f_c = \frac{1}{2} f_r (1 - \gamma)$$

$$\text{ここで、} \gamma = \frac{D_w \cos \alpha}{D_{pw}}$$

$$\text{第1章式(1.22)より、} \frac{D_w}{D_{pw}} = 0.6 \frac{D-d}{D+d} = 0.6 \times \frac{62-30}{62+30} = 0.209$$

接触角 $\alpha = 0$ とすると、

$$\gamma = \frac{D_w \cos \alpha}{D_{pw}} = 0.209 \cos 0 = 0.209$$

$$f_c = \frac{1}{2} \times 30 \times (1 - 0.209) = 11.9 \text{ (Hz)}$$

③ 内輪に対する保持器相対回転周波数： f_{cr}

$$f_{cr} = \frac{1}{2} f_r (1 + \gamma) = \frac{1}{2} \times 30 \times (1 + 0.209) = 18.1 \text{ (Hz)}$$

④ 転動体自転周波数： f_B

$$f_B = \frac{1}{2} \frac{D_w}{D_{pw}} f_r (1 - \gamma^2) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{0.209} \times 30 (1 - 0.209^2) = 68.6 \text{ (Hz)}$$

2) 転動体通過振動

1次 ($n = 1$) の振動数を求める。

$$f_p = n Z f_c = 9 \times 11.9 = 107 \text{ (Hz)}$$

3) 部品にきずがある場合の振動

1次 ($n = 1$) の振動数を求める。

① 外輪にきずがある場合

静止輪にきずがある場合には、転動体通過振動

$$f_p = n Z f_c = 9 \times 11.9 = 107 \text{ (Hz)}$$

② 内輪にきずがある場合

$$f = n Z f_{cr} = 163 \text{ (Hz)}$$

回転数変動が掛かった場合は、

$$f = n Z f_{cr} \pm f_r = 163 \pm 30 = 133 \text{ (Hz), } 193 \text{ (Hz)}$$

③ 転動体にきずがある場合

$$f = 2 n f_B = 2 \times 68.6 = 137 \text{ (Hz)}$$

回転数変動が掛かった場合は、

$$f = 2 n f_B \pm f_c = 2 \times 68.9 \pm 11.9 = 149 \text{ (Hz), } 125 \text{ (Hz)}$$

4) 変形による振動

$Z = 9$ の時、変形がある場合の特徴的な角数と発生周波数は下表となる。

1次 ($n = 1$) の振動数を求める。

部位	変形角数	振動方向	発生周波数 (Hz)
			内輪回転
内輪	8または10	径方向	133, 193
	9	軸方向	163
外輪	8または10	径方向	107
	9	軸方向	
転動体	2	径方向	125, 149
		軸方向	137

【計算例】軸受の固有振動

(7-2) 深溝玉軸受 6206 に $F_a = 80$ (N) のアクシアル荷重が作用している時、軸受の固有振動数を求める。

1) 曲げたわみ固有振動数

$$f_n = \frac{n(n^2 - 1)}{\sqrt{n^2 + 1}} K_n \quad \text{より } f_n \text{ を求める。}$$

表 7.2 より 6206 の場合、 $K_n = 1.184 \times 10^3$
 $n = 2 \sim 4$ の時の f_n は下表となる。

曲げたわみ固有振動数

モード	n	K_n	f_n Hz
1次	2	1.184×10^3	3 177
2次	3		8 985
3次	4		17 229

2) 軸方向固有振動数

表 7.3 より 6206 の場合の K_T を求め下式より算出する。

$$f_T = K_T T^{3/8} \quad K_T = 2.42 \times 10^2$$

3) 径方向固有振動数

表 7.4 より 6206 の場合の K_R を求め下式より算出する。

$$f_R = K_R T^{1/8} \quad K_R = 33.57 \times 10^2$$

4) 傾斜方向固有振動数

表 7.5 より 6206 の場合の K_M を求め下式より算出する。

$$f_M = K_M T^{3/8} \quad K_M = 1.90 \times 10^2$$

固有振動数計算結果

振動の方向	アクシアル荷重 N	係数	固有振動数 Hz	
軸方向	8	2.42×10^2	f_T	1 250
径方向		33.57×10^2	f_R	5 806
傾斜方向		1.90×10^2	f_M	984

8. CAE の活用

7章まで、軸受の種々特性計算について、主に代数的に計算可能な範囲で、式の導出、展開も含め解説した。これらの計算式は、コンピュータによる計算が一般的でない時代から利用されており、設計者がいわば“紙と鉛筆”で計算できるように工夫が凝らされている。

近年ではコンピュータが一般に普及し、またその性能が飛躍的に発展したことから、原理的な関係式を構築した後の解の導出については、コンピュータによる繰返し計算（数値解析）に任せられるようになった。これにより、7章までに解説した計算よりもさらに複雑な条件を考慮した計算が行えるようになった。

本章では、これらの数値解析事例について紹介する。

8.1 周囲変形を考慮した転動体荷重分布計算

8.1.1 軸たわみおよび軸受剛性を考慮した軸受内荷重分布計算

4章の計算では、軸受を完全な固定支点と仮定して軸受荷重を解いた。しかし実際には、内輪側に荷重をうけた軸受は、3章で示すように外輪に対して内輪がわずかに変位し、非線形のばねのような挙動を示す。このため、完全な固定点と仮定した場合の計算荷重と実態荷重とが一致しないケースが存在する。

このような場合、軸たわみと軸受剛性（軸受の内部諸元および荷重によって複雑に変化する）を双方考慮した数値計算を行う必要がある。

図 8.1 に、計算モデルの概略図を示す。ここで、軸受は並進3方向、回転3方向の6自由度の変位 u_1 、剛性 K_1 をもつばね（非線形ばねであり K_1 は u_1 に応じて変化する）として、軸は同様にばね要素として（ここでは K_2 、 K_3 の剛性を持つばねとして示す）モデル化する。これらの各点におけるばねからの力およびモーメントがそれぞれ外力と釣り合うよう、全体の変位量が解かれる。

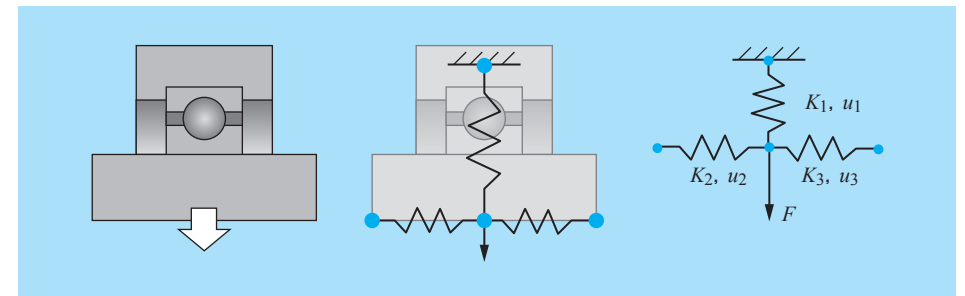


図 8.1 軸および支持軸受のばねモデル概略図

上記計算を応用し、トランスミッションにおける軸受転動体荷重分布を計算した例を図 8.2 に、その際の中央軸の変位量を図 8.3 に示す。軸がギヤ荷重によりアキシャル方向に移動するとともに、軸曲げが生じ、転動体荷重に影響を与えていることが解析されている。

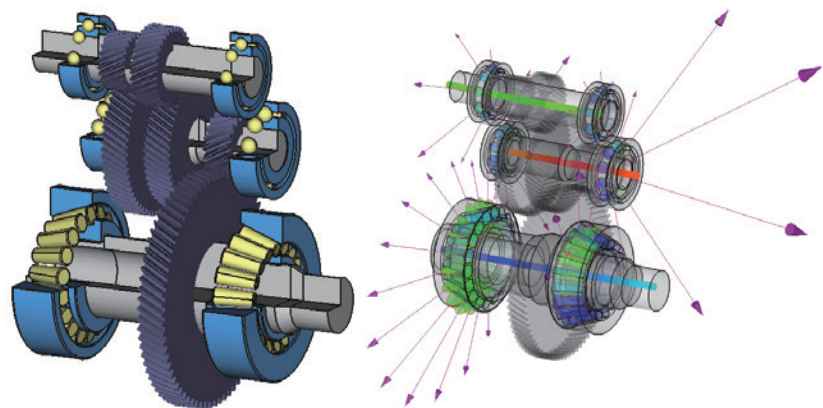


図 8.2 トランスミッションの解析例

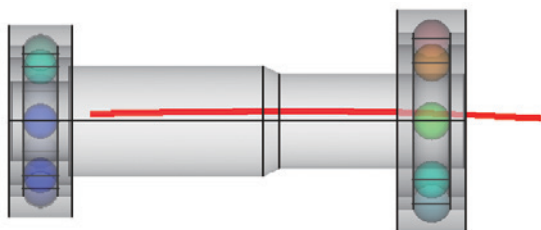


図 8.3 中央軸変位量 (200 倍)

8.1.2 外輪、ハウジングの変形を考慮した計算

ここまでの計算は、基本的に外輪は転動体との接触部における弾性変形のみである、という前提で構築されている。言い換えると、外輪全体がだ円形状に変形したり、「く」の字形に曲がったり、ということは想定していない。

多くのアプリケーションでは、軸受が取り付けられるハウジングは十分な剛性を有しているため、外輪全体の变形は非常に小さい。しかし一部のアプリケーションでは、種々の理由によりハウジングの剛性が低い（肉厚が薄い、アルミ合金が用いられている、など）場合や、そもそもハウジングが存在せず、軸受をタイヤやガイドロールのように用いる場合がある。このような場合は、外輪（+ハウジング）の变形を考慮した、内部荷重分布、接触応力の計算を行わなければならない。

外輪荷重が一点集中である等、単純モデルに置き換えられる条件の場合、外輪を曲がりはりとして近似し、上述のばねモデルに当てはめることで計算を行うことが可能である。しかしこれより複雑な形状、たとえばハウジングの詳細形状を考慮する必要がある場合などは、計算式の構築は困難である。このような場合は、FEM（有限要素法）を活用する。

なお、理屈の上では内輪の变形も考慮した方が計算精度は向上するが、一般に内輪は外輪に対して剛性が高い（小径のため）上、軸にしまりばめで取付けられることが多いことから、内輪变形を考慮する必要のあるアプリケーションは外輪に比べて非常に少ない。

FEM では、軌道輪と転動体の接触部のようなマイクロ部の計算を純理論計算ほど高精度には行えないため、軌道輪と転動体の接触部の取り扱いには工夫が必要となる。局所的に細かい要素分割を行って軌道面と転動体の接触問題を忠実に解くものから、転動体を非線形ばねとして再現する手法まで、種々の手法が考案されており、この取り扱いが計算速度および精度に直結する。

また、通常高精度な FEM は計算時間を要することから、多数の条件を高速に計算したい場合、転動体と外輪の接触部近傍に自由度を残した“仮想ばね”（縮約剛性マトリクス）を作成し、上述のばねモデル計算と連成させることで、外輪变形を考慮した転動体荷重分布を高速に求めることも行われている。

図 8.4 に、ハウジング变形を考慮して転動体荷重分布を計算した例を示す。ハウジングを、赤色で示す面で固定し、ラジアル荷重を負荷した場合の外輪変形量を右上に、転動体荷重分布を右下に示す。ラジアル荷重によって外輪およびハウジングがだ円状に変形することで、ラジアル荷重方向に位置する転動体の荷重が抜け、逆ハート状の分布を示すようになる。

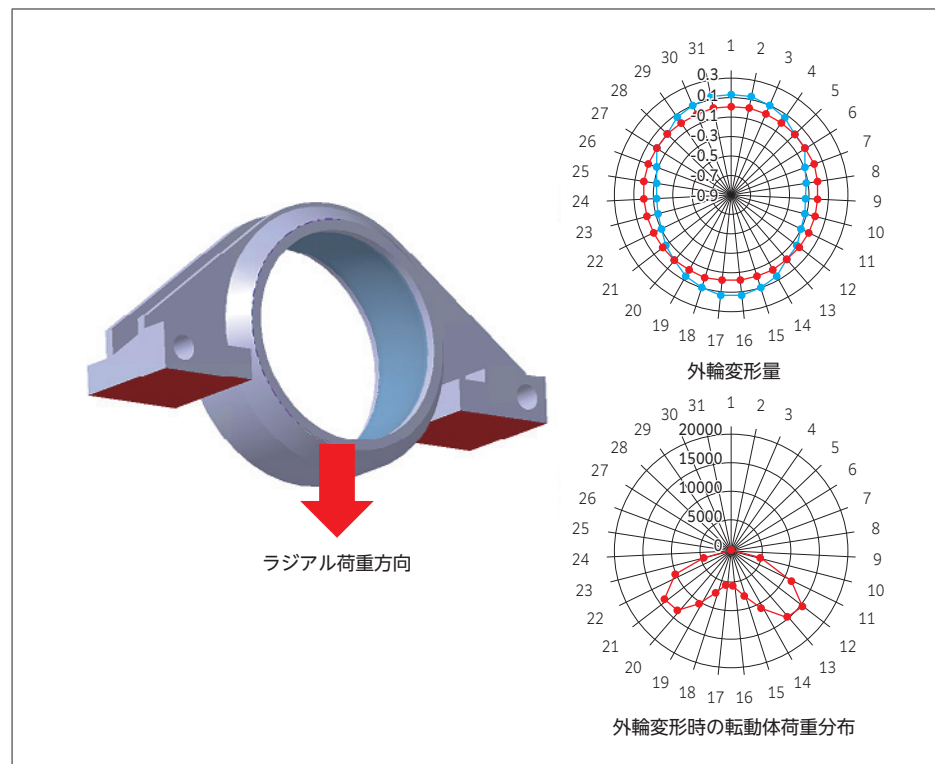


図 8.4 ハウジング変形による転動体荷重分布の変化

8.2 軸受温度計算

運転中の軸受は発熱し、周囲に別の熱源がない限りは、軸受温度は周囲に比べ高温となる。

一般に、運転中の軸受部品で最も高温になるのは転動体であり、次が内輪、その次が外輪となる。ただし転動体と内輪の温度差は小さい場合が多い。

周囲に軸受以外の熱源がないと仮定すると、軸受の温度は、軸受の発熱量と周囲への放熱量が等しくなる状態で安定する。

8.2.1 発熱の考慮

軸受の発熱量 H は、一般的には 6 章に解説する軸受トルク T および回転速度 n から、以下の式にて求められる。

$$H = 2\pi n T$$

軸受のトルクは、荷重、回転速度の他、軸受内部設計、潤滑剤の粘度によっても変化する。このうち、潤滑剤粘度は運転温度に大きく依存し、そのために軸受トルクも温度によって大きく変化する。結果として、軸受の発熱量と軸受温度は片方を一意には求められず、連成させて解く必要がある。

8.2.2 放熱の考慮

軸受から周囲への放熱量 Q は、ハウジングや軸接触部での熱伝導による放熱量 Q_L 、潤滑剤流れによる外部への熱伝達による放熱量 Q_o 、輻射による放熱量 Q_r の和で求められる。

$$Q = Q_L + Q_o + Q_r$$

このうち、 Q_r は通常無視できる。

Q_L 、 Q_o は、潤滑剤の量や潤滑方法、軸やハウジング周辺の構造や冷却機構などによって変化し、軸受温度に大きな影響を与える。特に予測が難しいのが、熱伝達による放熱量である。

熱伝達率は、単純な形状・流れであれば各種便覧などから得ることができるほか、近年では CFD（流体解析）による計算も活用される。

図 8.5 は、工作機用軸受間座に空冷機構をつけた際の解析例である。空冷ノズルを周方向に沿うように設置することで、空冷エアの流速が増大し、放熱条件が良好となることを示している。

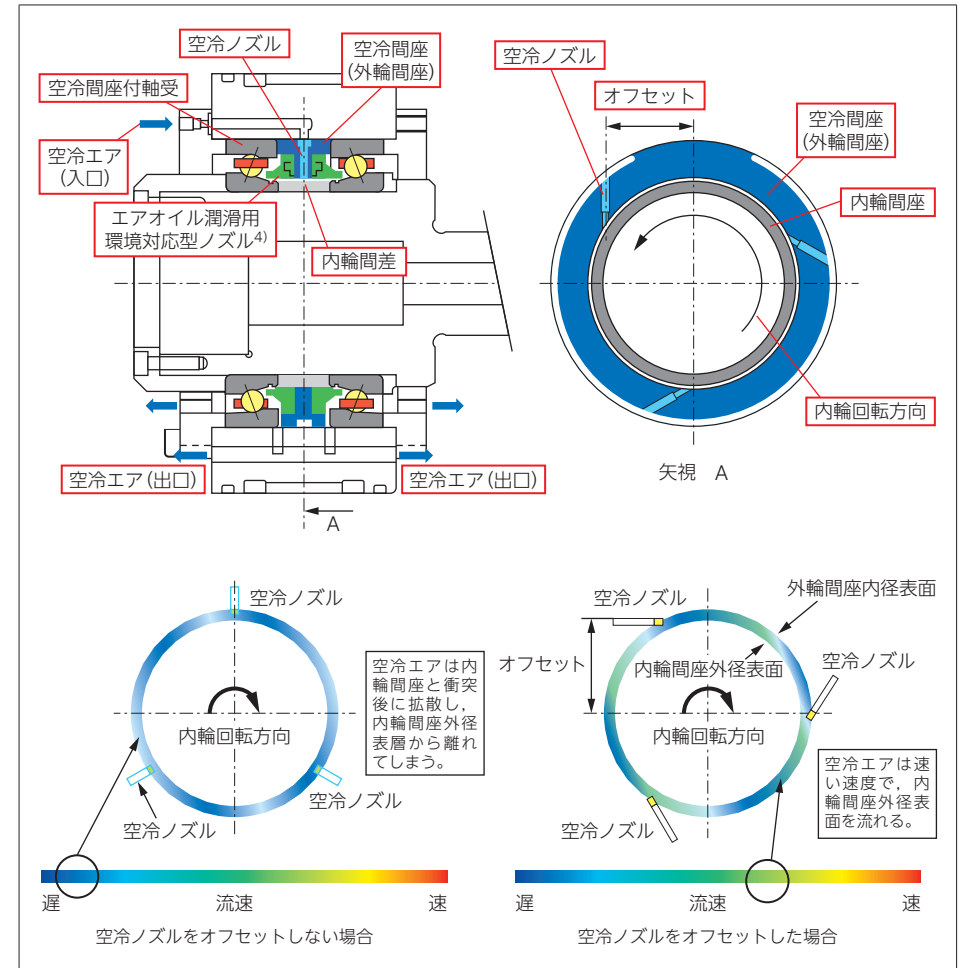


図 8.5 工作機間座内における空冷エアの流れ

本例のように、空冷時など空気流れのみを考慮すればよく、流れが時間変化しないと仮定できる場合には、CFD が大きな効力を発揮し、十分な精度で放熱条件を予測することができる。

一方、実際の軸受利用下においては、多くの場合潤滑剤は空気と混ざり合い、時間変化を伴う複雑な挙動を示す。定常状態を仮定できる空気流れとは異なり、時々刻々と変化する流れを適切な時間刻みで解かなくてはならず、数値計算に必要なコストが飛躍的に増大する。このような条件下で計算する場合には、実測データに一致するよう熱伝達率を求め、試験条件から大きくはずれない範囲で温度解析を行うことも多い。

8.2.3 軸受内部の温度分布

2.2.3 にて示したように、内輪と外輪の温度差は、運転中の軸受のすきま・予圧量に直結するため、軸受選定・設計上非常に重要な要素である。軸受メーカーのカatalog等にはこの温度差の概略推定値が記載されている。

多くの軸受検討では、この概略推定値の上下限をとって計算を行い、安全を見た初期すきま、予圧量などを選定する。

軸受の内外輪温度差をあらかじめ計算したい場合、簡易な計算方法としては熱回路網法による方法がある。熱回路網法では、以下のように軸受を含む周囲構造から、計算点（以下ノード）を複数抽出し、各ノード間の熱関係式を立て、温度ノードに流入出する熱の総和が0（すなわち熱的平衡）となる各ノードの温度を解くものである。図 8.6 に概略図を示す。

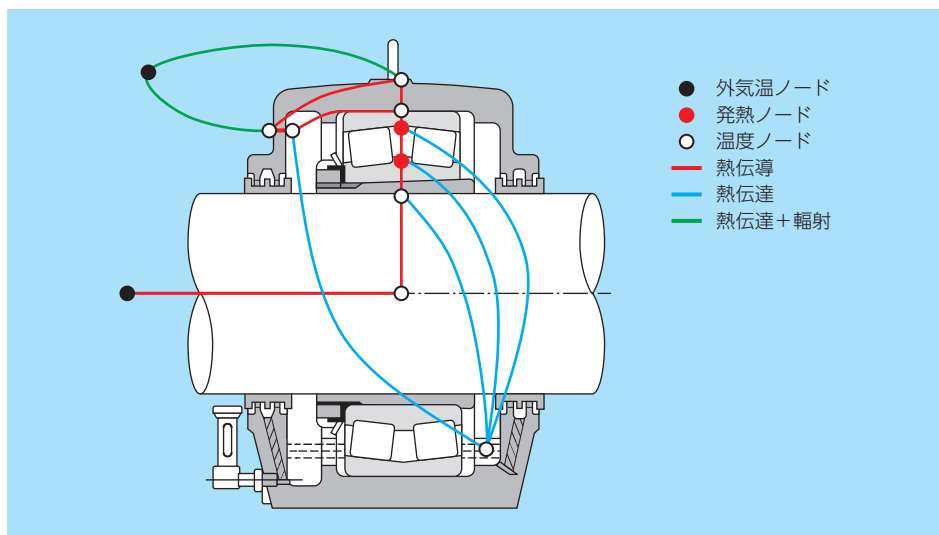


図 8.6 熱回路網法の概略図

熱回路網法では、いったん試験に一致するモデルを確立してしまえば、入力値（たとえば外気温）の変化による各ノードの温度変化を簡単に計算できる。しかし、ノード間の熱流れを数式化する際に多くの仮定が必要となることや、ノードまわりの詳細な温度分布を考慮することができないことなどから、十分な検討が行えないこともままある。

熱回路網法よりもさらに詳細な温度分布が必要な場合、FEM を用いる。事例を図 8.7 に示す。

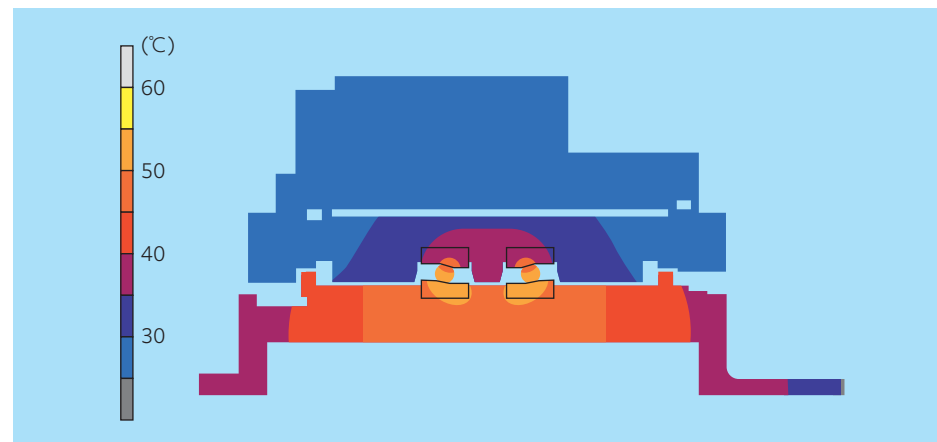


図 8.7 FEM による温度分布計算例

図 8.7 は、軸受とその周囲部品の熱解析事例である。軸受の熱は、主に軌道輪と転動体の接触部から発生するため、上記 FEM モデルでは転動体接触部に熱源を設定している。発熱量は前節の通りトルク計算値と軸受回転速度より導出し、各 부품の表面に、熱伝達率および周囲温度を設定する。固体同士の接触部は、完全な接触とすることもあれば、接触状態に応じて熱抵抗が設定されることもある。

この FEM 解析から得られる温度分布をトルク計算と連成させることで、正確な内輪と外輪との温度差の推定、ひいては適切な初期すきま・予圧量を設定することができる。

8.3 保持器, シールの計算

本ガイドでは、軸受部品として主に転動体、内輪、外輪を取り扱った。このほか、転動体を等間隔に保持するための保持器、および潤滑剤の密閉や防塵のために利用されるシールも、軸受の性能を決定する重要な要素である。

8.3.1 保持器の遠心力による拡張

高速回転下で使用される軸受の樹脂製冠形保持器は、図 8.8 に示すように、遠心力により比較的大きな変形が発生する。この変形によって他部品との干渉が発生すると、過大発熱の原因となる。このため、保持器に求められる特性として、他部品と干渉しないこと、また遠心力による発生応力が材料強度を満たすことが必要であり、その検証に FEM が活用されている。図 8.9 に解析例を示す。

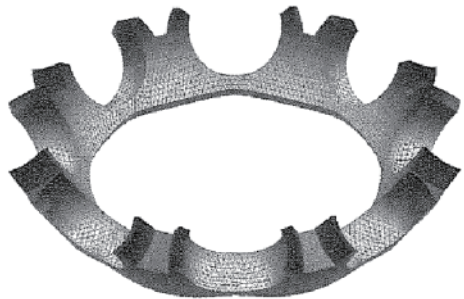


図 8.8 樹脂製冠形保持器の遠心力による変形 (10 倍表示)

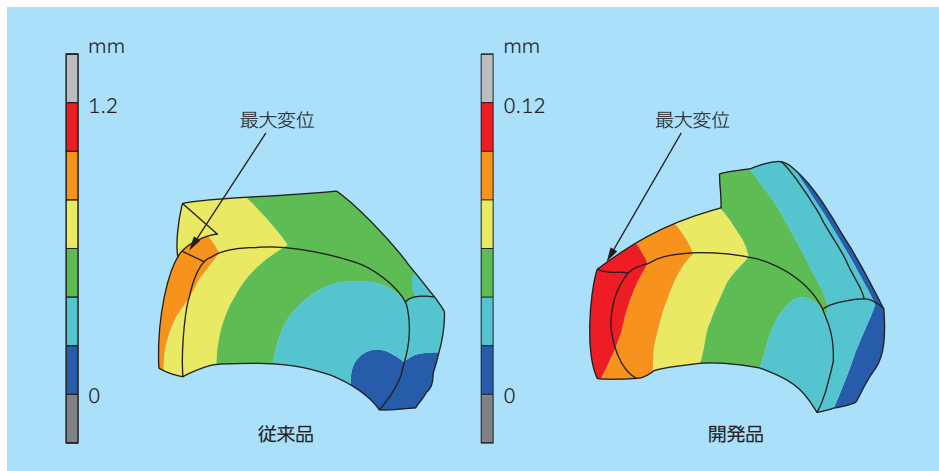


図 8.9 樹脂製冠形保持器の FEM 解析例

8.3.2 保持器の動的な応力解析

基本的に保持器は、転動体を均等に保持する用途で使用され、荷重を受けない仕様のため、静的な状態では、転動体と保持器との間に荷重は発生しない。

しかし、例えば、急加減速運転条件などにおいては、転動体が円周方向の加速度を持つため、転動体と保持器との間に荷重が発生する。このような条件での保持器応力計算が必要な場合は、動力学解析を用いる。事例を図 8.10、図 8.11 に示す。

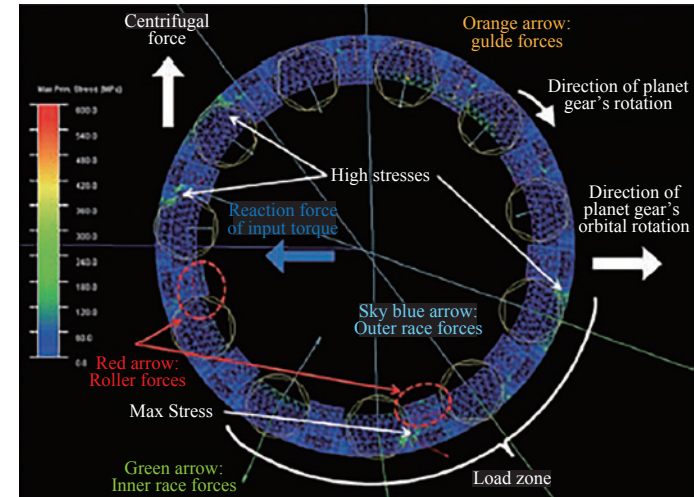


図 8.10 遊星運動下の軸受保持器が受ける荷重と発生応力

この事例では、遊星運動（軸受が回転しながら、軸受全体も高速で振り回される）する針状ころ軸受において、保持器に発生する応力を求めている。

図 8.11 に、外輪-ころの接触応力と保持器応力の時間変化を示す。ここから、外輪-ころの接触応力が最大値から下がっていくとき、すなわち負荷圏を抜ける際に最も高い保持器応力が発生していることがわかる。またこれは、負荷圏を抜けたころが遠心力の影響を受け、保持器の公転を妨げる方向に荷重が発生させることが原因であることも、本解析結果から読み取れる。

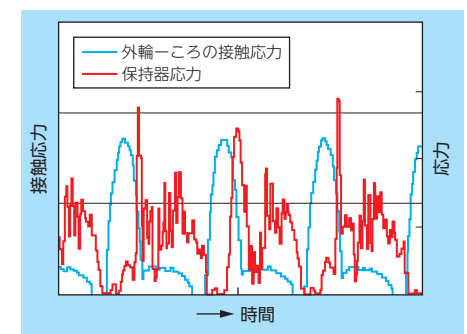


図 8.11 外輪-ころ間の接触応力と保持器応力の時系列変化

8.3.3 シール接触面圧解析

軸受シールに求められる機能は、密閉性あるいは防塵性と、低トルク（低発熱）性である。これらは相反する能力であることから、しばしば設計上の課題となる。

一般的な接触形のシールは鋼板の芯とゴム材で構成され、軌道輪と接触する際にゴム材のリップ部が大きく変形する。ゴム材は応力とひずみの関係が一部非線形であり、かつリップ部は大変形するために微小変形を前提とした力学が適用できない。そのため、この接触時の変形と接触応力の推定に、FEMが活用される。

以下の例は、低トルク化のため、軌道輪と接触するシールリップに微小突起を設けたシールの解析例である。シールが挿入後に変形したとき、シールリップの微小突起が点接触となるように設計がなされている。

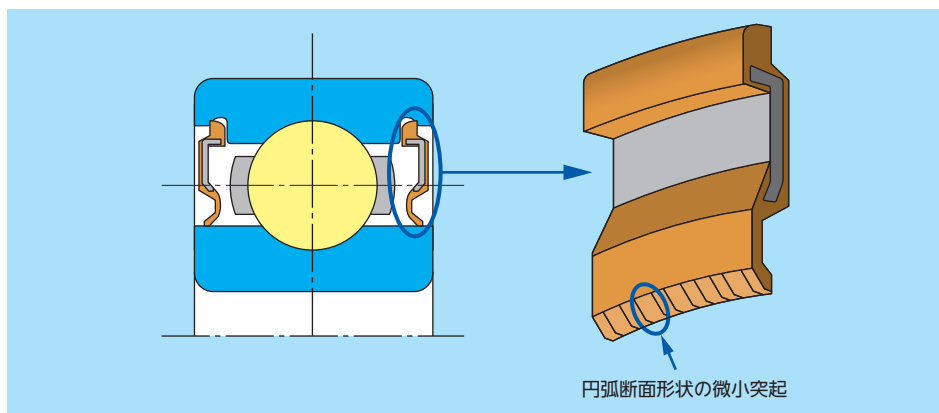


図 8.12 接触形ゴムシール

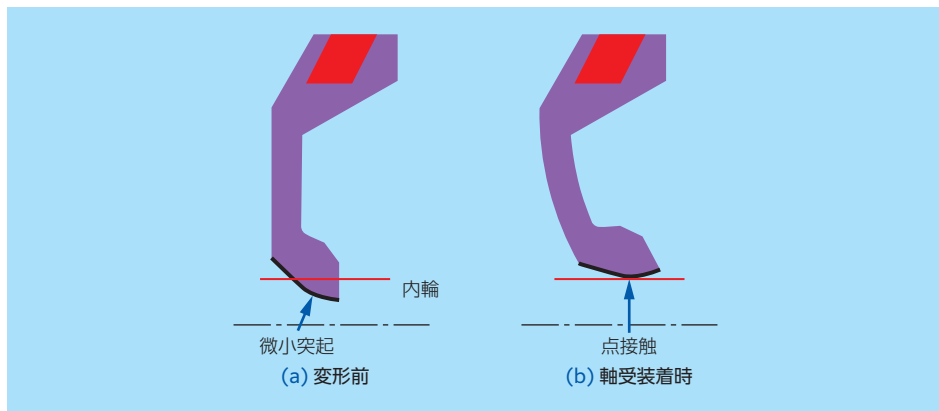


図 8.13 軸受装着時のシールリップ先端変形状

8.4 潤滑剤挙動計算

軸受の運転には潤滑剤が必須であり、種々の潤滑剤・潤滑方法が存在する。

最も一般的なのはメンテナンス性に優れたグリース潤滑であるが、油浴潤滑に代表される油潤滑も多数の潤滑方式が存在し、用途に合わせて利用される。

潤滑剤は軸受の円滑な回転のために必須である一方、過剰な潤滑剤供給は軸受トルクや発熱量の増加をもたらすため、適切な量の潤滑剤を適切な方法やタイミングで供給できるのが理想である。これらの推定に、流体解析の活用が進められている。

以下に、小型スピンドル内のグリース流れ解析の例を示す。

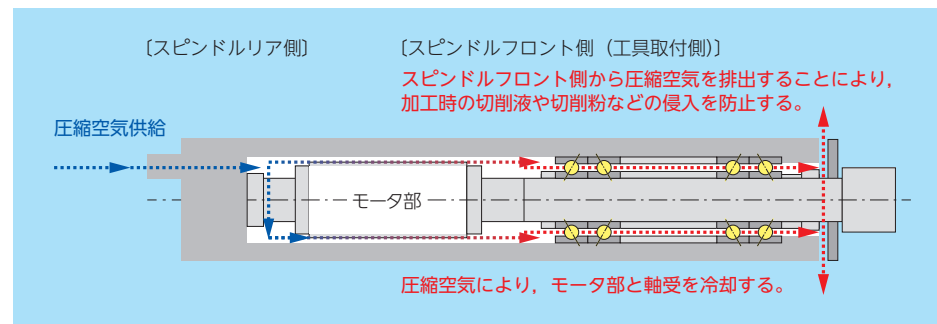


図 8.14 小型スピンドル例

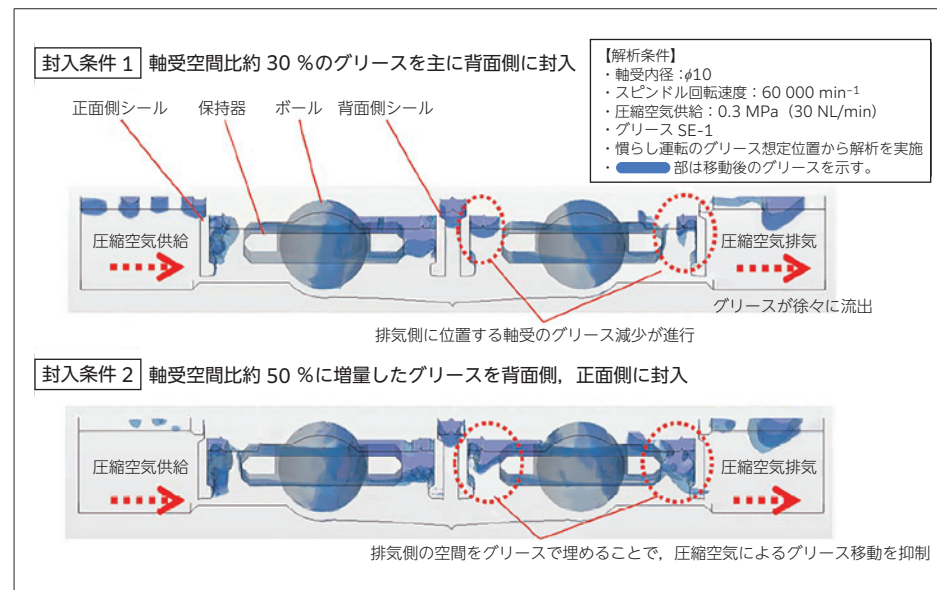


図 8.15 封入条件によるグリース残存量の差異

図 8.14 に小型スピンドルの概略図を示す。このスピンドルでは、モータおよび軸受の冷却と、切削粉等の異物侵入を防ぐ目的で、リア側から圧縮空気が供給される。軸受内部には潤滑のためグリースが封入されるが、高圧の圧縮空気が供給されると、空気流れによりグリースが流れ出てしまうという現象が起こる。

図 8.15 に、圧縮空気供給後のグリース残存量の解析結果を示す。グリースの封入位置および量を最適化することにより、軸受内に残留するグリース量を増加させ、主に排気側の潤滑条件の改善が可能であることが示された。

潤滑剤の流れ解析は、軸受温度計算の放熱の項で述べたように、本質的に非定常の現象であり、数値計算コストが高い。近年のコンピュータの発展により、現実的な計算で潤滑剤の流れ解析が行えるようになってきた。潤滑剤の挙動解析は盛んに研究開発が行われている途上であり、今後の発展が見込まれる。

免責事項

- ・本書の作成にあたっては細心の注意を払っておりますが、誤記・誤植がないこと、実務上の取扱いが異なるまたは利用者の使用目的に適合しないなどの不具合がないこと、本書を用いた計算結果の正確性、有用性、確実性等について、当社は一切保証するものではありません。
- ・本書に記載する各種係数値等および本書に基づいた技術計算の結果は、一般的なケースを想定して作成した参考例です。個々のケースに関しての専門的なアドバイスを提供するものではありません。専門的なアドバイスなどが必要なときは、最寄りの当社販売拠点にご相談されることをお勧めします。
- ・当社は、本書または本書を用いた計算結果の利用により本書の購入者、利用者または第三者に生じた損害や不利益について一切その責任を負いません。
- ・本書記載内容については、技術的進歩および改良に対応するため、予告なしに変更することがあります。なお当社は、変更などにより本書の購入者、利用者または第三者に生じたいかなる損害や不利益について一切その責任を負いません。

